

# SPELregels voor schoolonderzoekopgaven wiskunde A

L.C. Spijkerboer  
F. Kalsbeek SG, Woerden

Bij het opstellen van een schoolonderzoek sta je als docent altijd weer voor de keuze zelf opgaven te maken, of alles te kiezen en aan te passen uit de stapel opgaven die je inmiddels verzameld hebt. Bij elk schoolonderzoek stel ik mij ten doel minstens één opgave zelf op te stellen. Hierdoor wordt dan voortdurend de map met bruikbare opgaven aangevuld en het werkt bovendien verfrissend. Twee aandachtspunten staan daarbij voor mij voorop:

- aansluiten bij de leerlingen
- aansluiten bij het wiskunde A onderwijs.

Deze punten worden in het onderstaande besproken aan de hand van een tweetal voorbeelden. Vervolgens komt aan de orde hoe geschikte contexten kunnen worden opgespoord en wordt een begin gemaakt van een checklist met aandachtspunten voor bij het opstellen van schoolonderzoekopgaven.

## Aansluiten bij de leerlingen

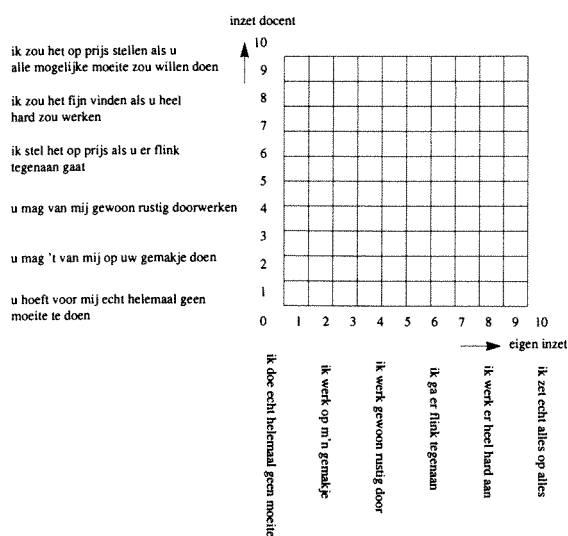
Realistische situatiebeschrijvingen die de leerling aanspreken hebben natuurlijk de voorkeur boven 'ver van mijn bed'-contexten. Een minimumeis is dat de contexten voor de leerling herkenbaar zijn. Dat is bijvoorbeeld het geval bij contexten die de leerlingen herkennen omdat ze beschrijven wat zich echt heeft voorgedaan. Niet alleen de situatie, ook de vraagstelling moet daarbij vanzelfsprekend realistisch zijn.

### Voorbeeld

Mijn collega en ik schrokken van de resultaten van het eerste schoolonderzoek in onze 6-vwo wiskunde A groep. Om de oorzaken van die lage cijfers te achterhalen, zetten we een kleine enquête op. Eén van de onderdelen was het onderstaande diagram, waarbij de leerlingen zichzelf daarin een plek moesten geven.

De gegevens van de leerlingen zijn in een assenstelsel geplaatst, waardoor een puntenwolk ontstond, die we konden gebruiken voor een opgave in het derde schoolonderzoek (zie opgave I op pagina 25).

Alle leerlingen herkenden de context; die was echt en de vraagstelling was realistisch, wellicht was de uitkomst



van het onderzoek ook voor hen interessant. De leerlingnabijheid bleek wel uit het gegniffel en gelach in de zaal bij het schoolonderzoek. Bij navraag werd duidelijk dat men de opgave wel erg lang vond, maar deze zeker ook had gewaardeerd. Zo'n zelf gemaakte opgave geeft dan een hoop voldoening.

