

Het Middle School Project in kaart gebracht

M. van Reeuwijk

Freudenthal instituut, Universiteit Utrecht

Inleiding

Trouwe lezers van de Nieuwe Wiskrant hebben in vorige nummers kunnen lezen dat het Freudenthal instituut samenwerkt met de universiteit van Wisconsin aan de ontwikkeling van een nieuw wiskundeprogramma voor leerlingen van tien tot veertien jaar in de Verenigde Staten. In het aprilnummer van 1992 werden de achtergronden van dit project geschetst, en in het aprilnummer van 1993 heeft Anton Roodhardt over een deel van de algemene lijn van het project geschreven.

Inmiddels is het project over de helft, zowel in tijd als in de ontwikkeling van materialen. Gezien de korte looptijd van het project konden we helaas niet in grade 5 (de eerste klas van de middle school) beginnen met het ontwikkelen van materialen en dan langzaam daarop voortbouwen voor de hogere leerjaren. Vandaar dat we parallel werken aan ontwikkelwerk voor grades 5 en 7 (vergelijk: in Nederland groep 7 en de brugklas), en daarna doorgaan met grades 6 en 8. Op deze manier wordt de helft van de tijd bespaard. Dat dit geen ideale situatie is, moge duidelijk zijn. Op dit moment zijn van de ruim veertig pakketjes die in totaal zullen worden ontwikkeld de eerste versies voor grades 5 en 7 allemaal uitgeprobeerd. De nadruk ligt nu op revisies en het ontwikkelen van pakketjes om de gaten die er nog zijn te dichten. Overigens luidt de officiële naam van het project 'Mathematics in Context'. Onder deze naam zullen al de ontwikkelde materialen worden uitgegeven. In Nederland en op het Freudenthal instituut wordt het project nog steeds bij de oude werktitel 'Middle School Project' genoemd. Het gaat tenslotte om de ontwikkeling van een nieuw wiskundeprogramma voor de Amerikaanse middle school.

Blauwdruk en kaart

Bij leerplanontwikkelingsprojecten wordt altijd met een beschrijving van het te ontwikkelen leerplan gewerkt. Bij Hewet en Hawex waren dat de nieuwe examenprogramma's. In W12-16 werd er gewerkt met een raamplan vooraf en een trajectenboek halverwege en achter-

af. En voor de basisschool is er de *Proeve van een Nationaal Programma*.

Er is ook een dergelijke beschrijving voor het leerplan dat in het Middle School Project wordt ontwikkeld.

De Amerikaanse vereniging van wiskundeleraren (de NCTM) heeft in 1989 de *NCTM Standards* gepubliceerd, waarin de nieuwe doelen van het Amerikaanse wiskundeonderwijs worden beschreven. Dit document vormt het uitgangspunt voor het Middle School Project. In het MSP zijn de algemene richtlijnen uit de Standards verwerkt in de *Blueprint*, een boekwerk waarin een blauwdruk van het hele project wordt geschetst.

Naast een inhoudelijk beschrijving van het leerplan worden ook andere aspecten van het project (nascholing, toetsen, technologie, experiment) toegelicht. De *Blueprint* is voorlopig een werkdocument alleen voor intern gebruik. Het centrale onderdeel van de *Blueprint* is de 'map'. Niet te verwarren met de kasten vol met mappen op het Freudenthal instituut waar het hele project in wordt gearchiveerd. De 'map' is een schematische kaart waarop alle veertig pakketjes staan, verdeeld naar leerjaar en naar leerlijn.

In het Middle School Project worden pakketjes ontwikkeld die voor een deel gebaseerd zijn op ervaringen en bestaande pakketjes in Nederland. Het is wellicht interessant voor de belangstellende wiskundedocent in Nederland te zien hoe de ideeën uit Nederland nu worden gebruikt in de VS. In dit artikel gaan we wat dieper in op de map, geardeerd met voorbeelden uit de pakketjes.

De map

Het plaatje op de volgende bladzijde is een ingedikte en verkleinde weergave van de map. De namen zijn de (Amerikaanse) titels van pakketjes. Misschien dat u een paar namen herkent als vertalingen en bewerkingen van titels van IOWO, OW&OC, en W12-16 pakketjes.

