Wiskunde 12-16 op Greijdanus

S.L. Kemme
Mathematisch Instituut, RU Groningen

Inleiding

Wie was Prof. dr. S. Greijdanus? Ik weet het niet. Maar hij was (of is) kennelijk belangrijk genoeg om als naam van een school door het leven te gaan. De Gereformeerde Scholengemeenschap Prof. dr. S. Greijdanus te Zwolle is een brede ibo/lbo/mavo/havo/vwo scholengemeenschap. Breder kan haast niet. Het gebouw is dan ook immens groot. Het is niet zomaar een havo/vwo met een aangehangen lbo/mavo-afdeling. Uit de leerlingenaantallen in de onderbouw blijkt een grote gelijkwaardigheid tussen de verschillende schooltypen. Lbo: 457, brugklas mavo/havo/vwo: 301, mavo 2 tot en met 4: 241, havo 2 en 3: 209, vwo 2 en 3: 215. Vanwege het gereformeerde karakter is het verzorgingsgebied zeer groot. De leerlingen komen van Urk tot Hardenberg en van Hoogeveen tot Apeldoorn.
Op Greijdanus wordt geëxperimenteerd met het nieuwe wiskunde 12-16 programma. Het is een experimenteerschool van het eerste uur, een zogenaamde A-school. Van de A-scholen is het de enige brede scholengemeenschap. Het experiment is nu drie jaar aan de gang.
Hoe gaat het in de praktijk met die nieuwe wiskunde? Hoe anders is die wiskunde? Geeft de docent ook anders les? Is het nieuwe programma een verbetering?
Allemaal vragen die in een ander kader ook weleens zijn gesteld, maar die je het beste kunt beantwoorden als je de klas en de docent aan het werk ziet. Vandaar dit portret van een school, een sectie, docenten en leerlingen in actie. Het portret probeert een zo natuurgetrouw mogelijke weergave te zijn van de feiten. Mijn eigen opmerkingen zijn duidelijk in de tekst aangegeven. De lezer kan ze overslaan. Ik ben niet bij alle docenten in de klas geweest en ik heb niet met leerlingen gesproken. Dat was fysiek gewoon niet te realiseren. Daardoor is het beeld waarschijnlijk in positieve zin vertekend.

De eerste dag in de klas

Op 18 december 1990 heeft het voor het eerst een beetje pittig gevroren. Het eerste uur begint om 9.05 uur. Deze dag zal ik vijf lessen meemaken. Er zijn twee eerste klassen, twee tweede klassen en een derde klas uitgezocht.

Het eerste uur: Wim Kuipers en klas A1d

De les begint aan een nieuw pakketje: *Hoe langer hoe meer*. Wim deelt het pakketje uit maar vraagt de leerlingen er nog even niet in te kijken. Hij wil eerst nog terugkijken naar een vorig pakketje *Grafiekentaal*. Hij vraagt naar voorbeelden van grafieken. Onmiddellijk komt de badkuip aan de orde. Nog een voorbeeld? Het humeur bij een voetbalwedstrijd. Het watergebruik bij een voetbalwedstrijd. De douche van Jan, Jans. Wim vertelt iets over het tentamen dat hij gisteren in de vierde klas mavo heeft afgenomen en waar leerlingen grafieken moesten kunnen verklaren.

Wim houdt een echt ouderwets klassegesprek. Het initiatief ligt bij de docent, maar de leerlingen krijgen veel ruimte voor een eigen spontane inbreng. Er is veel aandacht.

'Sla het boekje maar eens open. Eerst even lezen. Als je de eerste bladzijden klaar hebt, dan vergelijk je eerst met je buurman.' Wim loopt rond, geeft aanwijzingen.
De opdrachten gaan over afstand-tijdgrafieken van vier leerlingen die naar school fietsen. Er zijn vier grafieken en drie verhaaltjes. Welk verhaal past bij welke grafiek en bedenk een verhaal bij de overblijvende grafiek.
Na een minuut of tien worden de resultaten klassikaal besproken. Wim haakt duidelijk in op wat hij gezien heeft tijdens zijn rondgang. Daarna gaan de leerlingen weer een minuut of tien aan het werk. Ook dat stukje wordt klassikaal afgesloten.
In een gesprekje terzijde, vertelt Wim dat hij altijd op deze manier lesgeeft. De pakketjes hebben daar geen invloed op gehad. Ondanks de andere inhoud. Het materiaal geeft wel meer aanleiding tot gesprek.

Het tweede uur: Paul Robert Borg en klas A1g

De klas is bezig in *Praktisch Rekenen 1b*. Aan de orde is het gemaakte huiswerk, les 8, som 9 tot en met 12. Het gaat om een soort verhoudingssommen die in een schema zijn gezet.

Je hebt 1 kilo pannekoekmeel nodig. In de winkel zie je twee verschillende verpakkingen van hetzelfde merk:

200 gram voor 65 cent en 500 gram voor 150 cent.
>>Zoek uit wat je moet betalen voor 1 kilo pannekoekmeel.

hoeveelheid	200	
prijs	65	

Hoe kom je van tweehonderd op duizend? Eerst verdubbelen tot je op achthonderd bent en dan nog eens tweehonderd erbij. Het verdubbelen of met tien vermenigvuldigen blijkt een favoriete strategie. Liever eerst met tien vermenigvuldigen en daarna delen door twee, dan ineens met vijf vermenigvuldigen.
Paul Robert schrijft bij som 11 alleen nog maar de bewerkingen op het bord:

$1 \xrightarrow{10\times} 10 \xrightarrow{2\times} 20 \xrightarrow{-1} 19$

$1 \longrightarrow 2 \longrightarrow 20 \longrightarrow 19$

$1 \longrightarrow 2 \longrightarrow 4 \longrightarrow 8 \longrightarrow 16 \longrightarrow 18 \longrightarrow 19$

Nog even samenvatten:
'Welke manieren hebben we?'
– Optellen en vermenigvuldigen, samen nemen, halveren, eraf halen.
'Welke vermenigvuldigingen doen we vaak?'
– Verdubbelen, 10 ×.

Waarom is dat verdubbelen zo favoriet? Waarom soms niet gewoon ineens vijf keer? Omdat je twee keer gemakkelijker uit je hoofd kunt uitrekenen? Ik doe het zelf ook vaak zo bij een wat lastiger vermenigvuldiging. Verdubbelen en halveren.
Bijvoorbeeld: $25 \times 28 = 50 \times 14 = 100 \times 7 = 700$.
Waar heb ik dat geleerd, op de lagere school of op de hbs? Ik weet het niet meer.

