

Een verloren generatie?

Meetkunde: wat te doen als je tussen 1974 en 1987 eindexamen hebt gedaan?

N. Blom, Barlaeusgymnasium/ PABO AH Amsterdam
I. Hettelingh, Universiteit van Amsterdam

Inleiding

Om eerstegraads wiskundedocent te worden, moet je tegenwoordig na de studie wiskunde een postdoctorale opleiding van een jaar volgen. Een belangrijk deel van die opleiding is de stage. Dit praktische deel van de opleiding houdt in: een paar weken observeren, een paar maanden lesgeven met de leraar of lerares nog in de klas en tot slot ook nog zo'n twee maanden helemaal alleen een onderbouw- en een bovenbouwklas 'runnen'.

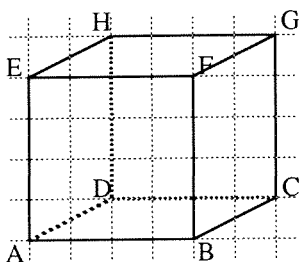
Vanaf februari 1992 loopt Iris Hettelingh stage op het Barlaeusgymnasium in Amsterdam. Haar schoolpracticumdocent is Nora Blom, sinds 1985 verbonden aan het Barlaeus. De stage verliep heel plezierig, Iris nam zonder moeite – althans uiterlijk – lessen over. Ze reageerde vlot op vragen van leerlingen, had snel door wat er zich allemaal afspeelde in het lokaal, enzovoorts. *Maar*: toch was er iets geks ...

Waarom was ze toch steeds zo snel klaar als er iets over meetkunde te doen viel?

Iris en Nora zijn er eens voor gaan zitten om dat boven tafel te krijgen.

De aanleiding

De directe aanleiding om eens over die meetkunde te praten was een les in de eerste klas. In het boek werd voor het eerst een kubus op ruitjespapier getekend op de gebruikelijke 'schoolboeken-manier':



Iris zou deze les geven en in de voorbereiding kwam de manier van tekenen ter sprake:

'Kun je een kubus ooit zo zien staan ...? Hoe ziet hij eruit in perspectief; waarom tekenen we hem op school altijd in parallelprojectie?' Maar bij de vraag wie van ons dit met de klas zou doen, liet ze het graag aan Nora over, want ze voelde zich daar niet goed in thuis.

Het gesprek

Iris

'Het merkwaardige van het vak wiskunde II, zoals ik het in 1985/'86 gehad heb, is dat er eigenlijk nauwelijks meetkundig inzicht voor nodig was. Het kwam neer op algebraïsch rekenwerk. Ik dacht dan ook zo min mogelijk aan wat er werkelijk gebeurde, daar raakte ik juist alleen maar van in de war.

Natuurlijk weet je als leerling wèl, als je een raaklijn aan een bol moet opstellen, hoe dat er in de ruimte uitziet. Maar met name in de zesde-klas-stof, waar heel veel matrixrekenen in voorkwam, werd ons voorstellingsvermogen zelden of nooit op de proef gesteld. Overgaan op andere bases; bissectricevlakken opstellen; dekpunten berekenen; rotaties via matrices uitvoeren: nooit hoefde je er een plaatje bij te tekenen of te verklaren wat er gebeurde. Het was een kwestie van stug doorrekenen.

In de lagere klassen werd er ook al heel weinig aandacht aan meetkunde besteed. Ik herinner me dat we altijd veel sommen mochten overslaan van een meetkunde-hoofdstuk. Verder hing er een sfeer dat de meetkunde minderwaardig was in vergelijking met de algebra; er zo snel mogelijk doorheen rennen leek het hoofddoel. Een kubus vouwen of er een uitslag van maken heb ik toen nooit hoeven doen. Congruentie herkennen, figuren vermenigvuldigen, de verschillende soorten driehoeken herkennen: dat was de onderbouwmeetkunde.

