

Mekka

F.J. van den Brink/M. Meeder
W12-16, Utrecht/Enschede

Daar was hij: de imam.

Ik stelde maar meteen mijn vraag:

'Als u bidt, dan bidt u toch naar het oosten?'

'Nee hoor, naar Mekka', antwoordde hij.

'Maar hoe weet u waar Mekka ligt? Het oosten kan ik wel vinden, maar Mekka ...'

Zo begint het W12-16 pakket *Mekka* dat bedoeld is voor klas drie of vier van de mavo en dat voornamelijk handelt over ruimtemeetkunde op de bol. Dit artikel gaat over de achterliggende ideeën bij het pakket, de perikelen bij het ontwerpen van zo'n nieuw, cultuurgebonden onderwerp en over de ervaringen ermee met leerlingen op school. De cursief gedrukte stukjes in de tekst komen uit de werkbladen.

Waarom ontwikkeld?

Er zijn verschillende aanleidingen geweest om juist dit onderwerp te kiezen. We vroegen ons allereerst af of moslims naar het oosten bidden dan wel naar een vaste plek op aarde. In dat laatste geval vermoedden we aardige wiskunde te ontdekken die vergelijkbaar is met de problematiek van de geografische en de magnetische noordpool. De richting Noordpool is voor elke plaats op aarde anders. Zo ook de richting naar Mekka. Islamieten in Indonesië bidden een andere kant op dan islamieten in Nederland en toch bidden ze allemaal richting Mekka. Om deze problematiek goed te begrijpen, moeten we wiskundige middelen introduceren die te maken hebben met een bol, de aardbol.

Dat brengt ons op de tweede reden voor het ontwerp: de globe is in menig opzicht een beter model voor de aarde dan de wereldkaart. Door migratiebewegingen van de laatste jaren en door de toegenomen communicatiemogelijkheden is de wereld waarin wij leven de gehele wereld geworden en die is een bol. Om bepaalde vragen te kunnen beantwoorden over de aarde voldoen denkmodellen zoals kaarten en plattegronden niet meer. Bij het plaats bepalen, oriënteren op richting en afstand kunnen we deze modellen alleen gebruiken, als de afstanden relatief klein zijn. Bij grote afstanden loop je al snel tegen de afwijkingen aan die een projectie van onze aardbol op

een plat vlak (een kaart) geeft. De platte kaart voldoet niet goed in een communicatiewereld die bol is. Daarom wordt in dit pakket de bol als denkmodel geïntroduceerd.

Een derde reden is de grote migratie van islamitische mensen naar Westeuropese steden. Ook op onze experimenteerscholen komen steeds meer allochtone leerlingen, waaronder veel islamieten. We vroegen ons af of we in ons ontwerpwerk ook expliciet met dit gegeven rekening konden houden. Dus waarom niet vanuit een onderwerp binnen bijvoorbeeld de islamitische cultuur gestart? Het pakket is er een poging toe. Voor islamitische kinderen is de vraag 'Waar ligt Mekka?' een alledaags verschijnsel: ze bidden vijfmaal per dag in die richting.

De vierde aanleiding was onze interesse voor wiskundige vraagstukken die volwassenen tegenkomen bij de uitoefening van hun beroep of functie. Via interviews proberen we daar achter te komen. Gewoon erop af dus: òp naar de imam.

'Je kan Mekka op drie manieren vinden', legde de imam me uit.

'Allereerst kun je het zien aan de zon. Maar die zie je hier in Nederland niet vaak. ... Daarom een tweede manier.'

Ik was verbaasd toen hij me vertelde met een soort kompas de richting naar Mekka te vinden.

In het Spaans, dat door het Arabisch is beïnvloed, betekent 'iman' niet alleen: 'imam', maar ook 'magneet'.

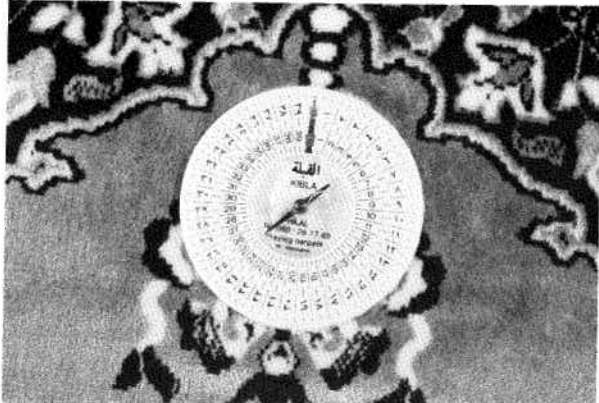
'Maar als je nu de zon niet kan zien en als je ook dat kompas niet hebt', ging de imam verder, 'dan is er nog een derde manier: je gevoel van verbondenheid met Mekka'.