Opgave 12 gaat over puzzelsommen.

$100 + \square = 3 \times \square$

'In een hokje moet hetzelfde getal komen te staan. Wie had dat begrepen?' Tien vingers.
Som 3, les 9 is een moeilijke. Arlette fietst 18 kilometer in een uur. Naar school moet ze 7 kilometer fietsen. Hoe lang doet ze erover? Het schema stuurt in de richting van aantal meters per minuut: 300. Probeer nu van 18 kilometer op 7 kilometer te komen. Dat lukt niet precies. Het dichtstbij is 6900 meter. Daar doet ze 23 minuten over. Dat is nauwkeurig genoeg.

Mooie som. De context blijft actueel en geeft daarmee de gewenste nauwkeurigheid aan. Zo hoort het ook. Niet het regeltje bepaalt de nauwkeurigheid, maar de situatie waarin je de uitkomst nodig hebt.

Som 7, les 9:
Bij 3 tubes tandpasta krijg je 25 waardepunten.
Voor 750 waardepunten kun je een CD krijgen.
>>Hoeveel tubes moet je kopen om 750 waardepunten bij elkaar te krijgen?

De opgave dwingt om grote sprongen te maken. Veel leerlingen blijven gewoon verdubbelen. Hier merken ze pas hoe onhandig dat eigenlijk is.
Paul Robert gaat nog even door:
'Hoe lang doe je over 90 tubes? Met de hele familie hoor. Hoe lang over één tube?'
– Eén tube per week.
'Dus hoeveel jaar? En als je alleen met één tube doet?'
– Ongeveer één tube in drie weken. Nee, één tube in twee maanden.
'Dus wanneer haal jij die CD?'

Mooie vragen die niet in het boek staan en er ook niet in thuishoren, maar wel gesteld dienen te worden.

Terwijl Paul Robert mij door het immense gebouw naar de volgende les loodst, vraag ik hoe het met het wiskundewerklokaal is gesteld. Dat is er niet. De school is overvol en er zijn al zoveel gereserveerde lokalen.

Het derde uur: Kees Alderliesten en klas havo 2a

Kees komt aanstappen met vier bakstenen onder zijn arm!!?? Er wordt in groepjes van vier leerlingen gewerkt. Tafels worden bij elkaar geschoven. In de loop van de les wordt duidelijk waarom.
Ook deze les begint met een nieuw pakketje. Toeval? Of is het omdat ik er ben? Nee, toeval. Kees deelt *Regelmaat en Symmetrie* uit. Hoofdstuk 1, Regelmaat zien, begint met opdrachten over muurtjes.
Kees begint een gesprekje over symmetrie.
'Wat is dat eigenlijk?'
– Dat de ene helft hetzelfde is als de andere helft.
– Met spiegeltjes.

Voor de leerlingen met de opdrachten beginnen, zegt Kees heel nadrukkelijk dat de muurtjes van dezelfde bakstenen zijn gemaakt. De bakstenen bewijzen hun diensten. Er worden voortdurend kleine muurtjes mee gestapeld. Ze functioneren dankbaar als uitlegmiddel.
Bij de opdrachten 10 tot en met 14 worden figuren van Escher op grote gele vellen geplakt. Hier blijkt het praktische nut van groepswerk. Er zijn niet genoeg scharen en de vellen passen niet op één tafeltje.
Twee jongens vormen een groepje. De ene heeft al ontdekt hoe je de figuren over elkaar heen moet plakken om één figuur te krijgen. Zijn maat zit nog te piekeren. Hij pakt de spullen en wil het voor gaan doen. 'Nee, geef hier, dat wil ik zelf doen.'
Natuurlijk wordt het een grote bende in het lokaal, naar oude maatstaven gerekend. Overal snippers papier en veel rumoer. Maar Kees heeft de organisatie goed in de hand. Hij laat meteen de rotzooi opruimen als het plakken gedaan is. Aan het eind van de les is de opdracht: 'Tafels recht, schaar inleveren.'

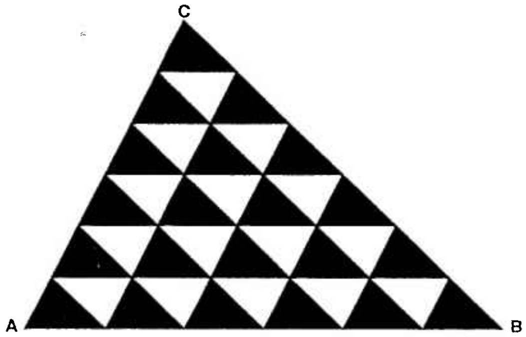
Een actieve doe-les. Het denken moet nog komen. De leerlingen zijn op een spoor gezet. Kees vertelt dat hij de week ervoor, tijdens een cursus voor AB-scholen, zelf

heeft ervaren hoe belangrijk het is om te knippen en te plakken. Ze moesten zelf een vaas in elkaar zetten. 'Dan merk je hoe belangrijk het is.'
Ik herzie mijn mening: het was een doe- èn denk-les.

Het vierde uur: Wim Schaafsma en mavo 3c

Tja, eigenlijk was er een proefwerk gepland in deze les. Wim was even vergeten dat ik kwam. Voordat ik kan protesteren is hij al het lokaal uit om de nieuwe pakketjes te halen.

Wim deelt *Driehoekje leggen* uit. Er staat november 1990 boven. Het is dus nog nat van de inkt. Centraal thema is het bedekken van een driehoek met tegeltjes:



De eerste helft van het pakketje is gevuld met het intekenen van driehoeken. Deze opdrachten leiden op een vanzelfsprekende manier tot allerlei berekeningen en redeneringen die met gelijkvormigheid zijn aan te pakken. In de tweede helft van het pakketje wordt er vooral geteld. Hoeveel zwarte tegeltjes zijn er, hoeveel witte? Kun je een formule bedenken die aangeeft hoeveel zwarte en witte tegeltjes er zijn in een driehoek met n lagen?
Wim begint met een gesprek over de bijzondere huizen die bij de school zijn gebouwd. Sommige zijn piramidehuizen. Die kunnen een driehoek als vloer hebben.
'Stel dat je die zou willen beleggen met witte en zwarte tegels, hoe doe je dat dan? Zijn die tegels er wel bij de *Gamma*?'