## Aansluiten bij het wiskunde A onderwijs

In een (6-vwo) wiskunde A groep zit meestal wel een aantal leerlingen met ook wiskunde B in hun pakket. Het leidt geen twijfel dat deze leerlingen handiger/snel-ler zijn in wiskunde en dientengevolge ook beter scoren bij wiskunde A dan de leerlingen die geen wiskunde B in hun pakket hebben. Bij sommige onderdelen, zoals bijvoorbeeld functies en grafieken, kunnen leerlingen met wiskunde A en B al gauw op hun wiskunde B kennis terugvallen en zonder veel moeite een voldoende halen. Dat gaat voor enkelen gepaard met een wat minachtende kijk op wiskunde A en zij zetten zich voor dat vak dan ook niet zo in. Met name bij leerstofonderdelen die raakvlakken hebben met wiskunde B is het voor mij een uitdaging precies aan te geven waarin wiskunde A zich van wiskunde B onderscheidt. Daarbij ontstaat dringen-

de behoefte aan opgaven voor het schoolonderzoek wiskunde A, waarbij de leerlingen met ook nog wiskunde B in hun pakket nu eens niet vanzelfsprekend in het voordeel zijn, door hun formelere B-achtige benadering. Uit die behoefte ontstond opgave II. In de betrokken groep was vaak gesproken over vervolgoopleidingen en de daarmee samenhangende woonsituatie 'volgend jaar'. Deze context stond dus dicht bij de belevingswereld van de leerlingen.

Bij deze opgave wilde ik het aflezen en interpreteren van grafieken toetsen; specifieke wiskunde A vaardigheden en ik hoopte dat leerlingen met wiskunde B in hun pakket hierbij niet vanzelfsprekend in het voordeel zouden zijn. Er konden met deze opgave in totaal 19 punten worden behaald. De leerlingen met alleen wiskunde A in het pakket behaalden gemiddeld 7,5 pt ( $\sigma = 2,33$ ;  $n = 27$ ) en de leerlingen met ook nog wiskunde B in het pakket behaalden gemiddeld 8,95 pt ( $\sigma = 2,62$ ;  $n = 20$ ). Indien geen van beide leerlinggroepen bij deze opgave in het voordeel zou zijn geweest, hadden de gemiddelde scores waarschijnlijk toch niet gelijk gelegen. Immers leerlingen met ook wiskunde B behalen meestal een hogere score. Kortom uit de resultaten kan niet direct worden afgeleid of de opzet geslaagd is. Overigens viel wel op dat leerlingen met aardrijkskunde in het pakket dit een minder moeilijke opgave vonden. Nu was het dus zo dat een andere groep leerlingen voordeel had van een ander vak in hun pakket. De meeste leerlingen vonden zo'n opgave, waarin alleen door middel van aflezen en interpreteren conclusies moesten worden getrokken, niet eenvoudig. Dat maakt duidelijk dat hiervoor vaker geoeft moet worden en er dus meer van dit soort opgaven moet komen.

Wat bij deze opgaven niet gelukt is, is om het compact te houden. De opzet van eerst globaal kijken, dan specifiek en tenslotte een algemeen overzicht krijgen en conclusies trekken, vereist veel onderdeeljes. De opgave wordt al gauw te lang. Daardoor kunnen er veel punten voor behaald worden. Leerlingen die afhaken zien het dan ineens somber in. Dat was ook de kritiek van de leerlingen.

## Hoe kom je geschikte contexten op het spoor?

De ervaring leert dat het verstandig is om bij het lezen van kranten en tijdschriften regelmatig de schaar bij de hand te houden om situatiebeschrijvingen voor leerling-nabije opgaven uit te kunnen knippen.

Daarnaast laat ik leerlingen in de oefenperiode vóór het examen zelf opgaven bedenken bij een gegeven wiskundekern. Deze opgaven zijn om begrijpelijke redenen meestal geen juweeltjes; het is (zeker voor leerlingen) erg moeilijk contexten te vinden waarin de gevraagde technieken ook werkelijk in de praktijk worden toegepast. Maar op deze manier komen wel contexten naar

voren die de leerling aanspreken, waarmee wij weer ons voordeel kunnen doen. Verder kunnen toetsenbundels en repetitieuilbeurzen ook een inspiratiebron vormen voor geschikte contexten. Tenslotte is het belangrijk goed om je heen te kijken, en te luisteren.