'Maar dan bidt een moslim in Amsterdam in een andere richting dan een moslim in bijvoorbeeld Turkije, Marokko of Indonesië', viel ik hem in de rede.

De imam knikte: 'Ja'. En alsof hem plotseling een licht opging, vroeg hij me even te willen wachten, liep weg en kwam terug met een bidkleedje; in het midden zat inderdaad een kompas, dat we maar 'Mekka-meter' hebben genoemd.

'Kibla' stond er in de Mekka-meter. 'Richting Mekka', legde de imam uit. Maar hoe je het kleedje ook draaide of keerde, de kompasnaald bleef natuurlijk naar het noorden wijzen. Hoe was dat te verhelpen?

Uit een zakje onder het kleed toverde de imam een boekje te voorschijn met steden en getallen. Hij bladerde er wat in, vond: '250 Amsterdam' en draaide het kleedje zo dat de kompasnaald van de Mekka-meter naar 250 wees.



'Kibla', zei hij en lachend wees hij op de minaret van de Mekka-meter die nu naar Mekka wees.

Het pakket maakt gebruik van wat uit de aardrijkskundelessen al bekend is over kompasrichtingen, evenaar, meridianen, parallelcirkels, noord- en zuidpool, soorten kaarten, afstanden. Het sluit verder aan op onderwerpen die bij wiskunde al eerder aan de orde zijn geweest, zoals cirkels, werken met kijkhoeken en -lijnen, doorsneden, ruimtelijke figuren en plaatsbepalen in verschillende situaties.

Zonder al te uitgebreid op de bolmeetkunde in te gaan wordt de aardbol als denkmodel voor de wiskundige bol gebruikt. Grootcirkels vormen het centrale thema, dat wil zeggen cirkels op een bol waarvan het middelpunt met het middelpunt van de bol samenvalt. Grootcirkels blijken niet alleen dragers van de kortste afstanden te zijn op de bol, maar ook van start-, kijk-, wijs- en bidrichtingen.

Op platte kaarten wijken die richtingen vaak af van die op de globe. Dit verschil tussen kaart en bol, dat één van de redenen was om het cultuurgebonden pakket te maken, zou ons echter onbarmhartig treffen in ons ontwerpwerk.

'De Kibla klopt niet!' - ontwerpersperikelen

Eén van de meest emotionele momenten bij het ontwerpen van dit pakket was dat de Kibla, zoals die in het boekje van de imam stond, niet klopte. Wat moesten we daar nu mee? We hadden weinig zin om als een Rushdie in de ban te worden geslagen. Bovendien ging het ons niet om kritiek op de Kibla uit te oefenen. Toch konden we er niet omheen: volgens het boekje van de imam, moest je bijvoorbeeld vanuit Havanna pal naar het oosten bidden; met de grootcirkel mee daarentegen moest je

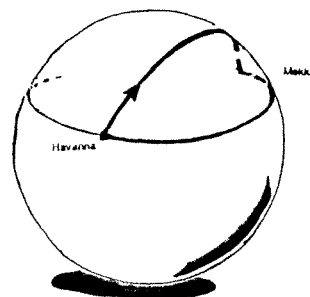
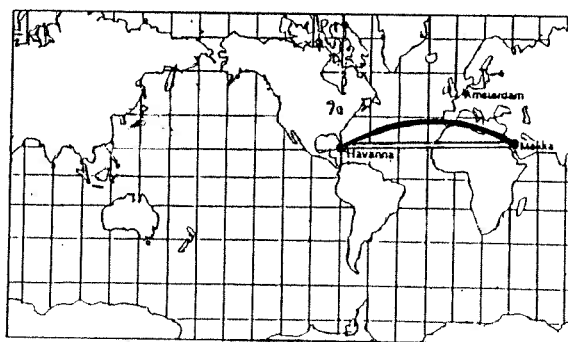
in noordoostelijke richting bidden.

In Suriname zijn binnen de Javaanse moslimgemeenschap twee groeperingen: de 'oostbroeders' en de 'westbroeders'.

