Toetsen van realistisch wiskundeonderwijs

L. Spijkerboer[1]
Hogeschool Midden Nederland, Utrecht

Inleiding

Op bladzijde 11 van het nieuwe examenprogramma vbo/mavo C/D, juli 1992, staat te lezen: 'Een essentieel kenmerk van de voorgestelde nieuwe leerplannen wiskunde is, dat problemen in een herkenbare en inleefbare context worden gepresenteerd'. Dat dit kenmerk essentieel is blijkt wel uit het feit dat de COW het noodzakelijk acht dat dergelijke contexten ook op het examen worden gebruikt.
Het is duidelijk; bij realistisch wiskundeonderwijs gaan we uit van contexten die de leerling in meer of mindere mate aanspreken. Die contexten zijn geen doel op zich. Ze moeten ertoe leiden dat de geleerde wiskunde beter bruikbaar wordt gemaakt, toepasbaar dus in concrete situaties. De specifieke kennis van concrete situaties kan per leerling soms behoorlijk verschillen. Dat is leuk en er kan ook heel efficiënt gebruik van gemaakt worden. Wanneer reële contexten gebruikt worden om wiskunde mee te leren, is het vanzelfsprekend dat reële contexten ook in de toetsing hun intrede doen. Dat brengt echter een paar speciale moeilijkheden met zich mee.
Eerst worden enkele *moeilijkheden* besproken waarmee een docent rekening moet houden als contextrijke toetsopgaven worden gebruikt. Vervolgens wordt nader ingegaan op het *niveau* van toetsen vanuit contexten en op het probleem van de *beoordeling* van dergelijke toetsen.

Speciale moeilijkheden bij contextrijke opgaven in toetsen

Mathematiseren
Bij het omgaan met contexten wordt van de leerling meer verwacht dan alleen wiskundige kennis en vaardigheden. Immers, wanneer zich in de dagelijkse werkelijkheid een probleem voordoet waarin de wiskunde wellicht uitkomst biedt, moet daarvan eerst een wiskundig probleem gemaakt worden. Dat wiskundeprobleem wordt dan opgelost en de oplossing wordt vertaald naar de oorspronkelijke probleemsituatie. Men spreekt van *mathematiseren* van het reële probleem, of van vertalen van alledaagse taal naar wiskundetaal en terug. Dat vertalen was er vroeger nooit bij in (examen)opgaven, het behoort nu duidelijk tot de nieuwe doelen van het wiskundeonderwijs.

Probleem 1: Kennis van de situatie
Leerlingen, die met de wiskundige kant van een probleem vanuit een realistische context bezig zijn, gebruiken daarbij niet alleen hun wiskundige kennis, maar ook hun persoonlijke ervaringen met die context. Zie het voorbeeld over de eredivisie voetbal op de volgende pagina. Deze persoonlijke kennis stuurt soms het oplossingsproces en beïnvloedt daarmee het resultaat. Andere leerlingen, die de situatie niet vanuit eigen ervaring kennen, zijn daarbij in het nadeel. Binnen realistisch wiskundeonderwijs is dit een aspect waarmee rekening moet worden gehouden. Het benutten van door leerlingen ingebrachte kennis verhoogt de betrokkenheid bij het onderwijs en kan weer eens heel andere leerlingen in het middelpunt van de belangstelling plaatsen.
Het is dus leuk en soms ook nuttig om buitenwiskundige kennis in de wiskundeles te benutten. Voor toetsopdrachten is dit echter onmiskenbaar een nadeel. We lopen de kans dat het toetsresultaat niet zozeer bepaald wordt door de wiskunde die geleerd is, maar veel meer door kennis van de context waar de toetsopgave over gaat. Een leerling die toevallig van de context meer af weet dan een ander is (onterecht) in het voordeel. Bij het ontwikkelen van objectieve toetsen willen we dat zoveel mogelijk vermijden. Voor toetsopdrachten zullen we dus contexten moeten kiezen waarmee alle leerlingen ongeveer even vertrouwd zijn. Dit is geen eenvoudige eis. Het betekent dat sommige opgaven uit het wiskundeboek om deze redenen als toetsopgave niet geschikt zijn. Anderzijds kunnen, door een handige keuze van de vraagstelling, oneerlijke kennisverschillen worden opgevangen.