### Voorbeeld

In een gesprek met een treingenoot bleek deze als demograaf werkzaam te zijn; hij leverde mij de drie grafieken van opgave II.

Mij bleek dat bij demografisch onderzoek wiskundige analysetechnieken gebruikt worden, waarvan de basis grotendeels gelegd wordt in het vwo wiskunde A programma: normale verdeling, toetsen van hypothesen en correlatie en regressie. Ongetwijfeld zijn er meer mensen in onze omgeving die in hun beroep situaties tegenkomen die wij goed voor schoolonderzoekopgaven kunnen gebruiken.

## Een checklist

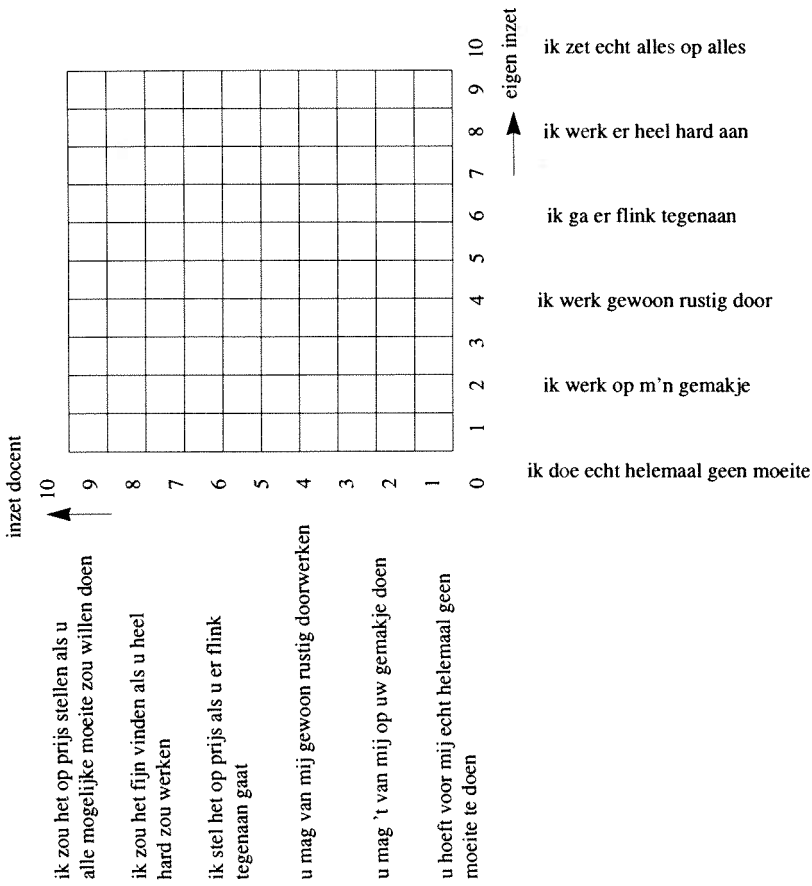
Schoolonderzoekopgaven voor wiskunde A moeten aan heel wat eisen voldoen. Zulke opgaven opstellen is een heel precies werkje. De ene opgave zal op sommige criteria beter scoren dan op andere, een andere opgave in hetzelfde schoolonderzoek compenseert dat dan hopelijk weer. Een lijstje van punten waaraan je zoal moet denken kan helpen de kwaliteit van de opgaven te verhogen. Hierbij doe ik een poging op z'n minst een begin van zo'n lijstje te maken.

- Is de context herkenbaar voor de leerlingen?
- Is de context realistisch?
- Is de vraagstelling ook realistisch?
- Spreekt de context ook meisjes aan?
- Bevat de opgave relevante en duidelijke illustraties?
- Is het gebruik van het wiskundig gereedschap in overeenstemming met de praktijk?
- Toetst de opgave ook specifieke wiskunde A kennis en vaardigheden?
- Zijn de benodigde vaardigheden in het voorafgaande onderwijs voldoende voor het voetlicht gebracht?
- Is het taalgebruik eenvoudig genoeg?  
Zinnen niet te lang, niet te veel omhaal van woorden en niet te compact, geen onnodige laagfrequente woorden, geen verborgen informatie, geen onnodige verwijswoorden, enzovoort.
- ...