De 'oostbroeders' bidden naar het oosten; de 'westbroeders' naar het westen. Beiden naar Mekka.

Studie van de geschiedenis van de islam bracht uitkomst. De Kibla is een centraal begrip in het islamitisch geloof dat niet alleen de geografische richting aangeeft; met Kibla wordt vooral de verbondenheid met Mekka bedoeld. Een ander geruststellend feit was dat het bepalen van de Kibla vanaf het ontstaan van de islam een belangrijk vraagstuk voor islamitische wetenschappers is geweest. De meeste van de tweehonderd islamitische handboeken over astronomie die tussen 750 en 1750 na Christus zijn verschenen, wijden er in ieder geval een hoofdstuk aan. Maar – en nu komt het – er waren ook verschillende constructies in omloop om de Kibla te bepalen. In sommige van die constructies beschouwde men de aarde als een plat vlak in een klein gebied rond Mekka. Voor plaatsen (zoals in Nederland) gaven deze 'vlakke constructies' een goede benadering van de richting. Arabische astronomen, van wie nooit iemand de aarde als plat heeft verondersteld [1], kenden in die tijd ook al grootcirkels om afstanden en richtingen langs de kortste afstand aan te geven. En u begrijpt het al: exacte constructies van de Kibla die op grootcirkels waren gebaseerd, gaven in het algemeen een andere richting dan de eerder genoemde vlakke constructies die men dan ook als benaderingen beschouwde [2].

Tot onze verrassing paste deze historisch gegeven problematiek van de 'vlakke constructies' en 'grootcirkelconstructies' voor de Kibla volkomen in de bedoeling die we hadden met het pakket: de vlakke wereldkaart te vergelijken met de globe als model voor de aarde.



Als je vanuit Havanna in de richting van Mekka wilt kijken, kijk je dan naar het oosten of naar het noordoosten?

Rechte hoeken van 100 graden?

Er was nog een ander geschil waarmee we tijdens dit ontwerp te kampen kregen: rechte hoeken op de Mekka-meter waren niet in negentig, maar in honderd graden verdeeld, in stukjes van tien graden tegelijk.

Een krantenkop in de Emmer Courant van 1 november 1990: 'Nieuwe moskee mist Mekka op drie graden.'

Er is veel te zeggen voor een decimalisering van de hoekmaat. Rechte hoeken van 90° bestaan bijvoorbeeld ook niet in de bouwnijverheid of in de landmeetkunde ('gon', gradiënt'). De keuze voor één van de hoekmaat-systemen is vaak meer door traditie ingegeven dan dat die keuze bewust is overwogen.

Rekenmachines laten zich op verschillende hoekeenheden instellen:

DEG, RAD of GRAD; maar ze verdelen 1 GRAD toch weer liever in 60 minuten...

Culturele verschillen kunnen blijkbaar aanleiding zijn om het relatieve van dergelijke systemen te benadrukken. Dat is waardevol, omdat bij veel van onze leerlingen het beeld leeft dat wiskunde over absolute waarheden gaat. Door het werken met een nieuwe hoekeenheid wordt hen duidelijk dat er voor verschillende systemen gekozen kan worden. Het ene systeem hoeft niet beter te zijn dan het andere. Ofschoon in dit geval er meer te zeggen is voor een rechte hoek van honderd graden [3].

Van aardrijkskundige naar wiskundige inhoud

Het pakket sluit aan op aardrijkskundige kennis, maar de inhoud krijgt al spoedig wiskundige trekjes. Door op een sinaasappel, piepschuim bol of volleybal Amsterdam of Mekka te 'prikken' voelen de leerlingen aan den lijve waarom eigenlijk de denkbeeldige lijnen, zoals evenaar, meridiaan en parallelcirkel, nodig zijn. Elk van deze denkbeeldige cirkels op de globe heeft bovendien iets speciaals: de meridianen zijn slechts halve cirkels, de parallelcirkels zijn niet allemaal even lang ...

>> Twee meridianen kunnen één grote cirkel vormen...

Özcan (klas 4 mavo): 'De nulmeridiaan en de 180-meridiaan zijn één cirkel, want langs de evenaar is het 360 graden in het rond, dus nul en 180 liggen tegenover elkaar.'