Probleem 2: Het maken van contextrijke toetsen is lastig en tijdrovend
Uit het bovenstaande blijkt dat niet alle opgaven uit het wiskundeboek geschikt zijn als toetsopdracht. Dit bete-

Voorbeeld (uit: Moderne Wiskunde, 5e editie, deel 1mhv)

9 Hiernaast staat een ranglijst van de eredivisie betaald voetbal.

Het aantal punten van Ajax is als volgt berekend.

13 keer gewonnen:	13 × 2 p. =	26 p.
2 keer gelijkspel:	2 × 1 p. =	2 p.
	totaal	28 p.

a De clubs staan in volgorde van het behaalde puntentotaal. Bij een gelijk aantal punten wordt er naar het doelsaldo gekeken (32–12 is beter dan 31–15). Kijk eens of dat klopt bij PEC Zwolle en Willem II.

b Op de televisie werd aandacht besteed aan de wedstrijd Feyenoord–Twente (uitslag 1–1). De commentator had het daarbij over het positief doelsaldo van Feyenoord en het negatief doelsaldo van Twente.
Wat bedoelde hij daarmee?

c Noem vijf clubs met een negatief doelsaldo.

d Het volgende weekeinde waren de uitslagen als volgt.

GA Eagles–Ajax	1–2
NEC–MVV	2–2
Roda JC–Vitesse	4–1
PSV–Sparta	3–0
NAC–AZ'67	1–3
Excelsior–Feyenoord	0–0
Twente–PEC Zwolle	0–0
Den Haag–Willem II	2–1
Haarlem–Utrecht	1–1

Maak de nieuwe stand op voor de vijf clubs die bovenaan staan.

	aantal wedstrijden	gewonnen	gelijkgespeeld	verloren	aantal punten	doelpunten vóór doelpunten tegen
Ajax	17	13	2	2	28	43–18
Feyenoord	16	8	7	1	23	32–12
AZ'67	16	10	3	3	23	31–15
PSV	17	8	5	4	21	34–21
Utrecht	17	7	6	4	20	25–19
GA Eagles	16	7	4	5	18	28–20
Roda JC	17	8	2	7	18	25–24
Twente	17	7	4	6	18	22–25
Excelsior	17	6	5	6	17	27–32
Den Haag	16	5	6	5	16	19–22
PEC Zwolle	17	5	5	7	15	19–22
Willem II	17	4	7	6	15	20–30
MVV	17	2	9	6	13	19–24
Vitesse	17	3	6	8	12	20–32
Haarlem	17	3	6	8	12	19–32
Sparta	16	4	3	9	11	21–27
NEC	16	4	2	10	10	15–27
NAC	15	2	4	9	8	8–25

kent dat een repetitie niet (meer) eenvoudigweg is samen te stellen uit een aantal in het betreffende hoofdstuk voorkomende opgaven, eventueel door kleine wijziging van getallen.
Voor het samenstellen van goede toetsen is, zeker in het begin, meer tijd nodig. Het vinden van geschikte contexten, waarmee relevante wiskundige kennis en vaardigheden getoetst kunnen worden, is een tijdrovende klus. De gretigheid waarmee met name wiskunde A-leraren proefwerkopgaven en schoolonderzoekopdrachten uitwisselen geeft dit ook aan. Goed georganiseerde samenwerking kan dit probleem (voor een deel) oplossen. Tevens zijn er nogal wat bundels op de markt waaruit contextrijke opgaven kunnen worden overgenomen. Bijvoorbeeld de toetsenbundels van W12-16, waarin van het eerste en tweede leerjaar een groot aantal toetsen zijn opgenomen van de experimenteerscholen. Mijn ervaring is dat deze bundels veelal een rijke inspiratiebron zijn voor repetitieopgaven. Dat wil zeggen dat, als de opgaven niet letterlijk zijn over te nemen – bijvoorbeeld omdat er aan wiskundige kennis geappelleerd wordt, die in de toets niet aan de orde mag komen – deze met kleine wijzigingen toch snel goed bruikbaar te maken zijn. Daarnaast is het verstandig, mogelijk geschikte krante- en tijdschriftartikelen te bewaren. Maak ook eens wat foto's van objecten uit de directe omgeving van de school of uit de woonplaats. De vragen komen later wel, vaak is het zo dat één en dezelfde context een hele serie verschillende vragen mogelijk maakt, vanuit verschillende wiskundige onderwerpen. Vermijd daarbij 'omgekeerde wereld'-vragen zoals:

Marianne Muis vestigde een zwemrecord. Ze haalde een tijd van 1.57,14 bij een snelheid van 6 km/u. Marianne zwom vier baantjes.
Bereken de lengte van het zwembad in meters.

Er worden berekeningen gedaan aan een kant en klaar produkt, waar men in de praktijk zou volstaan met opmeten of waar de juiste maten al bekend zijn.
Een andere 'valkuil' is dat u een (lollige) context ontwerpt omdat er een bepaalde wiskundige inhoud moet worden getoetst, maar daarbij het realiteitsgehalte uit het oog verliest. Zoals: 'Mieke heeft een wonderboom geplant, die elke week twee maal zo groot blijkt te worden als de week daarvoor', of 'Meneer Pi heeft een cirkelvormige vijver', enzovoort. In werkelijkheid zijn ze meestal niet zo lollig en met de realiteit hebben ze ook al niets te maken. Wanneer u de context serieus neemt, dan kan dat ook van uw leerlingen worden verwacht.
Mijn indruk is dat het ontwikkelen van toetsen met veel contextrijke opgaven een beginnersprobleem is. Na een aantal jaren is de map met reserveopgaven weer net zo gevuld als uw huidige map met repetitieopgaven voor 'achter de hand'.

Natuurlijk zijn er meer problemen te noemen die een rol spelen bij contextrijke toetsopgaven.

Toetsen bepalen het gezicht van het nieuwe leerplan

Bij de bespreking van opdrachten bij het nieuwe leerplan wiskunde kan op nascholingsbijeenkomsten de discussie soms fel en hoog oplaaien. Wanneer het onderwerp toetsen aan de orde komt is dit wel het meest duidelijk. Blijkbaar wordt aan de toetsen, de examens, afgelezen waar de veranderingen met het nieuwe leerplan nu feitelijk op neer komen. Daarbij wordt vaak met argusogen gekeken naar het niveau. Wordt het niveau van het wiskundeonderwijs wel goed bewaakt? Geven we niet teveel cadeau?

In het onderstaande wordt eerst verslag gedaan van enkele discussies, die in dit kader gevoerd zijn op nascholingsbijeenkomsten. Vervolgens vraag ik mij af of het wel terecht is op deze manier het niveau van het toekomstige wiskundeonderwijs in te schatten.

Wat vindt u van het niveau?
Sommige docenten hebben twijfels over het wiskundig niveau van bepaalde onderdelen van het nieuwe leerplan. Ze spreken de vrees uit dat door een open vraagstelling, een contextrijke opgave, een realistische benadering en dergelijke, het wiskundig niveau daalt.
Het beeld van niveauverlaging kan gemakkelijk ontstaan als we de nieuwe toetsopgaven bekijken door dezelfde bril als vroeger. Met een toets wordt een stukje onderwijs afgesloten. De toets moet kunnen aangeven in hoeverre de doelstellingen van dat onderwijs zijn bereikt. Bij het nieuwe leerplan zijn de doelen veranderd en dat betekent dus dat we op een andere wijze naar het niveau van de toetsopgaven moeten kijken.
Hieronder volgen daar enkele voorbeelden van.