Het maken van schoolonderzoekopgaven is leuk, geeft veel voldoening, maar is soms ook lastig en tijdrovend. Het hanteren van bovengenoemde spelregels kan helpen bij het maken van steeds betere schoolonderzoekopgaven. Wanneer de checklist uitgebreid wordt met specifieke wensen en eisen van speciale groepen leerlingen kan een werkbaar instrument ontstaan voor iedere docent.

### Opgave 1

Na een schoolonderzoek wilden de wiskundeleraren nagaan of de resultaten te wijten waren aan de werkhouding van de leerlingen. Zij zetten daartoe een kleine leerling-enquête op. Bij één van de onderdelen van de enquête moest de leerling 'positie kiezen'. Door het plaatsen van een stip in een assenstelsel, gaf men daarbij aan hoeveel energie je van plan was in dit vak te steken, en hoeveel energie je daarbij van je docent verwachtte. Hieronder zie je zo'n assenstelsel.

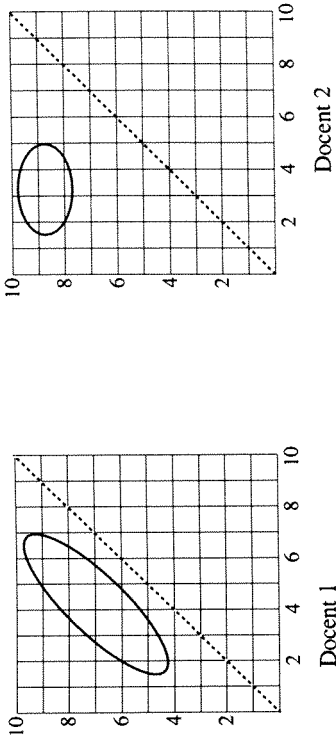


Wel nu, je kunt de stippen van alle leerlingen in één assenstelsel zetten en zo verkrijgen je ... (je raadt het al) ... een puntenwolk! Leuk hè!!!

Docenten waren nogal benieuwd naar het resultaat. Je kunt je dat misschien wel voorstellen. Sommigen van hen deden van te voren uitspraken over de te verwachten puntenwolk:

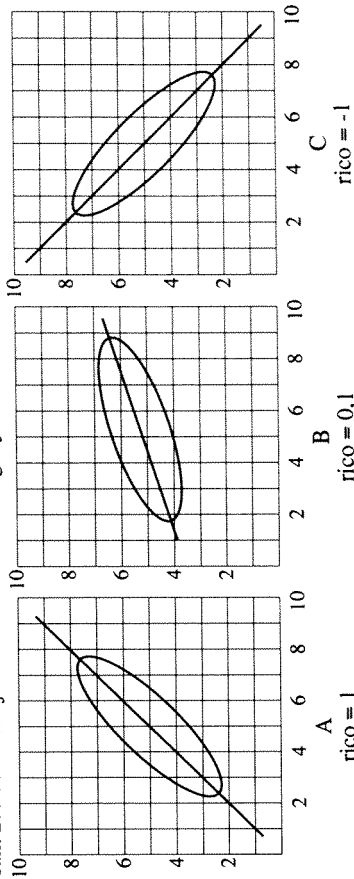
Docent 1: Je zult zien dat die puntenwolk bijna geheel boven de diagonaal ligt.

Docent 2: Die puntenwolk komt linksboven in de hoek van het diagram terecht!



1. Breng onder woorden hoe deze twee docenten jullie werkhouding inschatten.

Een andere (wiskunde)docent gaf aan dat de *richtingscoëfficiënt* van de *centrale lijn* interessant zou kunnen zijn. We schetsen drie mogelijkheden.



2. Maak duidelijk wat bij deze drie mogelijkheden de kenmerken van de leerlingengroep zijn.

Overigens was vooraf nog niet te zeggen of er wel sprake zou zijn van enige correlatie.