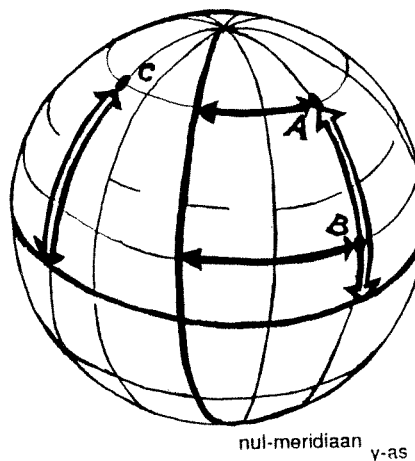
>> Hoeveel meridianen zijn er?

M'hamd (klas vier mavo): '36, geloof ik, steeds tien graden verder. Nee, toch niet: 360.' 'Hoeveel kun je er te-

kenen?' 'Een heleboel, veel meer dan 360, als u dat bedoelt.'

>> Is er ook een parallelcirkel die de helft is van de evenaar? Waar zit die ongeveer op de globe?

Özcan vraagt zich af: 'Toch ongeveer op de helft tussen de noordpool en de evenaar?'



A (40 O, 60 N)

B (40 O, 20 N)

C (30 W, 60 N)

evenaar
x-as

nul-meridiaan y-as

Globe met nulmeridiaan en evenaar

>> Streep door wat fout is:

A en B hebben dezelfde x-coördinaat/y-coördinaat.

M'hamd: 'A en B hebben niet dezelfde x-coördinaat. Bij A is die kleiner.'

Özcan: 'Maar ze liggen toch op dezelfde meridiaan; met graden is het wel zo'. De leerlingen begrijpen, dat naar mate je meer naar de pool komt, de afstand oost/west in kilometers kleiner wordt, maar in graden hetzelfde blijft. Dit is een belangrijk verschil tussen kaart en bol.

Grootcirkels

In het pakket worden nieuwe begrippen geïntroduceerd, zoals grootcirkel, pool en tegenpool, kortste afstand, die kunnen bijdragen tot een beter inzicht in verschijnselen op de bol.

Waarom neemt bijvoorbeeld een vliegtuig dat van Amsterdam naar New York vliegt 'zo'n omweg' via Groenland? Moet het dan ook nog steeds zijn koers bijsturen?

Het is niet de bedoeling om in dit pakket de bolmeetkunde axiomatisch op te bouwen. Het gaat er ons veel meer om dat leerlingen inzien hoe 'onze aardbol' in elkaar steekt. We proberen de leerlingen door vragen stapsgewijs te laten ontdekken hoe het zit met plaatsbepalen, afstanden en richtingen op aarde. Zo kunnen ze nieuwe beelden construeren en in gedachten activiteiten met de aarde uitvoeren.

'Als je de aardbol doorsnijdt, krijg je een cirkel. Zijn twee snijcirkels altijd even groot?'

Het snijden van de aarde maakt het mogelijk dat kinderen uit zichzelf op het begrip grootcirkel komen.

>> Welke uitspraken zijn goed? Welke fout?

- een grootcirkel is een cirkel die de aardbol in twee helften verdeelt;
- een grootcirkel is een cirkel die de aardbol in twee stukken verdeelt;
- een grootcirkel is een grootst mogelijke cirkel over de aardbol;
- een grootcirkel is een cirkel die door de noordpool en de zuidpool gaat;
- een grootcirkel is een cirkel met als middelpunt het middelpunt van de aarde;
- als je steeds rechtdoor vliegt, maak je een grootcirkel om de aarde;
- een grootcirkel is een cirkel op aarde met een omtrek van 40000 km;
- een grootcirkel is een cirkel die niet evenwijdig aan de evenaar loopt.

Door te overwegen welke eigenschappen wel en welke niet aan een grootcirkel kunnen worden toegedicht, breidt het begrip zich steeds verder uit. Ook aanverwante ideeën, zoals 'tegenpool' en 'kortste afstand' dragen hun steentje daartoe bij.

Tegenpool

Na de Noordpool met als 'tegenpool' de Zuidpool kiezen de leerlingen bijvoorbeeld Amsterdam of Mekka als 'pool'.

- >> Hoeveel grootcirkels kan je door Mekka trekken?
 >> Heeft Mekka ook een 'tegenpool'?
 >> Gaat elke grootcirkel door Mekka ook door de tegenpool van Mekka?
 >> Is er een grootcirkel door Mekka die ook door de Zuidpool gaat?
 >> Gaat die dan ook door de Noordpool? Waarom?
 >> Is er een grootcirkel door Mekka die door Amsterdam gaat?
 >> Gaat die grootcirkel dan ook door de tegenpool van Amsterdam?
 >> Welke coördinaten heeft de tegenpool van Mekka? Mekka zelf ligt op 21° Noord en 40° Oost.