De leerlingen gaan aan het werk. Ze moeten netjes met potlood werken. Er staat een puntenslijper in het lokaal en daar wordt dankbaar gebruik van gemaakt. Eerst moet een figuur worden getekend zoals hierboven. Voor enkele leerlingen blijkt het lastig om dat netjes te doen. Ze zijn daar de rest van het uur mee bezig. Je moet het trouwens ook wel netjes doen want anders komt het niet uit.

Het verbaast me dat sommige leerlingen zoveel moeite hebben om netjes evenwijdige lijnen te tekenen. Het lijkt wel of ze voor de eerste keer een geodriehoek vasthouden.

Na afloop brengt Wim me naar de volgende les. Tussendoor praten we nog wat na. 'Het verschil tussen C en D-niveau moeten ze afschaffen', vindt Wim. 'Van het gedifferentieerd lesgeven komt toch niets terecht in de klas. Pas twee dagen voor de uitslag van het examen bepaal je wat C of D is. De praktijk is dan dat een C-leerling er gewoon een punt bijkrijgt.'
Wim vindt lang niet alle pakketjes even goed. *'Pythagoras* is slecht, bijvoorbeeld. Van *Schaduw en Diepte* wist ik pas na zeven keer lesgeven hoe het werkt. *Wiskundelijn* bevat de stof meer verborgen. De pakketjes gaan over het algemeen wel rechter op hun doel af.'

Het vijfde uur: Simon van der Goot en klas lbo 2a

Ook voor Simon kom ik onverwacht, maar ik ben van harte welkom. De klas is een kleine jongensklas. Aan de orde is het huiswerk, *Wiskundelijn, deel 2A*, opgaven 48 tot en met 54. De paragraaf heet 'Machten van 10'. Het gaat over het schrijven van een getal in machten van 10. Dus: $128 = 8 \times 1 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^2$.
Opgave 54 gaat over de standaardvorm. Het eerste getal ligt tussen één en tien, daarna krijg je een macht van 10. Het boek geeft het precies aan en Simon herhaalt het: 'Zet eerst die komma en tel dan het aantal cijfers achter de komma. Dan weet je de macht.'
Op bladzijde 165 staat een verschrikkelijk groot getal: $3{,}3 \times 10^{23}$. 'Schrijf dat maar eens uit,' zegt Simon, 'ruil met je buurman en controleer elkaars werk.'
De opdracht wordt trouw uitgevoerd.

Een kleine en eenvoudige opdracht met een diepere betekenis. Niet alleen ervaren leerlingen hoe groot die getallen echt zijn, ze zien tegelijkertijd dat je door de standaardnotatie de zaak overzichtelijker kunt maken. Toch heb ik de indruk dat het geheel wat afstandelijk blijft voor leerlingen.
Ik kan natuurlijk niet nalaten om over het onderwerp door te denken. Het is een prachtig thema en Wiskundelijn *doet haar best om er nog wat van te maken met voorbeelden uit de sterrenkunde, maar het gaat natuurlijk lang niet ver genoeg. Hoe groot is $3{,}3 \times 10^{23}$ nou eigenlijk? Wat moet je je daarbij voorstellen?*
Je zou daar best een les of vier zinvol mee kunnen vullen. Je zou ook leerlingen dat gevoel voor grote getallen willen meegeven. Hoever is de zon hiervandaan? Hoe lang zou je daarover fietsen? Hoeveel seconden leef je al? Enzovoorts...
Wiskundelijn *komt daar niet aan toe. (Er was eens een ruimtevaarder op weg naar een verre planeet, op een afstand van 10^{22} km van de aarde verwijderd. Natuurlijk heeft hij een kilometerteller in standaardnotatie. Na een paar jaar reizen ziet hij de teller op 10^{21} staan. 'Gelukkig', zegt hij bij zichzelf, 'ik begon me al aardig te vervelen maar ik ben er bijna.')*

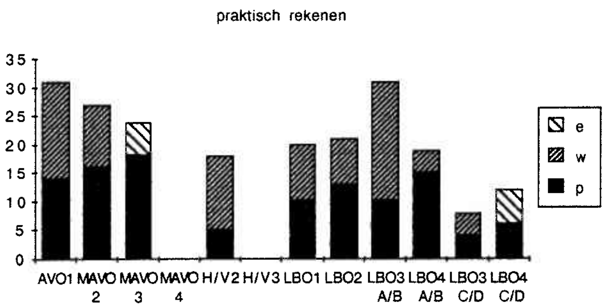
Simon vindt het moeilijk om de pakketjes met *Wiskundelijn* te combineren. 'Je laat weleens dingen weg waar je later spijt van hebt en je doet weleens zaken dubbel. Lbo-leerlingen hebben trouwens nogal eens leesproblemen met de pakketjes.'

Intermezzo

Tot zover heb ik zomaar een dag meegemaakt bij Greijdanus. De dag is vast niet representatief voor alle dagen, maar toch is het er één. Drie van de vijf lessen hadden een klassiek patroon: klassikaal huiswerk bekijken, stukje uitleg, zelf aan het werk, eventueel nog eens klassikaal naar de gemaakte opdrachten kijken. Twee lessen waren echte knip-, plak- en tekenlessen. Die verhouding is vast niet representatief.

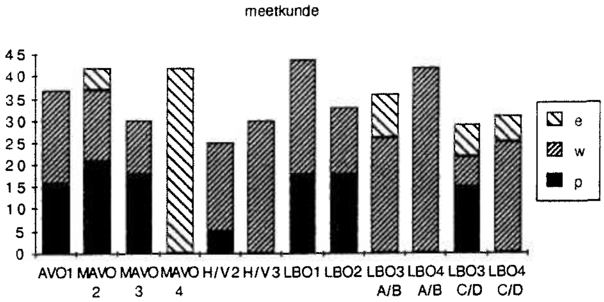
Opvallend is de grote betrokkenheid van de leerlingen bij de les. Er wordt gewerkt als paarden. Alleen in 2-lbo waren er weleens wat concentratie-moeilijkheden. Het lijkt me dat de docenten van Greijdanus zich in een groot avontuur hebben gestort. Ik moet een volgende keer beslist vragen hoe ze zo gek hebben kunnen zijn. Ga er maar aan staan: je begint aan een experiment waarvan er op dat ogenblik nog bijna niets op papier staat, dat vergaande gevolgen heeft voor de hele organisatie van je lessen in de onderbouw, terwijl je nog nooit aan zoiets hebt meegedaan. Chapeau!