3. Schets op de bijlage een mogelijke puntenwolk, die aangeeft dat er in het geheel geen correlatie is.

We gaan het een en ander nu onderzoeken. Hieronder is de geleverde score afgedrukt.

punt	(5,7)	(6,5)	(6,6)	(6,7)	(6,8)	(7,7)	(7,8)	(2,0)	(2,4)	(4,4)
frequentie	1	2	7	1	1	3	2	1	3	4
punt	(4,5)	(4,6)	(5,5)	(5,6)	(8,8)	(8,9)	(8,10)	(9,6)	(10,7)	(10,9)
frequentie	2	5	2	1	2	1	2	1	1	1

## Opgave II

De getallen onder de coördinaten geven aan hoeveel leerlingen die positie gescoord hadden; de frequentie dus.

4. Teken op het antwoordblad de puntenwolk. (Waarbij je de frequentie buiten beschouwing laat.)

We proberen nu eerst een globale indruk te krijgen, zonder veel rekenwerk.

- Teken in de figuur van vraag 4 de best passende omtrek van de puntenwolk.
- Teken zo goed mogelijk de beide regressielijnen.
- Bepaal de richtingscoëfficiënt van beide regressielijnen.
- Bepaal zo een schatting van de correlatiecoëfficiënt.

Zoals je ziet is er één echte uitbijter, die laten we voor de verdere berekening buiten beschouwing.

We hebben wat rekenwerk voor je verricht:

De gemiddelde score "eigen inzet" ( $x$ -score):  $\mu_x = 5,714$ , met  $\sigma_x = 1,943$ .

De gemiddelde score "inzet docent" ( $y$ -score):  $\mu_y = 6,238$ , met  $\sigma_y = 1,601$ .

En de covariantie  $\text{cov}(x,y) = 2,401$ .

- Geef de formule voor de berekening van  $\text{cov}(x,y)$ .
- Stel de vergelijking van de centrale lijn op. Geef de berekening erbij.
- Bereken de correlatiecoëfficiënt.
- Trek uit bovenstaande gegevens nu de conclusie over de correlatie (positief/negatief en zwak/sterk).  
Als je vraag 8, niet hebt kunnen beantwoorden, neem hiervoor dan 0,7.
- Schrijf een korte reactie op de uitspraken van de docenten uit vraag 1 en vraag 2.

Enkele geïnteresseerde docenten willen weten welke inzet er gemiddeld genomen nu eigenlijk van hen verwacht wordt, door de verschillende leerlingen.

- Stel de formule op waarbij de "inzet docent" ( $y$ ) berekend kan worden uit de "eigen inzet" ( $x$ ).
- Bepaal vervolgens met deze formule de "inzet docent"-waarde bij een "eigen inzet"-waarde van 3. Wat stelt dit antwoord nu precies voor?

11. Een docent vult in de formule van vraag 10 zijn eigen "inzet docent"-waarde in en berekent zo de "eigen inzet"-waarde van de leerling.  
Geef commentaar op deze aanpak.

Op school wordt veel geklaagd over de "eigen inzet" van de leerlingen (1).  
Ook was de opmerking van een docent te horen: "Leerlingen klagen steen en been, als ik mijn werk niet perfect in orde heb, maar voeren zelf niets uit!" (2).