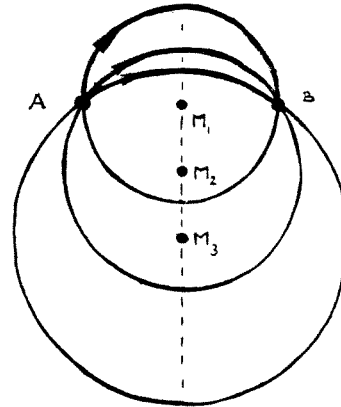
De laatste vraag is niet makkelijk en eist het gebruik van de bol als denkmodel.

Kortste afstand

- >> Waarom geeft de grootcirkel de kortste afstand tussen twee punten op een bol?

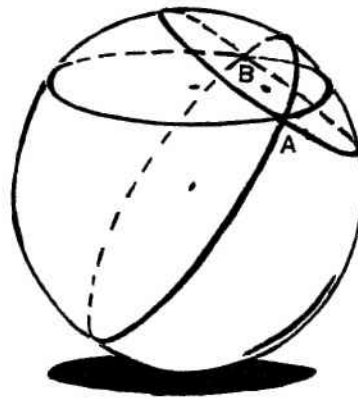
In het platte vlak is het voor de leerlingen direct duidelij

lijk dat een grotere cirkel een kortere cirkelboog tussen twee punten geeft:



Cirkels door A en B

'De grootste cirkel die je kan tekenen op aarde geeft je de kortste afstand tussen A en B, dat is de rechte lijn AB', vertelde een leerling uit mavo 3.

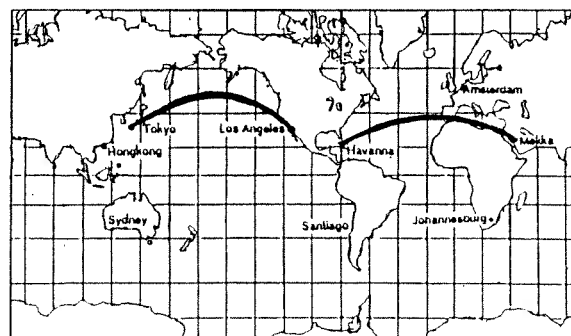


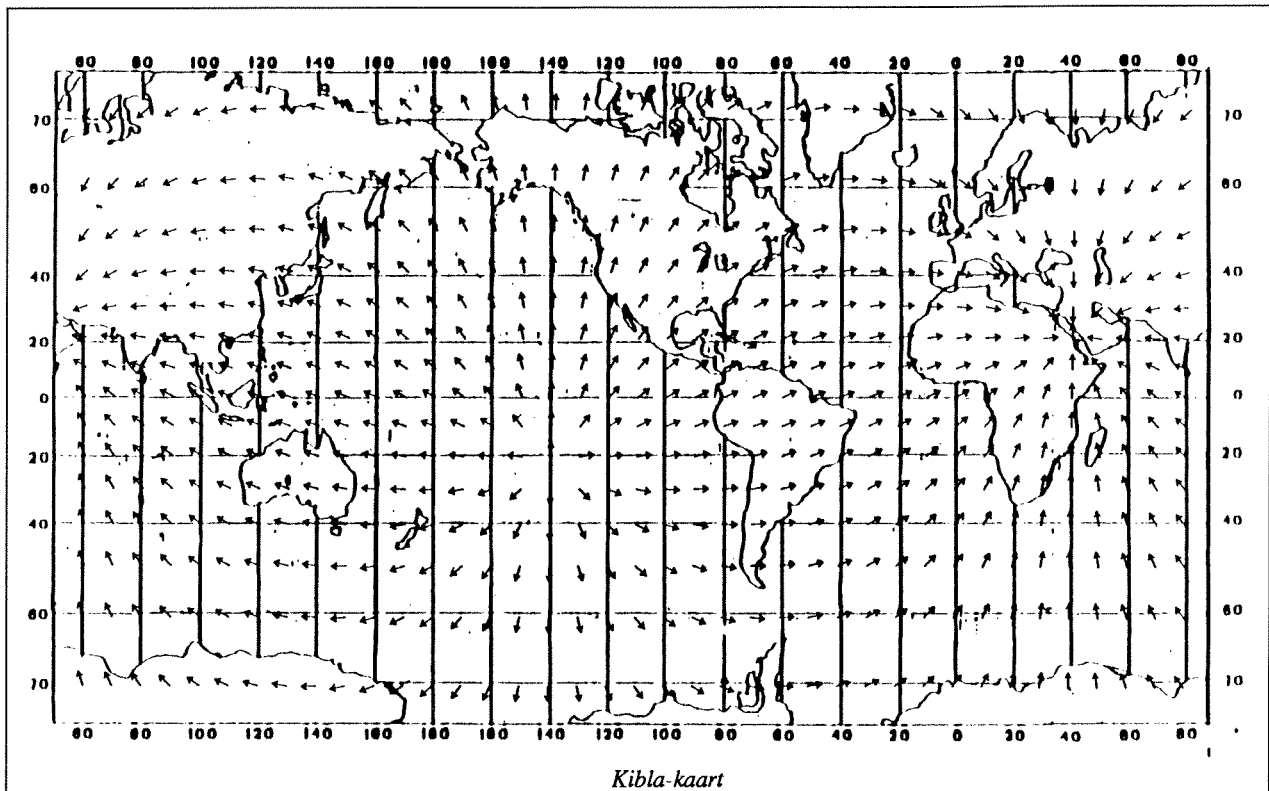
Aardbol met A en B op een parallelcirkel, een kleincirkel en een grootcirkel