Wat voor consequenties heeft dit nu voor het lesgeven? In ieder geval schiet er bij een meetkundesom altijd door mijn hoofd heen: 'Hè gatver'. Maar daar valt mee te leven en daar zullen de leerlingen mijns inziens niet zo heel veel last van ondervinden. Veel vervelender is het

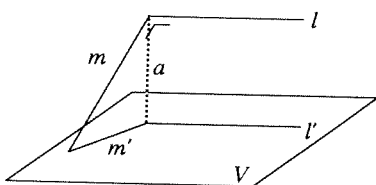
dat ik moeilijk kan inspelen op hun meetkundig inzicht. Ik zal niet zo gauw iets toelichten met behulp van meetkundige figuren of iets nieuws via de meetkunde introduceren.'

Nora

'Ik heb de meetkunde en de stereometrie op school altijd het leukste onderdeel gevonden. Van de onderbouw staat me nog bij het eeuwige gegeven - te bewijzen - bewijs.

Om het gegeven - te bewijzen - bewijs te illustreren staat hieronder Stelling 22 uit mijn oude boekje Stereometrie (door C.J. Alders, vijftiende druk, 1960). Hij staat met dik groen potlood onderstreept, zowel de stelling als het bewijs, dus ik moest hem vast goed kennen.

STELLING 22. Als een der benen van een rechte hoek evenwijdig is met een vlak V , en het andere been staat niet loodrecht op V , dan is de projectie van die hoek op V weer een rechte hoek.



GEGEVEN:

$$\angle(lm) = 90^\circ;$$

$l \parallel V$; l' en m' zijn de projecties van l en m op V ;

m is niet $\perp V$.

TE BEWIJZEN: $\angle(l'm') = 90^\circ$.

BEWIJS: volgens stelling 21 is $l' \parallel l$.

Nu geldt dus:

$$m \perp l \rightarrow m \perp l'$$

$$a \perp V \rightarrow a \perp l'$$

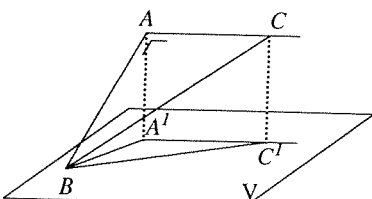
$$\left. \begin{array}{l} \text{Opmerking} \\ m \perp l' \\ a \perp l' \end{array} \right\} l' \perp \text{vlak}(am) \rightarrow l' \perp m'$$

De stelling blijft natuurlijk juist, als l niet evenwijdig is met V , maar in V ligt.

Er is in mijn handschrift nog wat bijgekladderd:

Bewijs

$$\begin{aligned} BC^2 &= BA^2 + AC^2 \\ C'C^2 + C'B^2 &= A'A^2 + A'B^2 + A'C'^2 \\ C'B^2 &= A'B^2 + A'C'^2 \\ \text{dus } \angle BA'C' &= 90^\circ \end{aligned}$$

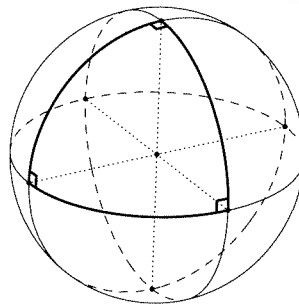


Ondanks dat we dat zo vaak op moesten schrijven, heb ik er absoluut geen hekel aan gekregen. Integendeel, ik vind het nog steeds lekker duidelijk om zo te werk te gaan. Van de hogere klassen herinner ik me hoe leuk het was een doorsnede van een vlak met bijvoorbeeld een kubus te tekenen. Vooral als je er flink veel hulplijnen bij nodig had. Het resultaat léék dan enorm ingewikkeld, echt iets om trots op te zijn, en de doorsnede stond er toch maar mooi.