12. Worden de bovenstaande klachten (1) en (2) door dit onderzoek bevestigd? Motiveer je antwoord.

Percentage nog thuis wonende vrouwen

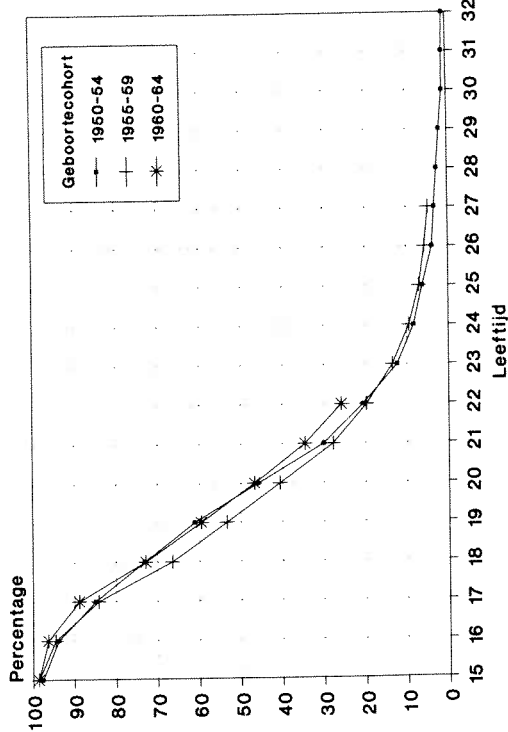
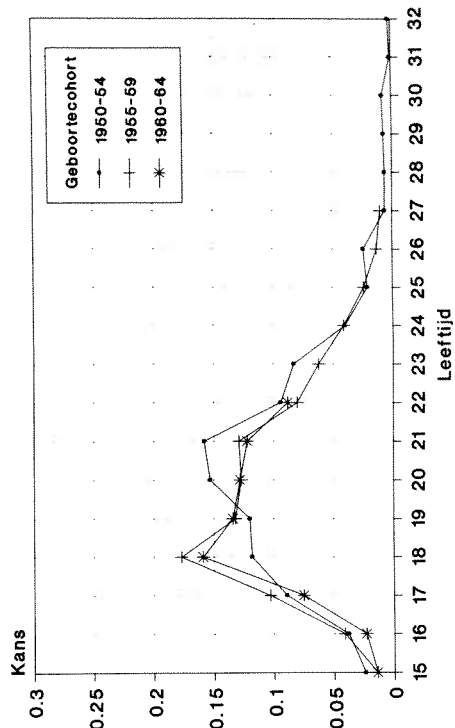


fig. I

Bron: Onderzoek Gezinsvorming CBS

Jaarlijkse kans om uit huis te gaan voor vrouwen uit diverse geboortecohorten



Bron: Onderzoek Gezinsvorming CBS

fig. II

### Inleiding

Op welke leeftijd verlaten meisjes/jonge vrouwen het ouderlijk huis? En met welke reden doen ze dat dan? Zijn er (sociaal-)maatschappelijke factoren, die daarbij een rol spelen? Zou het waar zijn dat jonge vrouwen, gemiddeld genomen, op steeds jongere leeftijd uit huis gaan? Reden genoeg voor het doen van demografisch onderzoek. We bekijken de (grafische) resultaten van een kwantitatief onderzoek.

1. Ter oriëntatie: Schrijf een aantal redenen op, waarom jonge vrouwen het ouderlijk huis verlaten.

Zoals je ziet hebben de onderzoekers de gegevens in drie groepen ingedeeld, afhankelijk van het geboortjaar, zogenaamde "geboortecohorten". Voor het gemak noemen we verder geboortecohort 1950-1954: A, cohort 1955-1959: B en cohort 1960-1964: C. De bijbehorende grafieken noemen we grafiek A, grafiek B en grafiek C.

2. Hoeveel jaargangen "bevat" één geboortecohort?

We bekijken nu eerst figuur I. In deze figuur staan drie grafieken, behorende bij de verschillende geboortecohorten. Voor grafiek B vind je, bij een leeftijd van 18 jaar, een waarde van 67%.

3. Beschrijf nauwkeurig wat de betekenis van die waarde is.

4. Geef aan hoe je, uitgaande van deze grafiek, een somfrequentiepolygoon van "uit huis wonende vrouwen" zou kunnen maken.

Voor de leeftijd van 17 - 22 jaar geldt dat de grafieken A en C boven grafiek B liggen. Aan deze constatering zitten (belangrijke) maatschappelijke veranderingen vast.

5. Beschrijf die veranderingen.

Schrijf een kort krantartikelje waarin mogelijke oorzaken worden genoemd passend bij deze veranderingen.

