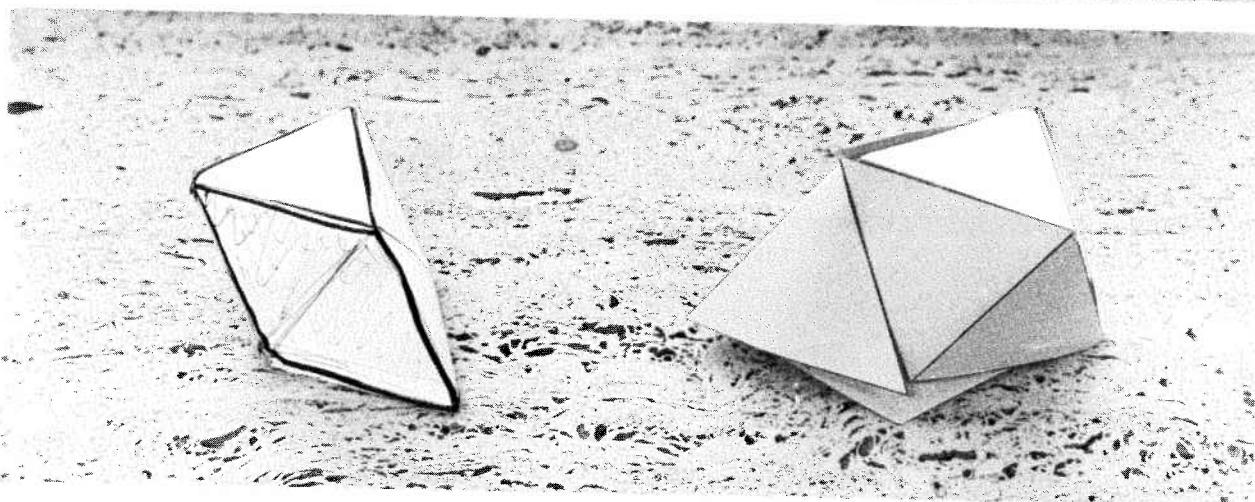
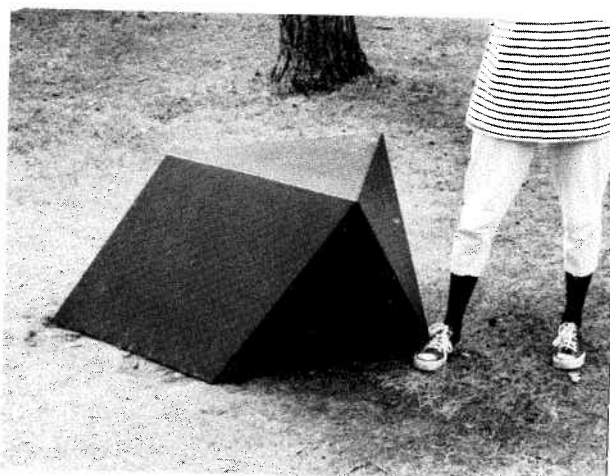
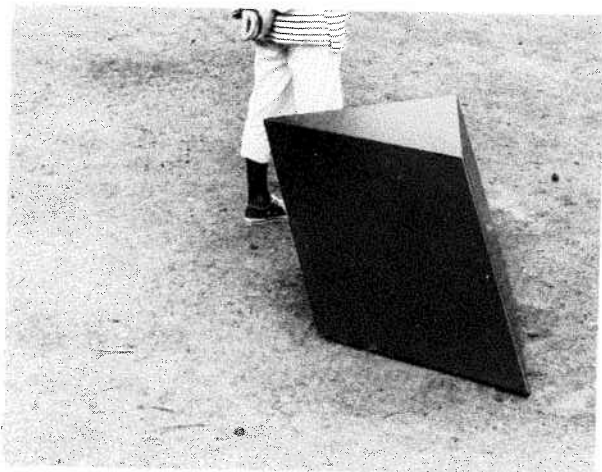


Platonische lichamen en plakkende randjes

Puzzelrubriek

A.J. Goddijn

Freudenthal instituut, RU Utrecht



De bovenste twee foto's stonden ook in de vorige Nieuwe Wiskrant. Het ging om een object in de beeldentuin van het Rijksmuseum Kröller-Müller op de Hoge Veluwe. Dit was de opgave:

- Maak een bouwplaat.
- Geef in het ding een snijvlak aan waardoor het in twee platonische lichamen uiteen valt.