Het wordt de kinderen duidelijk waarom de kortste afstand tussen twee punten op een parallelcirkel op het noordelijk halfrond ten noorden van de parallelcirkel loopt (let op de middelpunten van beide cirkels).

Vlieg-, kijk-, wijs- en bidrichting

Op de wereldkaart zijn de luchtlijn Tokyo-Los Angeles en de luchtlijn Havana-Mekka getekend.





Luchtlijnen van elastiek worden over de globe gespannen en getekend op de kaart. Startrichtingen worden onderzocht. De grootcirkels blijken niet alleen de 'rechte lijnen' op de bol te zijn, maar ook de 'dragers' van de kortste afstand van twee punten op aarde (en tegelijk ook van de grootste afstand tussen die twee punten), dragers ook die van de startrichting van vliegtuigen, kijk-, wijs- en bidrichting van mensen.

Op de Kibla-kaart (zie hierboven) waar met pijltjes de richting van Mekka via grootcirkels wordt aangegeven, moeten de kinderen grootcirkels naar Mekka schetsen. Ze zijn verbaasd dat de kijkrichting over de aardbol voortdurend moet worden bijgesteld...

Tot slot

U begrijpt dat het onmogelijk is hier het hele pakket te bespreken. We hebben slechts accenten willen aangeven. Hoofdpunt is onder andere de verandering van de inhoud van het onderwijs door andere culturen. In ons huidige wiskundeonderwijs komen leerlingen nog weinig contexten tegen die uit een andere cultuur komen dan de Nederlandse.

De Nederlandse samenleving is echter de laatste jaren sterk veranderd, vooral door de komst van mensen uit allerlei landen, die hun eigen tradities, gebruiken en cul-

turele waarden meebrachten. Het onderwijs zou achterblijven als het daarop niet inspeelde.

In het pakket *Mekka* komen kwesties zoals 'Vlakke of bolmeetkunde?', 'Rechte hoeken van 100 graden?' ten goede aan *alle* kinderen. Het pakket is daarmee een voorbeeld van intercultureel wiskundeonderwijs, dat past in de Nederlandse pluriforme samenleving van nu.

Noten

- [1] De gedachte dat de aarde plat is, hebben we te danken aan onze christelijke kerkvaders die na de Arabische astronomen leefden.
- [2] Zie bijvoorbeeld de *Encyclopedia of Islam* (Volume V, p. 82 - 84) waarin de vlakke constructies van de Kibla als 'benaderingen' van de grootcirkelconstructies worden beschouwd.
- [3] De lengte van een zeemijl (1,852 km) hangt samen met het verdelen van de rechte hoek in 90^0 en elke graad in $60'$.
- [4] Over de richting noord/zuid geldt dat $90^0 = 5400' = 10000$ km, ofwel $1' = 1,852$ km.
- [5] Een verdeling van de hoek in 100 graden en elke graad weer in 100 minuten, geeft dat we precies op de 10.000 minuten = 10.000 km uitkomen, ofwel $1' = 1$ km.