Wat betekent het resultaat?
In het nieuwe leerplan is met name de toepasbaarheid van het geleerde veel belangrijker geworden. De vraag naar de bruikbaarheid van het resultaat moet dan ook niet gezien worden als een laatste vraag voor de slimmerikken, maar als een wezenlijk onderdeel.
Het vooraf bedenken van de mogelijkheden van een wiskundig model, de beperkingen ervan en de nauwkeurigheid van de oplossing behoren in de nieuwe toetsen een prominente rol te spelen. Dat betekent dat zowel bij de normering van de toets, als bij de beoordeling van het leerlingenwerk ervan, andere accenten gelegd moeten worden.

Leg uit hoe je eraan komt
Vaak wordt nu bij een antwoord ook een verklaring gevraagd. 'Motiveer je antwoord' is een zinsnede, die ik nog herken van mijn Nederlandse tekstverklaringen vroeger. Nu komen we ook bij wiskunde zinnen tegen als:
- Leg uit waarom wel of waarom niet.
- Geef aan hoe je aan het antwoord gekomen bent.
- Laat een berekening zien.

In het (wiskunde)onderwijs is er meer aandacht dan vroeger voor het mondeling en schriftelijk onder woorden brengen, en voor het geven van een verantwoording. Daarom moeten we daaraan bij de toetsing ook hogere eisen stellen. Voor de verantwoording moeten dus meerdere punten worden toegekend. Deze punten moeten dan niet te snel cadeau gegeven worden. Ik hoor zo vaak: 'Die leerling heeft het goed bedoeld, maar wat gebrekkig op geschreven, dat kun je toch niet fout rekenen!'. Met duidelijke eisen op dit punt, tijdens de lessen en bij het toetsen, is er geen sprake van niveauverlaging, maar van niveauverhoging op een leerdoel dat er voorheen bekaaid afkwam.

Op een voorlichtingsdag over basisvorming en wiskunde kwam de vraag naar voren hoe je een leerling kunt helpen, die zwak is in het onder woorden brengen van een argumentatie.
Het is duidelijk dat het netjes opzetten van een redenering, of een uitwerking onder woorden brengen, niet de avond voor de repetitie even geleerd kan worden. Deze vaardigheden worden in de loop van de schoolloopbaan ontwikkeld. Dat kan alleen door regelmatige oefening. De docent zal hiervoor zeer frequent aandacht moeten vragen. Wanneer de leerlingen weten dat hierop ook in de toetsen serieus gelet wordt, zullen ze er zeker werk van maken. *Los op, bereken, werk de haakjes weg*; het waren allemaal standaardformuleringen, waarbij we de leerlingen erin geoefend hebben dan 'blindelings' de juiste oplossingsmethode uit de kast te halen. Bij problemen die aan de realiteit ontleend zijn passen zulke methodes niet. Leerlingen zullen dus moeten wennen aan een veel grotere diversiteit in de formulering van vra-

gen. Aan de andere kant worden deze vragen vaker in gewone-mensentaal gesteld en dat is zeker voor leerlingen van vbo/mavo een voordeel.
Bij het ontwikkelen van een goede argumentatievaardigheid is het belangrijk de leerlingen niet teveel in hun eentje te laten tobben. Wanneer ze in kleine groepjes werken, kunnen ze het zelf proberen èn meteen ook zien hoe hun buren het doen; erover praten verhoogt het resultaat nog meer. Datzelfde geldt wanneer men met de klas een onderwijsleergesprek voert.
Natuurlijk moet ook de presentatie van de leerstof door het boek voldoende aanleiding geven voor oefening op dit gebied.