Vier van de vijf lessen werden gegeven uit pakketjes, één daarvan was bewust zo gekozen omdat ik er was. Hoe ligt de verhouding pakketjes en *Wiskundelijn*? In het informatiemapje van de sectie staat per week keurig uitgeschreven wat er gaat gebeuren in iedere afdeling. Enig telwerk levert voor het leerstofgebied *Praktisch Rekenen* het volgende resultaat:

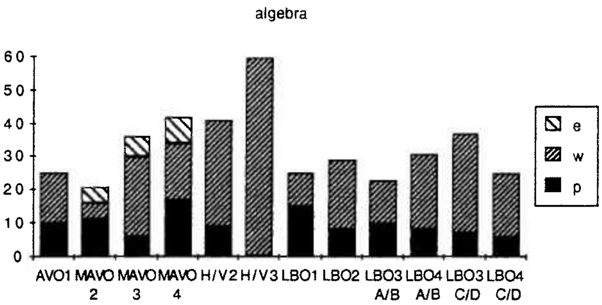


De grafiek geeft een overzicht van *percentages* (van het totale aanbod) van het gebruik van eigen materiaal (e), gedeeltes uit *Wiskundelijn* (w) en W12-16 pakketjes (p). De percentages zijn niet allemaal even betrouwbaar. Voor avo 1 (brugklas mavo, havo, vwo), h/v2 en h/v3 (havo/vwo 2 en 3) en lbo 3 C/D zijn ze gebaseerd op het geplande aantal lessen, voor lbo 1, lbo 2, lbo 3 A/B en lbo 4 A/B op het geplande aantal weken, voor mavo 2, 3 en 4 en lbo 4 C/D op het geplande aantal onderwerpen. Het praktisch rekenen is in mavo 4 en h/v3 volledig afgeschaft. Gemiddeld genomen wordt er iets meer van de pakketjes dan van *Wiskundelijn* gebruik gemaakt. Per leerjaar kan dit trouwens erg verschillen.

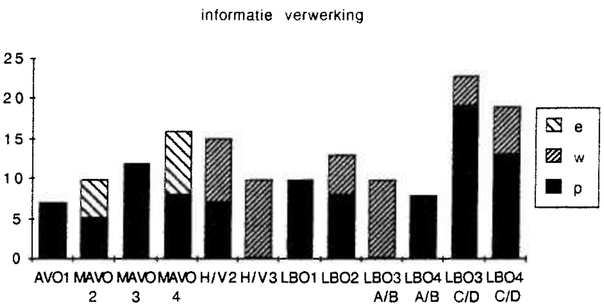
Verticaal staan weer de percentages. Voor de betrouwbaarheid geldt weer hetzelfde als voor de vorige grafiek. Hoewel de pakketjes de naam hebben sterk op de meet-



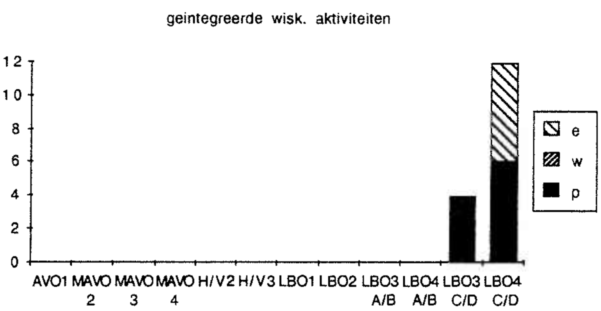
kunde te zijn gericht, blijkt uit dit overzicht dat *Wiskundelijn* het meest gebruikt wordt. In mavo 4 wordt helemaal met eigen materiaal gewerkt.



Het gebruik van de pakketjes ligt bij dit leerstofgebied rond de 10%. Maar ze komen wel in alle leerjaren voor, h/v 3 uitgezonderd. Onder dit onderwerp valt ook het leren werken met functies en grafieken.



In dit leerstofgebied spelen de pakketjes een dominante rol. Dat is ook niet zo verbazingwekkend want het gebied is min of meer nieuw. Het bevat onderdelen uit de grafentheorie en uit de beschrijvende statistiek.



GWA (Geïntegreerde Wiskundige Activiteiten) heeft op Greijdanus alleen een invulling in het lbo gekregen. De bedoeling is een soort projectachtige aanpak waarbij de relatie met andere vakken wordt gelegd. Ongeveer 10% van het programma zou hiervoor gereserveerd moeten worden.

Het is verleidelijk om de mate van het gebruik van pakketjes en eigen materiaal als mate van vernieuwing op te vatten. Toch is dat niet terecht. In het overzicht is niets te zien over de gemaakte keuzes uit *Wiskundelijn*. Uit de lijst van onderwerpen, met name in het lbo, is iedere keer een duidelijk themagerichte keuze gemaakt rondom een bepaald onderwerp. Dat zijn dan onderwerpen die passen in de uitgangspunten van het nieuwe programma. Dat heeft tot gevolg dat er weleens kriskras door een bepaald deel van *Wiskundelijn* wordt gesprongen. Daarmee haal je natuurlijk nogal wat 'rommeligheid' binnen je programma, die alleen maar door een goede organisatie kan worden opgevangen. Al lezend en tellend krijg ik een diep respect voor de durf van de sectie wiskunde van Greijdanus om zo creatief met een schoolmethode om te gaan.
In het volgende tabelletje staat nog een overzicht van het gebruik binnen de verschillende afdelingen. De getallen zijn weer percentages.

	Pakketten	Wiskundelijn	Eigen werk
avo 1	47	53	0
mavo	44	28	28
h/v	13	87	0
lbo 1 en 2	50	48	0
lbo A/B	26	70	5
lbo C/D	40	48	13

De cijfers spreken bijna voor zich. Natuurlijk moeten ook deze percentages met een korrel zout genomen worden. Het gaat om het globale beeld.
Het hoofdaccent van het gebruik van het W12-16 materiaal ligt in avo 1, mavo en lbo C/D. In h/v is het gebruik zeer beperkt, alleen in h/v 2. Ook in lbo A/B is het gebruik beperkt.
Met dit feitenmateriaal gewapend, maak ik een nieuwe afspraak voor een tweede bezoek aan de school. Ik wil graag wat meer derde en vierde klassen zien en ik zou eens een uurtje met de sectie willen praten. Alles kan. De keuze valt op 21 februari.

