

Ongecijferdheid en wiskunde A

Een bespreking van J. A. Paulos: Ongecijferdheid

A. van Streun

Didactiek van de wiskunde, RU Groningen

Hoeveel kubieke meter bloed is er op aarde? Hoe groot is de kans dat minstens twee inwoners van Noord-Holland hetzelfde aantal haren op hun hoofd hebben? Waarom hebben zeer intelligente ouders kinderen die gewoonlijk niet zo intelligent zijn als de ouders? Gegeven een test op kanker, die in 98% van de gevallen correct onderscheid maakt tussen kankerpatiënten. Gegeven het feit dat 0,5% van de bevolking kanker heeft. Waarom is de kans dat een proefpersoon met een positief testresultaat kanker heeft toch maar ongeveer 20%? Waarom overtreft het aantal eerlijke mensen, die niet door een onderzoek met een leugendetector heenkomen het aantal echte leugenaars? Waarom komen er jaarlijks miljoenen voorstellende dromen uit?

Op elke bladzijde van het boekje 'Ongecijferdheid' van de Amerikaanse wiskundige Paulos staan reeksen voorbeelden van situaties uit het dagelijks leven, die door ongecijferden verkeerd worden begrepen. Hij wijst op het verband tussen ongecijferdheid en het geloof in allerlei pseudowetenschappen, op het overdreven belang dat mensen hechten aan betekenisloze samenlopen van omstandigheden en op het onjuist interpreteren van risicofactoren door gewone mensen. Dat is allemaal het gevolg van het gebrek aan inzicht in getallen en in de rol van het toeval in het leven. Hij demonstreert overtuigend aan honderden voorbeelden dat enige basiskennis van breuken, procenten en decimale getallen aangevuld met wat logisch redeneren voldoende is om een verrassend licht te werpen op gangbare opvattingen.

Hoeveel liter bloed er op aarde is? Paulos noemt het schatten een goede methode om greep te krijgen op grote getallen. Een volwassen man heeft zes liter bloed, een vrouw wat minder, kinderen veel minder. Zeg maar dat een mens gemiddeld vier liter bloed heeft, dat is 20 miljard (2×10^{10} stelt Paulos voor, een 2 met 10 nullen) liter bloed in totaal. In een kubieke meter gaat 1000 liter, zodat we in totaal te maken hebben met 20 miljoen (2×10^7) kubieke meter bloed. Het Vondelpark heeft een oppervlakte van 50 hectare of 500.000 vierkante meter. Het bassin binnen een muur van 40 meter hoogte om het Vondelpark kan al het bloed van de wereld bevatten.

Hoe groot is de kans dat minstens twee Noordhollanders hetzelfde aantal haren op hun hoofd hebben? Het maximaal aantal haren dat een mens op zijn hoofd kan hebben wordt geschat op 500.000 en er zijn 2,2 miljoen ($2,2 \times 10^6$) inwoners van Noord-Holland. We passen het postvakprincipe toe, dat wil zeggen, we nummeren 500.000 postvakken van 0 tot en met 500.000.

Elke Noordhollander stopt een brief in het postvak met het nummer dat gelijk is aan het aantal haren op zijn of haar hoofd. We kunnen er zeker van zijn dat minstens één van de postvakken twee brieven krijgt (de kans is 1), ja het is zelfs zeker dat minstens vijf Noordhollanders hetzelfde aantal haren op hun hoofd hebben. (Waarom?)

Waarom is bij een testbetrouwbaarheid van 98% de kans dat een proefpersoon met een positief uitgevalen test inderdaad kanker heeft maar 20%? Neem maar een getallenvoorbeeld, adviseert Paulos als een verstandige heuristische methode. Neem bijvoorbeeld 10.000 proefpersonen. Stel dat zo'n 0,5% inderdaad kanker heeft, dat zijn er 50. Van die 50 hebben 49 (98%) een positief testresultaat. Van de overige 9950 reageren 199 (2%) ten onrechte positief. In totaal valt de test op de 10.000 keer dus 248 keer positief uit. Iemand met een positief testresultaat heeft ondanks het zorgelijke gezicht van de ongecijferde dokter 'maar' 20% kans (49 van de 248) om bij de groep kankerpatiënten te behoren! Leerzaam voor de aanhangers van massale aidstesten.