De map is ingedeeld in vier leerlijnen (rekenen, algebra, meetkunde en statistiek en kans) verspreid over vier leerjaren (grades 5-8). Het is niet de bedoeling om in dit artikel alle pakketjes te gaan beschrijven. We willen alleen een beeld schetsen van het leerplan dat wordt ont-

| grade | rekenen | algebra | meetkunde | statistiek en kans |
|-------|------------------------------|------------------------|-------------------------------|----------------------|
| 5 | Pies & Pieces | Patterns & Symbols | Side Seeing | Picturing Numbers |
| | Measure for Measure | | | |
| | Per Sense | Dry & Wet Numbers | Figuring all the Angles | |
| | Grasping Sizes Large & Small | Expressions & Formulas | Mathematics, Measurement & Me | Take a Chance |
| 6 | Piece of Cake | Operations | Keeping on Track | Reallotment |
| | Mixed Up | Comparing Quantities | Packages, Polygons & Crystals | Dealing with Data |
| | More or Less | | Ups & Downs | Triangles and Beyond |
| 7 | Corn Crunch | Decision Making | Powers of Ten | Ways to Go |
| | | Solving Equations | Shady Business | Digging Numbers |
| | Common Talk | Triangles & Patterns | Growth | Triangles & Tiling |
| 8 | | Get the Most Out of it | Around the World in 80 Days | Going the Distance |
| | | | | Check it Out |
| | | | | Great Expectations |

wikkeld. Het plaatje kan daarbij als naslagwerk dienen. Als er gesproken wordt over bepaalde pakketjes (zie bijvoorbeeld Roodhardt, 1993) kunt u ze plaatsen. Bovendien is de map zelf ook aan veranderingen onderhevig, pakketjes veranderen van naam, volgorde verwisselen en soms sneuvelt er een pakketje.

Zoals in de map is te zien wordt in het Middle School Project ongeveer 25 procent van de tijd aan rekenen besteed, 30 procent aan algebra, 25 procent aan meetkunde en 15 procent aan statistiek en kansrekening. De overige 5 procent bestaat uit pakketjes die niet in een aparte lijn onder te brengen zijn.

Rekenen

Rekenen is misschien wel het lastigste onderwerp van het hele leerplan. Er bestaat een lange traditie van rekenen in het Amerikaanse onderwijs. Het onderwijs in de middle grades (dat zijn grades 5 tot en met 8) is berucht om de enorme hoeveelheid tijd die besteed wordt aan het herhalen en inoefenen van allerlei rekenalgoritmen die in lagere klassen zijn geleerd. Meer gebeurt er eigenlijk niet in deze vier jaren. Dit is een van de belangrijkste aanleidingen geweest het reken-wiskundeonderwijs voor de middle school te vernieuwen.

Juist omdat men de lange reken-traditie wil veranderen slaat de balans wel eens door. Kale rekenopgaven zijn taboe en het inoefenen van basisvaardigheden mag ei-

genlijk ook niet. De volgende opgave uit een pakketje in de rekenlijn leverde problemen op bij onze Amerikaanse collega's omdat hij te kaal zou zijn.

Make up a story for each of the following problems.

$$a \quad 6 \times 2\frac{3}{4} \quad b \quad 11 : 2\frac{3}{4}$$

$$c \quad 12 \times \frac{2}{3} \quad d \quad 6 : 1\frac{1}{2}$$

Het is lastig om een mix van basisvaardigheden/schatkend rekenen/globaal rekenen/ontwikkelen van gevoel voor getallen aan te bieden, die past in het beeld dat de Amerikanen hebben van het rekenonderwijs. Voor de Amerikanen verschilt dit zoveel van wat ze gewend zijn, dat ze met de nieuwe aanpak vaak moeite hebben. Aan het nut van basisvaardigheden wordt nogal eens getwijfeld. Daar is de rekenmachine voor, dus hoeft je in het leerplan geen aandacht aan basisvaardigheden te besteden, is zo ongeveer de redenering.

Ervaringen in onder andere Nederland hebben uitgewezen dat beheersing van elementaire rekenvaardigheden belangrijk is. Het kost heel wat energie om de collega's in Madison te overtuigen van het belang hiervan. Maar er zit vooruitgang in de samenwerking want kale opgaven zoals hierboven 'mogen' nu toch wel.

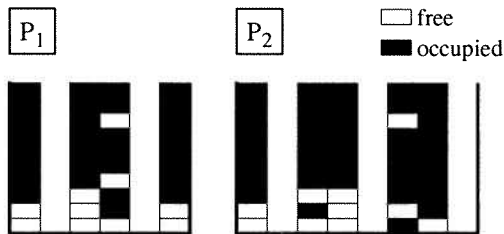
In het project hebben we een aantal keuzen gemaakt met

betrekking tot zowel inhoud als aanpak. In grade 5 zijn er afzonderlijke pakketjes waarin de begrippen breuken (Pies & Pieces), procenten (Per Sense), kommagetallen (Measure for Measure), en verhoudingen (Grasping Sizes, Large & Small) worden ontwikkeld. In grade 6 worden expliciete relaties tussen de begrippen gelegd en wordt er ruimschoots aandacht besteed aan bewerkingen met breuken, kommagetallen, procenten en verhoudingen. Schatten en het gebruik van (visuele) modellen staan centraal in de gekozen aanpak. Parallel aan de pakketjes waarin de begrippen worden ontwikkeld, zijn er series werkbladen Number Tools (waarin basisvaardigheden worden bijgehouden) en News in Numbers (een reeks rekenproblemen uit de krant) waar een docent gedurende de hele middle school periode gebruik van kan maken.