De tweede dag in de klas

De winter is nu bijna over. In Groningen is de sneeuw al weggedooid. Tot mijn verbazing is het in Zwolle nog wit. Deze dag zal ik vijf lessen volgen. Daar tussendoor zal ik een gesprekje hebben met Wim Schaafsma. Na de lessen mag ik in het wekelijkse sectieoverleg een aantal vragen stellen.

Het eerste uur: Cor Smit en lbo 2

Een kleine klas: negen meisjes en zes jongens. In deze les maken de leerlingen voor het eerst kennis met statistiek. Aan de orde is hoofdstuk 3 van deel 2B van *Wiskundelijn*.
Eerst geeft Cor een korte toelichting op het nieuwe woord 'statistiek'. Op het bord komt te staan: 'Statistiek = Gegevens verzamelen.' Als voorbeeld neemt hij de rapportcijfers voor wiskunde van deze klas.
'Ik wil graag weten, hoe goed doet de klas het nou? Ik ga die gegevens een beetje ordenen.' Achter de naam van iedere leerling wordt op het bord het vermoedelijke rapportcijfer opgeschreven. Uit deze gegevens maakt Cor een tabel en begint te turven.
Esther reageert op het woord 'turven': 'Een kind is drie turven hoog. Ik dacht dat het een lengte was.'

(Vroeger werd turf in schepen vervoerd. Bij het laden werd de turf in mandjes aangevoerd. Van ieder mandje werd eerst één turf opzij gelegd op een apart stapeltje voordat het mandje in het schip werd geleegd. Volgens mij komt daar het woord turven vandaan.)

cijfer	turven	frequentie
1 2 3 4		
5	II	2
6	II	2
7	IIII	4
8	III	3
9	II	2
10		

De klas werkt ijverig mee. Ze nemen de tabel van het bord over. Ook de grafiek wordt netjes overgenomen. Daarna wordt het gemiddelde voor de hele klas uitgerekend. De klas weet feilloos hoe je dat moet doen: alles bij elkaar optellen en delen door het aantal. Ze werken vanaf de eerste lijst met cijfers. Zakrekenmachines komen te voorschijn en leveren 7.07 als antwoord. Cor laat zien hoe je vanuit de tabel het gemiddelde kunt uitrekenen.
Cor: 'Het klassegemiddelde is een 7. Dat is een mooi cijfer.'

Een mooie sobere handelingsgerichte uitleg. Met de accenten op de goede plaats. Geen drukte over moeilijke woorden, je gebruikt ze in een goede context en dan wordt vanzelf wel duidelijk wat ze voorstellen. Ook niet teveel aandacht voor afronden. Het spreekt voor zich dat je van 7.07 een 7 kunt maken.

De leerlingen gaan zelf aan het werk met opdrachten uit het boek. Het gaat om het turven en tellen van weertypes. Alle leerlingen zijn aan het werk. Esther heeft wat concentratieproblemen, toch gaat ze iedere keer weer uit zichzelf aan het werk.
Er vliegen een aantal spontane reacties door de klas:
Ll: 'Meneer, wat is dit boek toch moeilijk zeg.'
Cor: 'Dan heb je ook eens een gemakkelijke les.'
Ll: 'Ik vind dit wel leuk, ik snap het tenminste.'

Dit is niet het beeld van een lbo-klas zoals je dat in onderwijskundige en aanverwante publikaties tegenkomt. Er is geen leerling die niets wil, niets kan. Geen leerling die ongeïnteresseerd in de stoel hangt. Er wordt actief gewerkt.

Het tweede uur: Paul-Robert Borg en lhno 4 b/c

De klas bestaat uit zes jongens en twaalf meisjes. De les gaat over 'boxplots' uit het pakketje *Statistiek*.
In een vlot tempo worden een aantal essentiële aspecten van boxplots doorgenomen.
Lr: 'Wat doet een boxplot?'
Ll: 'Geeft aan wanneer het vaakst iets gebeurt.'
Lr: 'Hoe?'
Ll: 'In blokjes.'
Lr: 'Judith was er niet gisteren. Hoe kun je dat haar uitleggen?'
Volgt een poging tot uitleg aan Judith.

Weer zo'n meesterschapstruc. Je betrekt in één klap twee partijen bij de les: Judith die de discussie niet kan volgen omdat ze er niet was en de leerlingen die geacht worden alles over boxplots te weten.

Paul-Robert voelt ze grondig aan de tand: wat is het verschil tussen 'gemiddelde' en 'mediaan'? Zit de mediaan altijd in het midden in een boxplot? Wat is een kwartiel? De leerlingen slaan zich er dapper doorheen. Ze komen er in het algemeen goed uit.
Dan wordt er gekeken naar een opgave uit het pakketje. De salarissen van mannen en vrouwen in Engeland. Leerlingen moeten aan de hand van boxplots allerlei uitspraken controleren. Zoals: Bijna 50% van de mannen verdient meer dan het maximum salaris van de vrouwen. Daarna volgen nog vragen over de bloeitijd van sneeuwklokjes en het bedenken van een situatie bij een histogram. Er staan zeven staven in het histogram, dus het zal wel over dagen in de week gaan.

Tijdens de les worden mijn kritische stekels weer actief. In hoeverre verschilt deze les van een aardrijkskundeles waarin geleerd wordt hoe je grafieken moet aflezen en interpreteren? Wat is hier nou wiskundig aan? Welke vragen zijn nu typisch wiskundig? Waar worden leerlingen aangemoedigd hun gezonde verstand te gebruiken? Een verschil met aardrijkskunde is misschien dat een uitspraak daar wordt toegelicht met een plaatje. Hier gebeurt het omgekeerde: je moet een uitspraak onderzoeken aan de hand van een plaatje. Trouwens de vraag: 'Zit de mediaan altijd in het midden', zou je met een beetje goede wil een wiskundige vraag kunnen noemen.

Paul-Robert vindt dat je goed de accenten moet leggen bij de pakketjes. Het staat er allemaal wel in, maar de leerlingen kunnen dat er niet zelfstandig uithalen. Daarom ook die aandacht voor boxplots in het begin van de les. Het blijft anders teveel in de opdrachten steken.