Vóórdat deze puzzel in de Nieuwe Wiskrant stond, liet ik de foto's aan diverse mensen zien. Steeds was te zien dat mensen allerlei draaiende bewegingen met hun hoofd en

met de foto's maken. Blijkbaar helpen zulke ruimtelijke bewegingen het voorstellingsvermogen.

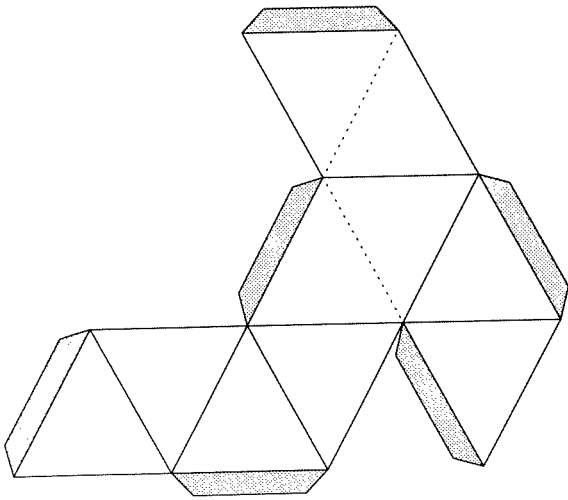
Een (mondelinge) inzender is zover gegaan dat hij de puzzel in een rijdende trein is gaan oplossen. Een definitief resultaat is hier overigens niet uit voortgekomen!

Twee inzendingen ziet u op de onderste foto. Links de oplossing van Frans van Galen, rechts die van Wim van Velthoven.

De oplossing van Wim is blijkbaar:

Maak een stel ruiten (met hoeken van 120 en 60 graden)

en doe verder je best met een rolletje plakband.
 Systematisch van de grond af opgebouwd. Het kan!
 Frans van Galen heeft een globalere visie op het geheel.
 Na zorgvuldige demontage ontstaat:



Sommige puzzelaars hadden een vraag: wat zijn eigenlijk platonische lichamen?

In deze puzzelrubriek kan ik volstaan met een kort antwoord: het zijn de vijf regelmatige veelvlakken. Plato beschrijft ze in een van zijn dialogen, de Timaeus. Hij bouwt vier ervan (kubus, tetraëder, octoëder, icoesaëder) uit driehoeken op, omdat hij dat toch wel de basisfiguur vindt. (Twee driehoeken per zijvlak bij de kubus). Via ingewikkelde beschouwingen legt hij verband met de vier elementen:

kubus	~	aarde
icoesaëder	~	water
octoëder	~	lucht
tetraëder	~	vuur

Uit Plato's argumentatie:

'Laten we de kubus aan de aarde toekennen, want dat is de meest onbeweeglijke van de vier.'

'De figuur die de minste zijvlakken heeft, moet volgens de natuur van de dingen het beweeglijkst zijn, en ook het scherpst en het meest doordringend.'

Vandaar dus: vuur voor de tetraëder.

Het vijfde regelmatige veelvlak, dat uit twaalf vijfhoeken is opgebouwd, heeft een bijzondere rol:

'Er blijft nog een vijfde constructie over, die de Maker gebruikte om de constellaties op de hemel te verfraaien.'

De verbinding van regelmatige vijfhoek en het twaalfvlak met 'kosmos', is een constant terugkerend thema in onze cultuur. Sla een willekeurig tijdschrift uit de 'magische' sector (bijvoorbeeld Bres) open, en je komt ze tegen.

De vijf regelmatige veelvlakken, dat zijn dus de platonische

licheamen en met één snijvlak had u de Wandering Rock van de foto kunnen klieven in een achthoek en een viervlak. Het bouwplaatje helpt u verder; er moet over de stippelijntjes gesneden worden.

De eerste nieuwe puzzel van deze keer sluit erg dicht bij opgave 72 aan. Ik geef hem juist vanwege die aansluiting, en vanwege het waargebeurde verhaal dat erin zit.

Opgave 73

Een (Amerikaanse) meetkunde-toets had de volgende opgave:

Gegeven een regelmatige vierzijdige piramide, waarvan alle ribben even lang, namelijk 5 cm zijn.

Ook gegeven een regelmatig viervlak, waarvan ook alle ribben 5 cm zijn.

Het viervlak wordt met een van zijn zijvlakken aan een driehoekig vlak van de piramide geplakt. Precies passend.

Hoeveel zijvlakken heeft dit eindproduct?

Het bedoelde antwoord was: 7. Namelijk vijf van de piramide, vier van het viervlak en er vallen er twee weg door het plakken. Slechts één leerling had een ander antwoord. Deze leerling werd later – langs juridische weg, modellen van hout erbij – in het gelijk gesteld.