Van realiteit naar wiskundig model, over en weer
Een ander aspect dat invloed heeft op het niveau is de vaardigheid te kunnen overstappen van de realiteit naar het wiskundig model en terug (mathematiseren).
Bij verschillende toetsvragen zien we stukjes uit de realiteit gebruikt als uitgangspunt voor een wiskundeproefwerk. De eerste overgang, van realiteit naar wiskundig model, wordt bij een toetsopgave vaak gemaakt door de docent.
De docent is immers degene, die in de situatiebeschrijving de mogelijkheid ziet het onderwerp aan de orde te stellen. De stap terug, van wiskundig model naar realiteit, kunnen we in de toets in elk geval van de leerlingen vragen.
Birgit rekende eens uit dat voor het verven van één deur 25 literblikken verf nodig waren. Dennis berekende het aantal dakpannen voor het puntdak van een klein schuurtje op 14378. We zouden toch wensen dat in dit soort gevallen bij de leerlingen een lampje gaat branden. Bij de uitkomst zou tenminste een opmerking moeten staan waaruit blijkt dat ze zelf inzien dat er een (reken?) fout gemaakt moet zijn.

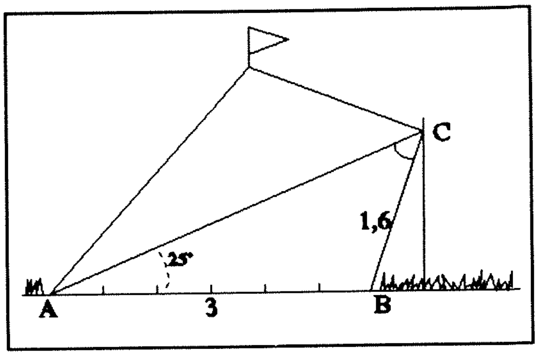
Willen we het niveau waarborgen dan zullen we ook aan deze vertaalvaardigheden in de les en bij de toetsing aandacht moeten schenken.

Opgave 1 is een opgave oude stijl:

Opgave 1
In ABC is gegeven AB = 3,
BC = $1\frac{3}{5}$ en $\angle\alpha = 25°$.
Bereken $\angle\gamma\,(0° \leq 90°)$

De leerlingen worden geacht te zien dat één van beide oplossingen niet voldoet omdat die niet in de uitkomstenverzameling voorkomt.
Opgave 2 is een opgave nieuwe stijl. Hierin valt één van de oplossingen af omdat die geen realiteitswaarde heeft.

Opgave 2
Een deel van het tentdoek van onderstaande tent bestaat uit de driehoek ABC. De tentemaakster die het doek moet knippen wil graag weten hoe groot de tophoek bij C is. Bereken die voor haar.



Indien we juist de oplossing met de stompe hoek willen zien, zullen we een opgave moeten construeren waarbij dan de scherpe hoek niet voldoet vanuit realistische overwegingen.

Niveau van het wiskundeonderwijs meten aan toetsopgaven
Er zijn docenten, die menen aan de toetsen het niveau van het wiskundeonderwijs te kunnen aflezen. Met veel belangstelling kijken ze naar de eerste experimentele examens om vast te stellen wat leerlingen aan het eind van hun schoolloopbaan precies moeten kennen en kunnen. Ook de toetsenbundels waarin de ervaringen van de experimenteerscholen zijn gebundeld trekken veel aandacht. Maar het meten van het niveau aan de hand van toetsopgaven is niet vanzelfsprekend. Immers het niveau wordt niet zo zeer bepaald door het type opgaven dat een leerling aankan meteen nadat het hoofdstuk is doorgewerkt, maar veel meer door wat er op langere termijn aan kennis en vaardigheden is verworven. Kijk eens naar een brugklasleerling die bijvoorbeeld dit soort vormen kan vereenvoudigen aan het eind van het hoofdstuk *Machten*:

$$\frac{(a^p)^q + a^{pq}}{2a^q}$$

Die leerling lijkt misschien op zo'n moment een hoog wiskundig niveau te hebben bereikt. Maar met een lange reeks oefenopgaven van hetzelfde type, kan er veel worden 'ingestampt'. Met niveau van het wiskundeonderwijs heeft dat weinig te maken. Het zegt meer over het niveau van deze leerling, als deze begrijpt wat variabelen zijn en welke rol die in formules spelen. Daarover is, puur aan de hand van dit proefwerkvraagstuk, weinig te zeggen.
Bij het nieuwe leerplan zullen we ons op een andere wijze moeten laten leiden dan door de 'examennorm', zoals we dat gewend waren. Het is immers niet juist toetsen bij een nieuw programma te beoordelen naar de doel-