In grades 7 en 8 staat er tenslotte nog een tweetal rekenpakketjes op het programma waarin gewerkt wordt met de in grade 5 en 6 ontwikkelde vaardigheden.

Uit Per Sense

Here you see two parking lots: P1 and P2.



- > Which one of the parking lots is the most full? Explain your answer.

Signs have been placed at the entrance to the parking lots to inform the drivers about how full the lots are.

- > Fill in the parking lot signs for both lots.

P1 number of spaces: _____

Occupied: _____

Free: _____

Fraction occupied: _____

Fraction free: _____

P2 number of spaces: _____

Occupied: _____

Free: _____

Fraction occupied: _____

Fraction free: _____

De rekenlijn staat natuurlijk niet los van de rest van het programma; er zijn veel dwarsverbanden. In de map kun je diverse lijnen en pijlen tussen de pakketjes trekken om aan te geven hoe pakketjes zowel horizontaal als verticaal met elkaar samenhangen.

Algebra

Anton Roodhardt heeft een aantal uitgangspunten van het begin van de algebra lijn al eerder beschreven. Vandaar dat we in dit artikel slechts kort aangeven hoe de al-

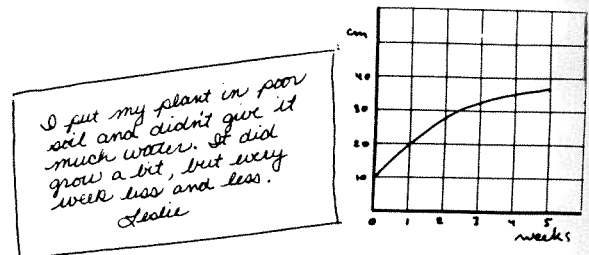
gebra lijn in elkaar zit.

Invloeden van W12-16 en Hawex zijn duidelijk terug te vinden in de algebra lijn, zoals het volgende voorbeeld laat zien.

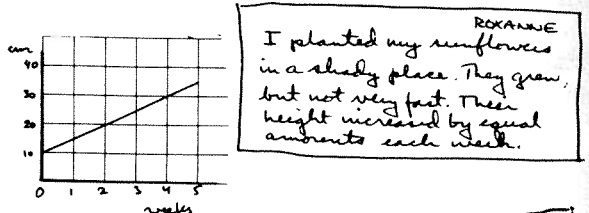
Uit Ups & Downs

Roxane, Jamal, Leslie and Ada are doing a group project on sunflower growth for their biology class. They want to investigate how plant growth is affected by different growing conditions, with each student using a different condition. They start their experiment with plants measuring 10 cm. They collect data for each of five weeks. At the end of the five weeks they write a report of their experiment by making a table, a graph, a diagram of differences and a 'growth-story' for each of the four conditions. Unfortunately when they went to put their notes together, they got messed up and some were lost.

- > Find out which notes belong to which student. Also show what information was on the missing notes.



| weeks | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------------|----|------|------|----|----|------|
| height (cm) | 10 | 12.5 | 17.5 | 25 | 35 | 47.5 |



| weeks | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------------|----|----|----|----|----|----|
| height (cm) | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |

JAMAL
I TREATED MY SUNFLOWER WELL. IT HAD SUN, GOOD SOIL AND I EVEN TALKED TO IT. IT GREW EVERY WEEK MORE THAN THE WEEK BEFORE.

| weeks | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------------|----|----|------|------|----|----|
| height (cm) | 10 | 20 | 27.5 | 32.5 | 35 | 36 |

In de algebra lijn zijn drie minileergangen te onderscheiden die sterk met elkaar samenhangen: formules, vergelijkingen en grafieken. Patterns & Symbols is het startpakketje voor zowel de formule- als de vergelijkingenleerlijn.