Waarom wordt op grote schaal geloof gehecht aan pseudowetenschappen? Waarom wordt de rol van het toeval in een samenloop van omstandigheden zelden als de verklarende factor herkend?

Paulos verwijt de wiskundigen dat zij weinig geneigd zijn om voor niet-vakgenoten te schrijven. Hij noemt het schrikbarend tekort aan exacte wetenschappers, de slechte kwaliteit van het wiskundeonderwijs en psychologische factoren.

In het nawoord gaat Rudy Kousebroek op die laatste oorzaak in. Ongeletterdheid is niet salonfähig, ongecijferdheid wel. Een grote groep mensen sluit zich a priori af van de beginselen van wiskunde en natuurwetenschappen. Juist uit die groep komen mensen, die

slutelposities in onze samenleving bekleden en met schrikbarende arrogantie beslissen over het gebruik van de voortbrengselen van diezelfde kennis, die voor hen ontoegankelijk is gebleven. Aldus Rudy Kousebroek.

Op de achterflap spreekt Hofstädter de hoop uit dat de ideeën van Paulos een revolutie in het wiskundeonderwijs zullen ontketenen, opdat de ziekte van de ongecijferdheid uit onze maatschappij kan worden uitgebannen.

In hoeverre is de analyse en de remedie van Paulos relevant voor de Nederlandse situatie in de samenleving en het onderwijs? In de discussie rond het voorstel van staatssecretaris Ginjaar-Maas om wiskunde als examenvak verplicht te stellen in het avo-vwo, spelen de genoemde psychologische factoren een hoofdrol. De aanval op die poging om de ongecijferdheid in onze maatschappij terug te dringen is gevoerd met argumenten, die niet aangevoerd zijn tegen het daaraan gekoppelde voorstel tot verplichting van een tweede moderne taal. Ongecijferdheid is ook in Nederland minder acultureel dan ongeletterdheid. De voorbeelden van Paulos over een gebrek aan perspectief in getalbegrip, een overdreven ontzag voor zinloze coincidenties, een goedgelovig aanvaarden van pseudowetenschappen zijn ook in de Nederlandse samenleving herkenbaar.

En hoe staat het met de kwaliteit van het wiskundeonderwijs?

In vergelijkend internationaal onderzoek naar wiskundeopprestaties scoort Nederland betrekkelijk hoog, maar in de visie van Paulos gaat het juist niet om de daar getoetste formele wiskunde. Wie de ontwikkelingen in het Nederlandse reken- en wiskundeonderwijs heeft gevolgd, herkent in zijn voorbeelden veel van het streven naar realistisch reken- en wiskundeonderwijs, dat onder de inspirerende begeleiding van prof. dr. Hans Freudenthal door het IOWO (Instituut voor Ontwikkeling van Wiskunde Onderwijs) en later door de vakgroep OW & OC is en wordt voorgestaan.

De gewenste leerplanveranderingen in het voortgezet onderwijs kwamen in een stroomversnelling terecht na de invoering van de vakken wiskunde A (gericht op toepassing van wiskunde in de gammawetenschappen) en wiskunde B (formele analyse en ruimtemeetkunde) in de bovenbouw van het vwo.

Met ingang van augustus 1990 volgen in de bovenbouw van de havo de nieuwe vakken wiskunde B (analyse en ruimtemeetkunde toegepast op techniek en natuurwetenschappen) en wiskunde A (algemeen vormend).