stellingen van het oude programma. Het examen is weliswaar voor de leerlingen een doel waarnaar gestreefd wordt, maar voor het wiskundeonderwijs zeker niet het enige doel. Het nieuwe wiskundeonderwijs voorafgaande aan het nieuwe examen moet natuurlijk daar wel een goede voorbereiding op zijn. Daarnaast is er tijd nodig om te werken aan een wiskundige houding, die niet direct in toetsopgaven is te meten.
Door alleen te kijken naar de herkenbare pure wiskundige vraagstellingen en aan de hand daarvan het niveau van het onderwijs te beoordelen, wordt geen recht gedaan aan de kwaliteit van het onderwijs.

Beoordelen

Bij het bespreken van leerlinguitwerkingen komt telkens weer de brandende vraag aan de orde: *Hoe moet ik dit of dat beoordelen?* Er zijn meer problemen met de beoordeling van toetsopdrachten die uitgaan van reële contexten. Vaak zijn meerdere antwoorden correct en is er een vaag gebied tussen juist en onjuist.

Verschillen in antwoorden

Traditioneel zijn we er aan gewend geraakt dat een opgave één juist antwoord heeft. Afhankelijk van hoever de leerling gekomen is in het oplossingsproces, krijgt deze nog een deel van de punten toegekend voor een onvolledig antwoord. Nu de leerlingenantwoorden een veel grotere diversiteit vertonen, is het niet meer zo eenvoudig om vooraf een duidelijk en sluitend correctievoorschrift vast te stellen. Daarover wordt ook weleens geklaagd op examenbesprekingen wiskundeA, waar hetzelfde probleem speelt. Aan groepjes leraren werden uitwerkingen voorgelegd, die verschillende leerlingen bij eenzelfde opgave hadden gemaakt.
De vraag was: Leg ze in volgorde van minste naar beste resultaat. Het bleek, dat deze collega's redelijke overeenstemming bereikten over de gevraagde volgorde. Betekent dit misschien dat beoordelen van dit soort opdrachten te leren is door enige ervaring? Wellicht kunnen collega's uit andere vakken, zoals de talen, die ruimere ervaring hebben met het omgaan met diverse verschillende leerlingantwoorden, behulpzaam zijn.

Nauwkeurigheid

Als we de realiteit als inspiratiebron nemen voor (toets)opgaven, kunnen we niet meer volstaan met de opgelegde eis dat antwoorden op één, twee of drie cijfers achter de komma gegeven dienen te worden. Immers in de ene situatie zal een grotere nauwkeurigheid in acht genomen moeten worden dan in de andere. De nauwkeurigheid waarin het antwoord wordt gegeven, wordt als het ware door de realiteit opgelegd.
In het experimentele lbo/mavo D-examen van 1991 vinden we een opgave over de gemiddelde zwemsnelheid van Marianne Muis.

Marianne Muis vestigt twee zwemrecords

BONN (SID) – Marianne Muis deed het goed bij de wereldbekerwedstrijden zwemmen in Bonn, maar zaterdag bleek op de 200 meter vrije slag, waarop zij juist haar zinnen had gezet, de 16 jarige Deense Jacobsen een fractie van een seconde sneller.
Het gat dat Marianne op de eerste honderd meter liet vallen, was net te groot om overbrugd te worden, al loste zij met een tijd van 1.57,14 (tegenover de 1.57,08 van Jacobsen) wel illustere voorgangers als wereldkampioene Annemarie Verstappen, Conny van Bentum en Enith Brigitha af als nationaal recordhoudster.