In 1969 deed ik eindexamen, een paar jaar vóór de invoering van de 'Mammoetwet' en de vakken wiskunde I (functies, differentiëren, integreren, eenvoudige differentiaalvergelijkingen en statistiek) en wiskunde II (vectormeetkunde). Schoolonderzoeken bestonden nog niet, maar op het examen kreeg je voor wiskunde wel drie keer een schriftelijk werk: algebra, goniometrie/analytische meetkunde en stereometrie en dan ook nog een mondeling examen. En ik herinner me nog goed dat de gecommiteerde tot slot iets over stereo vroeg en dat ik boven onze drie hoofden een bol zag zweven en een lijn of een vlak. De exacte vraag kan ik me helaas niet meer herinneren. En daar in de lucht ontdekte ik - na enkele seconden die minuten leken - opeens iets van symmetrie en zag ik het antwoord! Zo ging het heel vaak bij stereo-opgaven: je hoefde niets te berekenen, maar je keek, en keek nog eens, en nog eens, en dan zag je het plotseling!

Ik vind het heerlijk dat na de 'Herverkaveling Wiskunde Een en Twee' (hewet) de ruimtemeetkunde weer is teruggekomen. Eerst in het wiskunde B-examenprogramma en na enige tijd ook weer in de onderbouw. Maar in die onderbouw blijkt het tot nu toe toch nog veel te summier: in de bovenbouw hebben de meeste leerlingen grote moeite om te 'zien' waar het om gaat. Ik hoop dat de kijkmeetkunde van het nieuwe 12-16 programma daar verandering in zal brengen. In het basisonderwijs wordt daar tegenwoordig overigens ook al heel wat aan gedaan.

Terug naar het programma van nu: als het maar enigszins mogelijk is, grijp ik de kans een meetkundig uitstapje te maken. Bijvoorbeeld met passertekeningen en -constructies, met perspectief, met raadsels. Vorig jaar vroeg een eersteklasser plotseling of de zijden van een driehoek altijd wel recht moesten zijn.



Een driehoek met drie rechte hoeken...

Welk plaatje hoort bij de camera?

Welk bouwsel zie je op de televisies?
Schrijf de letter ervan in je schrift.

Annemarie was bezig met een tekening, maar ze heeft zich vergist met een paar dingen: die zijn te groot of te klein getekend.

1. Welke dingen zijn te groot of te klein getekend? (het zijn er vier.)
2. Op welke plaats in de tekening hadden ze wel kunnen staan?
3. Maak zelf een tekening met een paar dingen die te groot of te klein zijn getekend.

Voorbeelden van meetkunde in het basisonderwijs (uit: Rekenen en Wiskunde)

Eerst hebben we er Euclides op nageslagen (definitie 19: driezijdige figuren zijn figuren ingesloten door drie rechte lijnen) en toen hebben we een klein beetje bolmeetkunde gedaan.

En tot slot nog een reactie op jouw verhaal, Iris: Ik vrees dat leerlingen het wel zullen merken, als er bij elke meetkunde-opgave 'Hè gatver' door je hoofd gaat!

Oproep

Ongetwijfeld zullen veel docenten uit de 'verloren generatie' zich herkennen in de ervaringen van Iris. Zeker nu de meetkunde weer een prominente plaats in het schoolprogramma inneemt, wordt het tijd om de gesignaleerde hiaten bij te spijkeren.

Daarom eindigt dit verhaal met een oproep van Iris bestemd voor schoolboekenschrijvers en nascholers.

Iris

'Voor docenten zoals ik zou het heel fijn zijn als er in de onderbouw-boeken wat meer gedaan wordt aan de ontwikkeling van het meetkundig inzicht. Dan weet ik ook beter hoe ik dat kan stimuleren. Verder zou een cursus 'meetkunde in de onderbouw' en 'ruimte meetkunde' een goede oplossing zijn voor mij en mijn lotgenoten. Als ik nu ruimte meetkunde aan de vijfde klas zou moeten geven, zou ik me daar erg onzeker over voelen, iets wat een beginnend leraar niet echt van pas komt. Ik zou dan eigenlijk moeten terugvallen op mijn lagere schoolkennis. Wat mijn laatste ervaringen betreft: bij topologie was een kubus hetzelfde als een bol...!'