6. De verschillende grafieken stoppen bij 22, 27 en 32 jaar.

Leid hieruit af in welk jaar het betreffende onderzoek waarschijnlijk is gehouden.

We kijken nu naar figuur II.

7. Geef een verklaring voor het feit dat de grafieken B en C een "top" hebben bij 18 jaar, terwijl grafiek A een "top" heeft bij 21 jaar. (Kijk nog eens naar je antwoord op vraag 1.)

8. In figuur I kunnen we voor grafiek B, bij 18 jaar, 67% aflezen.

Laat zien hoe dit percentage berekend kan worden, uitgaande van figuur II.

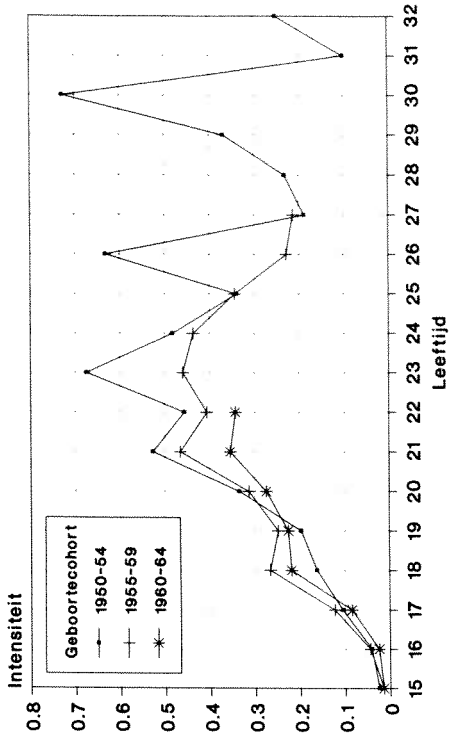
9. De onderzoekers schrijven boven figuur II: "jaarlijkse kans".

Beschrijf precies welke kans hier bedoeld wordt.

Tenslotte kijken we naar figuur III en met name grafiek A; een vooraf aan het eind heel "piekerige" grafiek. We willen proberen te begrijpen wat hier aan de hand is.

Je leest af: bij de groep van 30-jarigen is de "intensiteit van uit huis gaan wonen" 73%.

### Intensiteit van uit huis gaan voor vrouwen van diverse geboortecohorten



Bron: Onderzoek Gezinsvorming CBS

fig. III

10. Leg uit dat het hier eigenlijk om "kansen bij een experiment zonder terugleggen" gaat. Wat betekent dus die 73%?

11. Leg nu uit, dat de grote pieken in grafiek A te maken hebben met de groeps-grootte van de nog thuiswonende vrouwen van die leeftijden.

12. Als figuur III in de krant zou worden geplaatst, zou iemand die een oppervlakkige blik werpt, gemakkelijk kunnen concluderen dat merkwaardigerwijs vrouwen van 26 jaar en 30 jaar massaal hun ouderlijk huis verlaten. Leg uit dat deze conclusie erg voorbarig is.

Geer bij de beantwoording van de volgende vragen vanuit, dat de grafieken C in figuur I, II en III ook geldig zijn voor alle cohorten na 1964. Geef bij je antwoorden ook aan welke figuur je hebt gebruikt voor het vinden van je antwoord.

13. Stel, in de wijk waar jij woont, zijn 14 gezinnen met een (nog) thuis wonende dochter van 18 jaar. Hoeveel van hen, verwacht je, krijgt in dit jaar te maken met "uit huis gaan" van de dochter?

14. Vandaan hebben de bureu een kind gekregen. Het is een meisje. De buurman vraagt zich nu al bezorgd af, op welke leeftijd gemiddeld genomen, de meisjes uit huis plegen te gaan. Beantwoord deze vraag door de mediaan te bepalen.

15. Bij de gemeente, afdeling volkshuisvesting, is men geïnteresseerd in de vraag, hoeveel van de 86 dit jaar geboren meisjes, in hun 21ste levensjaar uit huis zal gaan. Beantwoord die vraag.