Het derde uur: Paul-Robert Borg en lto 3c

De klas bestaat uit 21 jongens! Het onderwerp is vergroten en verkleinen van figuren, *Wiskundelijn* 3b, lbo/mavo.
In het boek staat een tekening van een zonnevis. Kun je het plaatje zo vergroten, dat het precies past in een lijst die 153 cm hoog en 108 cm breed is? Er volgen meer van dit soort problemen, bijvoorbeeld met foto's.
Paul-Robert hanteert systematisch een visgraatmodel:

foto 1	7	4.5	$\downarrow \times$
foto 2	168	115	

Het gaat erom te controleren of de vergrotingsfactoren gelijk zijn. De leerlingen hebben bij het praktisch rekenen al veel met dit soort tabellen gewerkt.
Na het bespreken van de huiswerkopdrachten wordt het geheel in een ruimer perspectief geplaatst. Paul-Robert vraagt of de leerlingen nog weten wat wiskunde ook eigenlijk weer was. Een aantal reageert. 'Er zijn drie elementen: werkelijkheid, model, rekenen.'
Paul-Robert laat zien dat deze omschrijving in dit hoofdstuk van toepassing is. Wat is de werkelijkheid? Foto's vergroten of verkleinen. Door te meten haal je gegevens uit de werkelijkheid (informatie verzamelen). Die gegevens worden geordend in de tabel (het model). Aan het model kun je rekenen.
Paul-Robert benadrukt dat het boek het wat anders doet. Dat begint meteen al heel wiskundig. Daarom is de *kern* eerst overgeslagen. Nu wordt er alsnog naar de *kern* gegaan.

Als de leerlingen aan het werk zijn, vraag ik Paul-Robert of hij dat idee van wiskunde 'op bevel' van Utrecht heeft ingevoerd. Ik herken namelijk typisch Freudenthaliaanse trekjes. Nee, dat is niet het geval. Hij heeft het zelf ingevoerd en er in de eerste lessen van dit schooljaar aandacht aan besteed.

Daarmee heeft Paul-Robert duidelijk aangegeven welke wiskunde er in het programma zit en heeft hij de vraag beantwoord die ik mezelf naar aanleiding van de vorige les stelde. Toch ben ik niet tevreden. Juist voor deze lto-leerlingen zou ik liever wat praktischer toepassingen zien. Bijvoorbeeld aan de hand van technische tekeningen of bouwtekeningen. Die werkelijkheid in Wiskundelijn *is wel erg beperkt tot tekeningen en foto's.*

Het vierde uur: Paul-Robert Borg en lto 4c

Alweer alleen maar jongens. Nu zijn het er vierentwintig. Ook nu gaat het over gelijkvormigheid en komt het materiaal uit *Wiskundelijn*. In de klas wordt uit twee boeken gewerkt. Sommige leerlingen hebben deel 4 lbo B/C-niveau bij zich. De anderen werken uit deel 4 lbo C/D-niveau. De boeken hebben een grote overlap.

Paul-Robert begint deze les met de definitie van wiskunde. Wat is wiskunde?
a. Werkelijkheid: foto's, negatief met foto, verkleinen/

vergroten. Allemaal voorwerpen met dezelfde vorm.

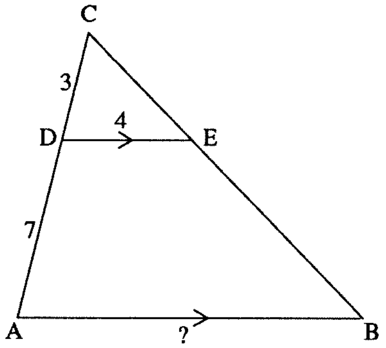
b. Model: Paul Robert neemt het voorbeeld van een luidspreker in het lokaal en een vlak van het schoolbord. Beide zijn vierkant. Je kunt de gegevens in een tabel ordenen:

bord	1 m	1 m
box	25 cm	25 cm

$\downarrow$ × ? 0.25 verkleining

c. Rekenen: het bepalen van de vermenigvuldigingsfactor.

Het boek slaat deze fase over. Als voorbeeld geeft Paul-Robert een opgave uit het boek waar hij zelf de getallen bij heeft bedacht.



Van de situatie wordt een tabel gemaakt:

Δ DEC	DC = 3	DE = 4
Δ ABC	AC = 10	AB =

$\downarrow$ ×

Is de factor $\frac{3}{10}$? Of $\frac{10}{3}$?

Er wordt vergroot, dus is het $\frac{10}{3}$, dan is AB = $\frac{10}{3} \times 4 = 13\frac{1}{3}$.
Nu een lastige: EB = 9, gevraagd CE.
Weer een schema:

Δ DEC	DC = 3	EC = p
Δ ABC	AC = 10	BC = 9 + p

$\downarrow$ ×

'Die weegschaal heb ik nodig. Hoe krijg ik die?'

$$3\tfrac{1}{3} \times EC = BC$$
$$3\tfrac{1}{3} \times p = p + 9$$

'Hoe kun je die weegschaal vereenvoudigen?'

$$3\tfrac{1}{3}\, p = p + 9$$

'Keer 3? Waarom?'

$$10p = 3p + 27$$
$$7p = 27$$
$$p = \tfrac{27}{7} \approx 3.9$$

Ll: 'Mag je het met Pythagoras doen?'
Lr: 'Mag je het met Pythagoras doen?'
Ll: 'Nee. Geen rechte hoek.'

Wat is de werkelijkheid? Een getekende driehoek ABC is toch ook werkelijkheid? Er wordt over het algemeen zo krampachtig met die realiteit in realistische contexten omgesprongen. Het moet altijd zo nodig uit de fysieke realiteit komen. Alles is dan goed, als het maar geen wiskunde is. Deze leerlingen hebben er geen enkel probleem mee om in een driehoek te rekenen. De wiskundige werkelijkheid van driehoeken past ook goed in hun belevingswereld. Dat je dan een letter p gebruikt om de lengte van een lijnstuk aan te geven, is misschien voor hen nog wel gemakkelijker te aanvaarden dan het aangeven van een aantal konijnen met een p (van populatie).

De leerlingen gaan aan het werk. Achterin de klas maken we even een praatje. Paul-Robert vindt dat het boek veel te ver gaat voor het COW-gebeuren. Je kunt het echt maar voor een gedeelte gebruiken.

Het vijfde uur: een intermezzo met Wim Schaafsma

Tijd om even te schaften. Wim heeft een tussenuur. Dat is een mooie gelegenheid om wat dieper op een aantal ervaringen door te praten. We vinden elkaar eerst op het onderwerp over computergebruik in de klas. Wim is een computerdocent van het eerste uur. Hij geeft vandaag het ene uur wiskunde en het andere uur informatiekunde. Een mooie afwisseling, vindt hij. Het programma voor informatiekunde is nog erg mager. Je komt eigenlijk niet veel verder dan de eerste beginselen van MS DOS en het leren werken met een tekstverwerker.

