Dwalende rots doorsnijden

Puzzelrubriek

A.J. Goddijn
OW&OC, RU Utrecht

Restje 1991: lange formules maken

Wortels kun je met een exponent schrijven:

$$\sqrt{9} = 9^{1/2}$$

Dubbele wortels? Exponent is $\frac{1}{2} * \frac{1}{2}$:

$$\sqrt{\sqrt{9}} = (9^{1/2})^{1/2} = 9^{\frac{1}{2^2}}$$

n-voudige wortels ? n^{de} macht van $\frac{1}{2}$ in de exponent:

$$\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{9}}}}}_{n \text{ wortels}} = 9^{\frac{1}{2^n}}$$

Aha! Daar is een groeiende formule, voor elke n één formule, die n zelf in het resultaat heeft. Daar gaan we nu n uit opgraven met behulp van logaritmen:

$${}^{9}\log 9^{\frac{1}{2^n}} = \frac{1}{2^n}$$

We komen dichterbij. De laatste stap:

$${}^{2}\log \frac{1}{2^n} = -n.$$

En daar is dan de in Nieuwe Wiskrant, jrg. 10, nr. 3 beloofde oplossing bij de Nieuwjaarspuzzel van T.J. van Welie:

$$n = -\,{}^{(1+1)}\log({}^{9}\log(\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{9}}}}}_{n \text{ wortels}}))$$

Elk getal kan dus, als de log-functies mee mag doen, met de cijfers 1, 9, 9 en 1 gebouwd worden.
Jan Guichelaar deed het iets anders:

$$n = -\,{}^{(1+1)}\log^{(\cos \arctan\sqrt{\sqrt{9}})} \log(\sqrt{}\sqrt{}\sqrt{}\ldots\sqrt{(\cos \arctan\sqrt{\sqrt{9}})}).$$

Beiden, T.J. van Welie en Jan Guichelaar, verwijzen naar een oplossing van de natuurkundige Dirac bij de vraag 'schrijf elk getal met drie tweeën.' Dirac:

$$n = -\,{}^{2}\log {}^{2}\log(\sqrt{}\sqrt{}\sqrt{}\ldots\sqrt{2}).$$

Er zijn twee (Nederlandse) bronnen:

1. *Biografie van de fysica* door George Gamov (Van Loghum Slaterus, Arnhem 1962).
2. *Het toeval van de werkelijkheid* door Prof. Casimir (Meulenhof).

Casimir vermeldt hierbij het jaar 1929.
Een Russisch puzzelboek meldt een verwante formule:

$$n = -\,{}^{4}\log {}^{4}\log (\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{4}}}}}_{2n \text{ wortels}})$$

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ РАЗВПЕЧЕНИЯ,
(А. П. ДОМОРЯД, Moskou, 1961)

Helaas zonder enige bronvermelding, zoals vaak in het puzzelcircuit gebeurt; we weten dus niet echt wie allemaal zelf dit wiel hebben uitgevonden.

Een totaal andere oplossing vond Kees Henzen. Hij gebruikte e:

$$n = \frac{19}{19} \ln (\underbrace{e.e.e\ldots\ldots e}_{n \text{ keer } e})$$

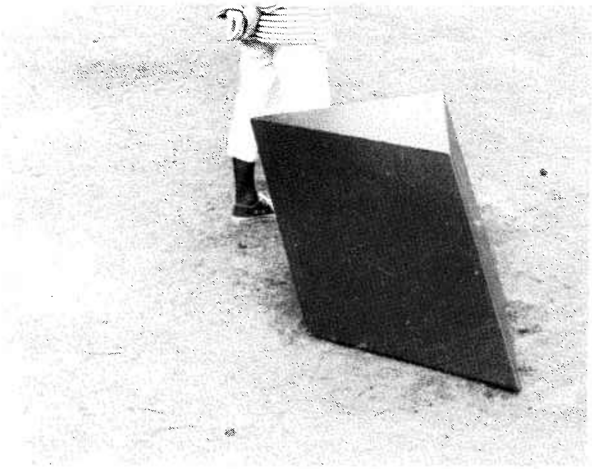
Zo simpel kan het dus ook! Jammer dat 1, 9, 9 en 1 gebruikt móeten worden...

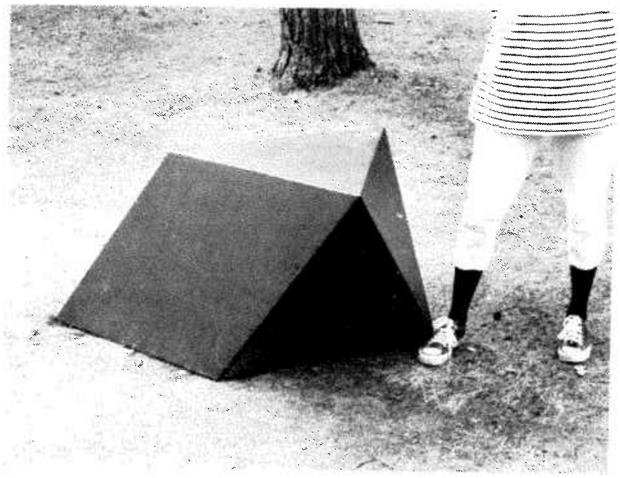
Een dwalende rots

De nieuwe opgave doet een beroep op het ruimtelijk voorstellingsvermogen. In deze W12-16 Special is zo'n opgave erg op zijn plaats.
In het W12-16 project is één van de belangrijke activiteiten het leren redeneren over de ruimte, aan de hand van bijvoorbeeld foto's.

Opgave 72

De twee foto's op de volgende pagina zijn genomen in de beeldentuin van het Kröller-Muller museum op de Hoge Veluwe.
U ziet één van de 'Wandering Rocks' van Tony Smith, uit 1967, van twee kanten.
Wat is dat voor een ding?
U mag kiezen uit twee soorten antwoorden:





a. Maak een bouwplaat.
b. Geef in het ding een snijvlak aan waardoor het in twee platonische lichamen uiteen valt.

Met vraag *b* leggen we een mooie link naar het artikel over Doorsneden in deze Nieuwe Wiskrant! Oplossingen op het gebruikelijke adres.