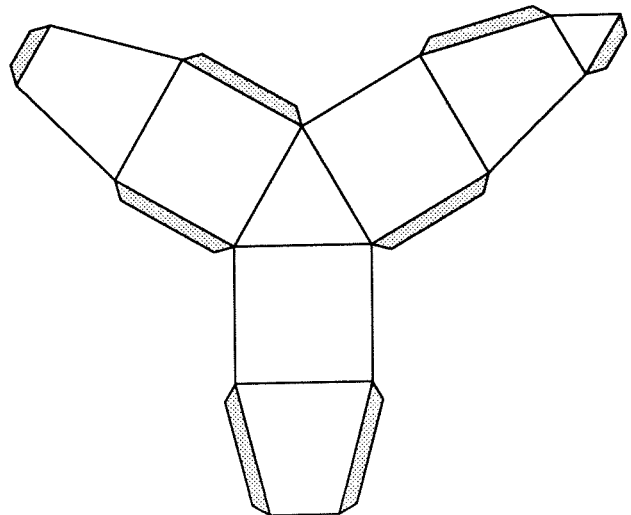
Wat was dat antwoord?

De tweede puzzel gaat over het bouwplaatje. Kloppen de plakrandjes, dat is de vraag. En voor we nu weer van die draaiende hoofdbewegingen gaan maken:

Opgave 74

Toon algemeen aan dat het gevolgde systeem van afwisselend wel en geen plakrandje juist is.

Hier is nog een bouwplaatje als voorbeeld:



Over wat voor bouwplaten het gaat, dat spreek ik even niet af. Dat hoort bij het onderzoek! Misschien werkt het

wel niet bij vreemde zaken als bouwplaten uit-een-stuk, waarvan het gebouwde resultaat een gat heeft.

Vóórdat de plakrandjes toegevoegd worden, moet de bouwplaat getekend zijn. Bij het bouwplaatje hierboven is dat zo gedaan: je weet welke driehoeken en ruiten nodig zijn en dan leg je ze aan elkaar. Daar zijn allerlei mogelijkheden voor.

Bij een kubus horen bijvoorbeeld elf verschillende bouwplaatjes.

Gaat dat aan elkaar zetten (natuurlijk wel ribbe aan ribbe die aan elkaar horen) nu wel vanzelf goed? Kan er niet iets raars ontstaan, dat je met een vlakje óver een al neergelegd vlakje komt?

Daarover gaat de volgende opgave. Het is een lastige!

Opgave 75

Ik heb een veelvlak (niet-regelmatig, maar wel convex). Het is gemaakt van kartonnen vlakjes, met plakband aan elkaar gezet. Ik maak er een bouwplaat (of: een uitslag) van door sommige plakbandverbindingen los te snijden. Uiteindelijk ligt alles plat op tafel, maar nog wel aan één stuk.

Het merkwaardige is dat er toch vlakjes over elkaar liggen, terwijl nergens (over de nog intact zijnde plakbandjes) wordt dubbelgevouwen. Een echte overlap dus. Kunt u zo'n veelvlak bedenken, natuurlijk met de uitslag erbij?

Volgende keer: een oplossing bij deze opgave, en de oorzaak van deze ontdekking.

Wiskundig Genootschap

Wintersymposium

Op zaterdag 4 januari 1992 organiseert het Wiskundig Genootschap haar wintersymposium onder de titel *Wiskunde ontwikkelt*. Een drietal sprekers zal ingaan op ontwikkelingen van de wiskunde in de afgelopen twintig jaar. Het programma staat hiernaast.

Het symposium wordt gehouden in het Johan van Oldenbarnevelt Gymnasium, Groen van Prinstererlaan 33 in Amersfoort.

Deelname aan het symposium is gratis.

Wie wil deelnemen aan de gezamenlijke lunch moet f 15,- overmaken op gironummer 4157477 t.n.v. S. Garst te Oude Tonge.

9.30 - 10.00	Ontvangst met koffie
10.00 - 11.00	Dr. H. te Riele <i>Factoriseren in de afgelopen 15 jaar: evolutie of revolutie.</i>
11.15 - 12.15	Prof.dr. D. Siersma <i>Knopen en vlechten oud en nieuw.</i>
12.15 - 13.30	Pauze, waarin men kan deelnemen aan een gezamenlijke lunch
13.30 - 14.45	Prof.dr. P. Hogeweg <i>Experimentele wiskunde versus theoretische biologie.</i> <i>Patroonvorming door lokale interacties.</i>