Wim heeft een aantal uitgesproken ideeën over het W12-16 programma.
In de tweede klas moet je al beginnen met vergelijkingen oplossen, anders krijgen ze het in de derde geweldig voor hun kiezen met algebra. In het algemeen vindt hij de koudwatervrees van de programmamakers voor het invoeren van variabelen niet terecht.
Voor meetkunde krijgen de leerlingen nu in de vierde klas op hun donder. Vooral de goniometrie geeft dan problemen. De sinusfunctie is als een periodieke functie ingevoerd, maar dan snappen ze dus niets meer van de sinus als verhouding en wat een sinus nu met hoeken te maken heeft. Er moet voor de meetkunde nog een betere doorlopende opbouw komen.
Statistiek loopt heel goed. Het pakketje *Combinatoriek en Voorspellen* in klas 2 is spannend en leuk. Alleen het kansbegrip hoort er niet thuis. Hij snapt niet waarom die boomdiagrammen nou zo nodig horizontaal moeten worden getekend. (Ik snap dat ook niet.)
Als belangrijk winstpunt ziet Wim vooral dat de leerlingen op een andere manier met grafieken leren omgaan. Het zijn niet alleen maar lijnen en parabolen. Je hebt ook allerlei maffe grafieken, grafieken die iets beschrijven. Leerlingen kunnen daar over het algemeen heel goed mee uit de voeten. Bij de mondelinge schoolonderzoeken kun je daar goede vragen over stellen.

Het zesde uur: Wim Kuipers en mavo 4

Deze les is de wekelijkse examentraining. De leerlingen hebben het experimentele C-examen 1990 in een apart schrift gemaakt en ingeleverd. Wim bespreekt de resultaten.
De eerste serie van zes opdrachten gaat over vergelijkingen van lijnen. In opdracht 2 moet het snijpunt van twee

lijnen worden berekend. Wim laat zien dat dat op drie manieren mag: de vergelijkingen oplossen, een visgraattabel maken of laten zien dat invullen van de uit de grafiek afgelezen waarde van x van het snijpunt in beide functies dezelfde waarde vòor y oplevert.

Ik heb tot nu toe niet echt serieus naar het experimentele eindexamen gekeken. Deze les dwingt me ertoe. De opvatting van Wim over de beoordeling van de eerste serie opgaven lijkt me heel liberaal. Hij legt wat minder accent op de formele rekenpartij, maar staat ook andere verstandige oplossingen toe. In de volgende series staan nogal wat vragen waarin de leerlingen moeten uitleggen waarom iets wel of iets niet mogelijk is. Dat geldt in het bijzonder voor de opgaven over meetkunde. De algebra blijft verder beperkt tot het oplossen van twee tweedegraadsvergelijkingen.

Na de behandeling van de moeilijkheden gaan de leerlingen aan de gang met het oefenexamen D-niveau. Wim loopt helpend rond.

Ik stort me ook op de opgaven. De eerste serie gaat over een fietswedstrijd tussen vier leerlingen. Van één leerling is de grafiek gegeven, van de anderen staan de gegevens in woorden. Daaruit kan worden afgeleid wat de uitslag was van de wedstrijd. Een grafiek kan daar heel goed bij helpen, maar die komt pas een vraag later. Ik ontdek dat ik nogal wat tijd nodig heb om de opgave te maken. Alleen al het zorgvuldig lezen en herlezen kost nogal wat tijd. De laatste opgave kan ik zelfs niet eens maken en de gebruikelijke onzekerheid overvalt me: ligt dat nou aan mij of zit er een fout in de opgave? Hoe zou een leerling op het examen zich voelen in die situatie? Trouwens, wie nog eens terugkijkt naar de eerste les die ik bij Wim observeerde, zal ontdekken dat er niet zoveel verschil bestaat tussen de opdrachten in die les (brugklas) en deze opgaven.
Het examen bevat duidelijk minder standaardtechnieken. Het is veel meer gezond verstandswerk geworden. Goed lezen, een goede tekening maken, handig rekenen, nadenken èn inspiratie lijken me de steekwoorden. Zie vraag 21: 'Kun je jezelf helemaal zien in een spiegel die 100 cm lang is? Laat dat met behulp van een tekening zien.'

Het laatste uur: gesprek met de sectie

De sectie bestaat uit twaalf docenten. Er is een soort verdeling tussen eerstegraads en tweedegraads docenten. Een dergelijke taakverdeling kom je tegenwoordig bijna op alle brede scholengemeenschappen tegen. De sectie is op donderdagmiddag het zevende en achtste uur uitgeroosterd ten behoeve van het sectieoverleg.
Twee docenten zijn afwezig. Na drie kwartier zullen twee anderen vertrekken. Mieke Abels, de contactpersoon tussen de sectie en het team W12-16, is ook present. Met haar heb ik een voorgesprek gehad over het experiment op Greijdanus. Ze gaf wat achtergrondinformatie over de gang van zaken tijdens het experiment en over haar rol daarin.
Ik heb wat vragen voorbereid naar aanleiding van wat ik in de les gezien heb. Algauw word ik in de gelegenheid gesteld om ze te stellen. De antwoorden zijn niet altijd even ondubbelzinnig weer te geven en spreken elkaar ook weleens tegen. Ondanks die verdeeldheid zal ik de sectie als één sprekende persoon aan het woord laten. Daarbij zal ik wel streven naar volledigheid. Die persoon kan zichzelf dus tegenspreken.

Hoe zijn jullie zo gek geworden om aan het experiment te beginnen?
We hebben geantwoord op een vraag van de COW. Ze zochten een brede scholengemeenschap tussen Utrecht (OW&OC) en Enschede (SLO). Die vraag kwam precies op het ogenblik dat we een nieuwe methode (*Wiskundelijn*) hadden gekozen. We gebruikten er drie: *Getal en Ruimte*, *Sigma* en *Passen en Meten*. Er moest nodig gesaneerd worden. Het COW-experiment werd een vervolg op de discussie over de nieuwe methode onder het motto: wie A zegt moet ook B zeggen. We dachten dat we er zelf veel van zouden kunnen leren. De behoefte aan verandering kwam echter vooral uit de mavo/lbohoek. Het experiment is een bindend element geworden binnen de sectie. Dat was niet voorzien. We hebben het gevoel dat we samen bezig zijn om na te denken over wat je eigenlijk wilt bereiken met wiskunde op school.