1. Bereken de gemiddelde snelheid in km/uur van Marianne Muis tijdens de 200m vrije slag.

Hoewel de genoemde tijden hier tot op honderdsten van een seconde gegeven worden, laat het correctiemodel zien dat ± 6 km/uur het antwoord is dat door de examenmakers bedoeld wordt. De gegeven situatie vraagt blijkbaar naar een globaal gemiddelde. Dit moet antwoord geven op de – overigens niet gestelde – vraag of dat nou snel is: 200 meter in bijna 2 minuten. Is dat bijvoorbeeld lopend bij te houden?
Zo'n context vereist juist niet een antwoord tot op 4 cijfers achter de komma. Het is heel lastig voor leerlingen om te beoordelen in welke orde van grootte het antwoord gegeven dient te worden. Daarover moeten dus expliciet vragen worden gesteld zoals: 'Waarom is het in dit geval niet nodig het antwoord in drie decimalen te geven?'
Wel moeten leerlingen weten dat je niet te vroeg mag afronden. Bij het gebruik van een afrondingen, bijvoorbeeld van het getal π, kan dat verstrekkende gevolgen hebben, zoals elders in dit examen:

Op 22 april 1990 werd in Rotterdam de marathon gelopen. Om te controleren of de afstand, die de atleten lopen, wel precies 42195 meter is, wordt een kalklijn door de straten getrokken. Met een wiel, waaraan een teller is bevestigd die het aantal omwentelingen telt, wordt daarna langs deze kalklijn gelopen.

20. De diameter van het wiel is 70 cm. Welke stand behoort de teller na afloop aan te geven?

Iemand gebruikt een fietswiel in plaats van het standaardwiel. De diameter van het fietswiel mèt band is ook 70 cm.

21. *Onderweg wordt de band van het fietswiel steeds zachter. Wat voor invloed heeft dat aan het eind op de tellerstand?*

Hierbij moet de afstand van de marathon nogal precies zijn; immers er kan gewonnen worden op kleine verschillen. Dit vereist een grote nauwkeurigheid voor de benadering van π. Afhankelijk hiervan komt men bij vraag 20 op 19188 uit of iets hoger. Het antwoord op deze vraag kan echter niet in (een aantal) cijfers achter de komma gegeven worden, immers de teller aan het wiel geeft een geheel getal aan. Dus afronden moet wel, maar pas in het allerlaatste stadium. Overigens geeft hierbij het correctievoorschrift aan dat 19190 ook nog goed gerekend mag worden. Dus een kleine marge voor onnauwkeurigheid is er wel. Het is belangrijk daarover eens met de leerlingen te praten.
Nabespreken van proefwerken is altijd zinvol, maar bij dit soort vragen beslist noodzakelijk. Alleen op die manier leren leerlingen wat voor soort redeneringen verlangd worden. Hoe ze hun antwoorden moeten noteren en welke (nauwkeurigheids)eisen er aan die antwoorden verder nog gesteld worden. Deze nauwkeurigheidsdiscussie is bekend vanuit vakken als natuur- en scheikunde. De nauwkeurigheid gaat nu ook zo'n rol spelen bij het vak wiskunde. Zoals tot op heden de gewoonte is om wortels op twee decimalen, goniometrische verhoudingen op drie decimalen, en binomiale kansen op vier decimalen af te ronden, zo zal ook bij het nieuwe leerplan via onderlinge afspraken tussen docent en leerlingen het nauwkeurigheidsvraagstuk opgelost worden.

Tenslotte

De soms heftige discussies die losbarsten als toetsopgaven worden bekeken en becommentarieerd, geven aan dat toetsen een belangrijke plaats in de vernieuwing van het wiskundeonderwijs innemen. De problemen die worden ervaren bij het bedenken, opstellen en beoordelen van nieuwe toetsopgaven zijn deels nieuw. Het zoeken naar oplossingen voor dit soort problemen vereist opnieuw zicht krijgen op de doelen van het wiskundeonderwijs. Mede door de ontwikkeling van goede toetsen kan het nieuwe wiskundeonderwijs concreet gestalte krijgen.

Noot

[1] Met dank aan Truus Dekker voor haar constructieve bijdrage aan dit artikel.