Het laatste vak is bij uitstek geschikt om de ongecijferdheid in onze samenleving te bestrijden. De honderden voorbeelden van Paulos kunnen allemaal in een schoolboek voor wiskunde A worden opgenomen. Het voorgestelde programma van wiskunde A biedt daarvoor ook mogelijkheden. De revolutie van

Hofstädter tegen de ongecijferdheid in onze samenleving kan in het Nederlandse wiskundeonderwijs beginnen met wiskunde A op het havo!

- (b) In de NRC van 28 januari 1988 stond het volgende artikel. Is de genoemde steekproef aselekt?

Aspirinegebruik verlaagt kans op hartinfarct met 45%

ROTTERDAM, 28 jan - Het om de dag innemen van een aspirientje verlaagt het risico op een hartinfarct bijna tot de helft. Dat is de conclusie van een grootschalig Amerikaans onderzoek dat vandaag in het medische vaktijdschrift *New England Journal of Medicine* is gepubliceerd.

Bij het onderzoek, dat in 1982 begon, waren ruim 22.000 gezonde, mannelijke artsen betrokken (mannen hebben een ongeveer 8 maal zo hoog risico op een hartinfarct als vrouwen). De helft daarvan gebruikte om de dag 300 milligram aspirine, wat ongeveer gelijkstaat aan een 'gewoon' aspirientje. De andere helft slikte een placebo ('topmiddel'). Van de aspirine-slikkers kregen 104 een hartinfarct, van de placebo-slikkers 189. Door het aspirinegebruik werd het risico op een hartinfarct dus met ongeveer 45 procent verlaagd. Dat dit grote verschil aan toeval te wijten zou zijn is praktisch uitgesloten, vanwege het grote aantal mensen dat aan de studie meewerkte. Deze werking van het aspirine berust waarschijnlijk op het tegengaan van bloedklontering op de vaatwanden.

Hart- en vaatziekten vormen in de meeste Westerse landen de belangrijkste doodsoorzaak. Men verwacht dan ook dat het onderzoeksresultaat grote gevolgen zal kunnen hebben voor de preventie van hartinfarcten.

Verheugt: 'Het is pas de eerste studie. Binnenkort verschijnt er een Engelse studie met een soortgelijke resultaat, maar met een minder dramatisch verschil'.

- (c) Hoe komt men aan het percentage van 45%?
 (d) Hoeveel procent van de 11 000 asperineslikkers heeft baat gehad bij deze medicijnen?
 (e) Is het risico op een hartinfarct met ongeveer 45% verlaagd door aspirinegebruik?
 (f) Aspirinegebruik kan maagklachten veroorzaken, er kan ongemerkt bloedverlies in maag en darmen optreden en het risico op een hersenbloeding kan worden vergroot bij gebruikers, die al tot de risicogroep behoorden. Is het raadzaam om aspirine te gaan slikken ter voorkoming van een hartinfarct?

Een opgave uit Wiskundelij 4 havo A.

Met de invoering van het nieuwe stelsel van voortgezet onderwijs in 1968 werd ook een nieuw leerplan wiskunde ingevoerd, dat in de lijn van de mondiale trend meer dan voorheen de formele aspecten van de wiskunde benadrukte. In wiskunde A van het vwo en in de beide nieuwe vakken van het havo valt nu de nadruk veel meer op de toepasbaarheid van de wiskunde, eveneens in overeenstemming met de huidige trend in de moderne geïndustrialiseerde samenlevingen. De invoering van de basisvorming is een goed moment om veel van de ideeën van Paulos voor de leeftijdsgroep van 12-16 jaar te realiseren (gecijferdheid voor iedereen) met behoud van de mogelijkheid om in havo of vwo door te stromen naar het toepassen van meer geavanceerde wiskundige methoden in natuurwetenschappen en gammawetenschappen. Wellicht is op die manier de naderbij komende ramp van een schreeuwend tekort aan exact opgeleiden (te beginnen bij docenten in exacte vakken) af te wenden.

'Ongecijferdheid' door John Allen Paulos, uitgeverij Bert Bakker, 172 bladzijden, f 24,90.