Is er inmiddels sprake van een soort gemeenschappelijke visie op wiskunde? Ik zag bij Paul-Robert in de les dat hij een hele speciale visie heeft op wat wiskunde nu eigenlijk is.
Nee, dat is tenminste niet zo uitgesproken. Ieder geeft op zijn eigen manier les. Je moet wel omschakelen. Je moet zien los te komen van oude methodes. Dat kost langer dan een jaar. Sommigen vinden dat het leren hanteren van regels een belangrijke rol zal blijven spelen in de wiskunde. Bijvoorbeeld het differentiëren van functies.

Geef je ook anders les?
Ja, het is minder frontaal. Maar het vreet energie. Je werk zou als leraar door de veranderingen eigenlijk lichter moeten worden. Je bent meer afhankelijk van de motivatie van de leerlingen, omdat de opener vraagstelling van elke leerling verwacht dat hij/zij er weer over nadenkt. Bij de abc-formule is dat toch anders. Daar is het: 'Pats boem, zo werkt de formule. Doe het maar.'

Maar is dat niet een tijdelijk probleem dat vanzelf weer overgaat?
Je maakt een soort omslag in jezelf doordat je meer procesgericht bezig bent in de klas. Het materiaal roept dat op. Waar je ook zo verschrikkelijk moe van wordt, is het heen en weer switchen tussen de pakketjes en het boek. We zijn verschrikkelijk vaak bij elkaar geweest voordat we een andere methode hadden gekozen.

Hoe vind je de pakketjes ten opzichte van Wiskundelijn?
Wiskundelijn is voor het grootste deel anders. Voor leerlingen die niet met pakketjes hebben gewerkt of er weinig mee werken, is *Wiskundelijn* in het begin gemakkelijker om zelfstandig mee aan de slag te gaan. De pakketjes vragen een andere aanpak. Ze zijn niet minder duidelijk.

Hoe regelen jullie dat met de toetsen? Dat is over het algemeen een heel moeilijk probleem bij dit soort wiskunde.
We maken zelf toetsen. Er wordt op een andere manier geëxamineerd met mondelinge schoolonderzoeken. Daar is de stof ook geschikter voor.

Hoe is de aansluiting van mavo naar vervolgonderwijs?
Er is alleen wat bekend over de leerlingen die naar de havo zijn gegaan. Je ziet geen verschil tussen leerlingen die van havo 3 komen en leerlingen die van mavo 4 komen. Maar die hebben natuurlijk ook nog voor een groot deel het oude programma gedaan. Er is wel bezorgdheid over de aansluiting van het vwo naar de exacte studierichtingen, ook naar het hbo toe. Maar voor wie is wiskunde nu eigenlijk bestemd? Voor de 10% van de leerlingen die later in een exacte richting na het vwo verder gaan, of voor alle leerlingen? Die afweging en de verantwoording van de impliciet gemaakte keuzen is nog lang niet helder.

Hoe zit het met de algebra?
Er zijn wel wat problemen met andere vakken. De parabolica is gelukkig verdwenen. Maar nu krijgen ze een klap voor hun kop in de derde klas. We proberen de algebralijn via *Wiskundelijn* intact te houden. Er is grote onduidelijkheid over de algebralijn. Er ontbreekt een duidelijke visie. Waarom zitten bijvoorbeeld $y = \sin x$ en $y = \frac{1}{x}$ in de algebralijn? De visie zou voor de schrijvers heel erg helder moeten zijn.

Wat zou je adviseren aan docenten die met het andere programma aan de gang gaan?
Het is naar een aantal kanten winst. Iedere docent zou het experiment moeten aandurven. Voor de huidige experimenteerders is het heel ontmoedigend om te zien dat de discussie vooral door verontruste havo/vwo docenten wordt gevoerd die verontrust zijn over de aansluitingsproblemen. Het gaat in eerste instantie om leerlingen van twaalf tot zestien jaar.

Na deze laatste vraag ontstaat een soort rondvraag. Een paar docenten geven duidelijk aan dat ze bang zijn dat mijn beeld wat positief vertekend is, doordat ik vooral lessen heb bijgewoond van docenten die enthousiast zijn over het huidige programma.

Er is toch ook wel kritiek. Lang niet alle leerlingen zijn enthousiast. Wat leren ze van het nieuwe programma? Daar zou ook eens wat meer onderzoek naar gepleegd kunnen worden. Ook wordt er binnen de school verdeeld gereageerd op de experimenten.

Tot slot

In dit verslag komen een aantal knelpunten naar voren. Ik noem er een paar.

- Het tijdstip waarop leerstoflijnen op gang komen, luistert heel precies. Met algebra kun je niet te vroeg beginnen, maar ook niet te laat. De tweede klas lijkt het goede tijdstip. Dan moeten ze in ieder geval vergelijkingen hebben leren oplossen. Voor de meetkunde kun je niet vroeg genoeg beginnen.
- Is dit nog wel wiskunde? Om een positief antwoord op die vraag te kunnen geven moet je behoorlijk diep graven. Dat betekent dat een duidelijke visie over de aard van wiskundige kennis en activiteiten niet direct uit het materiaal is af te leiden.
- Ook de visie over de leerstofgebieden moet helderder worden aangegeven. Waar wil je heen en hoe wil je dat bereiken?
- Een meer open probleemstelling vraagt een andere stijl van onderwijzen in de klas. Meerdere antwoorden en oplossingsmethoden kunnen goed zijn. Dat lokt discussie uit en het is ook belangrijk dàt die discussie kan plaatsvinden. Daar wordt het werk van de docent niet gemakkelijker van.
- Gaat het programma wel ver genoeg? Wie de eerste en laatste les in dit verslag met elkaar vergelijkt (in het bijzonder de opgaven over fietsende leerlingen), heeft reden tot bezorgheid over dit punt.

Desondanks valt er veel positiefs af te leiden uit de waarnemingen in de klas. Heel opvallend is de inzet en de betrokkenheid van leerlingen bij de dingen die ze doen. In welke lbo-klas kom je nog leerlingen tegen die spontaan uitroepen dat ze dit best leuk vinden? Eén ding is zeker: het oude programma moet veranderen en het nieuwe is in dat opzicht al een hele verbetering.