In de formulelijn worden verschillende notaties voor wiskundige expressies en formules geïntroduceerd (pijlentaal, bomen, woordformules). In Operations staat het rekenen met negatieve getallen en de volgorde van bewerkingen centraal. De ontwikkelde begrippen en notaties worden in Building Formulas gebruikt. In dat pakket maken leerlingen zelf (lineaire) formules door regelmatigheid te herkennen (onder andere door tabellen te gebruiken). Meer ingewikkelde formules (kwadratische, wortelformules, met haakjes) komen aan de orde in het tweede deel van het pakketje. Vuistregels en formules worden onderzocht en getest op hun bruikbaarheid: getallen invullen, omkeren van formules, het uit elkaar halen van een formule in kleinere eenvoudiger deelformules, enzovoort. De formulelijn mondt uit in het pakketje Triangles & Patterns, waar op een meer formeel niveau met lineaire en kwadratische formules en vergelijkingen wordt gewerkt.

De vergelijkingenlijn begint in grade 6 met het oplossen van 'plaatjes- en verhaaltjesvergelijkingen'. Er wordt nog geen formeel gebruik van variabelen gemaakt. In grade 6 en 7 wordt vooral met lineaire vergelijkingen gewerkt, waarbij nog geen standaard oplossings technieken worden geïntroduceerd. Het gebruik van informele oplossingsstrategieën wordt gestimuleerd (trial and error, combineren, redeneren, uitwisselen van onbekenden, visualiseren). In Decision Making wordt gewerkt met de grafische oplossingsmethode voor stelsels vergelijkingen. Er is ook aandacht voor de vraag wanneer een bepaalde formule wel of niet mag worden toegepast. In Solving Equations wordt systeem gebracht in de tot dan toe informele wijze van werken. En deze lijn eindigt met eenvoudig lineair programmeren in het pakketje Get the Most Out of It.

In de derde lijn – over grafieken – wordt een onderscheid gemaakt tussen het interpreteren en construeren van grafieken op detail niveau én op een globaal niveau. In grade 7 worden verschillende manieren van groei onderzocht in het pakketje Ups & Downs, en de relatie met formules en groeifactor wordt gelegd in het pakketje Growth.

De wensen van de Amerikaanse klant gaan soms erg ver. Het is moeilijk om alles wat in de Blueprint staat opgesomd, ook daadwerkelijk in pakketjes vorm te geven. Voor de algebra bijvoorbeeld wordt er in de NCTM Standards gezegd dat in de middle grades aandacht besteed moet worden aan: lineaire, exponentiële, kwadratische, goniometrische en periodieke functies. Er staat dat leerlingen kennis moeten maken met deze functies, en dat ze er mee moeten kunnen werken. Dat is nogal vaag, want er wordt niet gezegd hoever we moeten gaan. We hebben gekozen om de begrippen langzaam te ontwikkelen, en we nemen daar de tijd voor. Voor leerlingen van 10 tot 14 jaar denken we dat we niet te snel moeten overstappen naar het formeel wiskundige niveau. Vanuit de High School (waar leerlingen na de Middle

School heen gaan) wordt echter wel gevraagd om een formele definitie van het functiebegrip, en om een expliciete behandeling van de distributieve, communicatieve, en associatieve wetten. Verder wordt bijvoorbeeld verwacht dat leerlingen weten dat $x^0 = 1$, en $\frac{1}{x} = x^{-1}$.

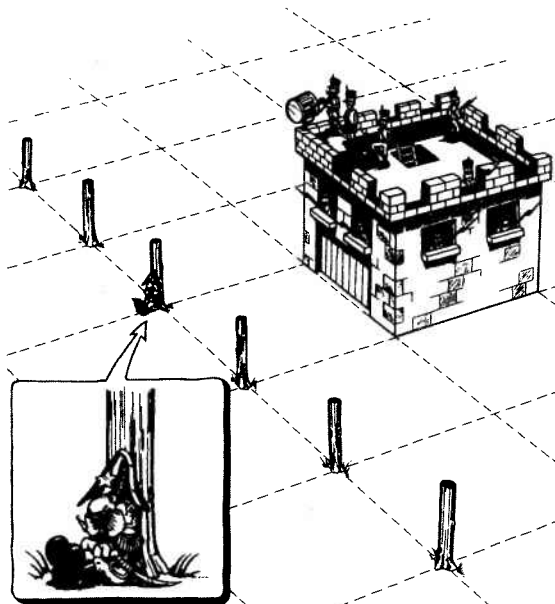
Om geen overladen programma te krijgen^x maken we keuzen. We willen niet ook nog de stof van de High School in het Middle School programma onderbrengen. Een van de doelstellingen van het project luidt dat het programma in principe voor iedere leerling te doen moet zijn.

Meetkunde

De meetkundelijn begint met het pakketje Side Seeing. Kijken, bouwen, tekenen van driedimensionale objecten en hun aanzichten staan centraal in dit pakketje. Voor veel leerlingen is dit de eerste kennismaking op school met ruimtelijke meetkunde. In de pakketjes die volgen wordt het idee van kijken en redeneren steeds meer uitgewerkt.

Uit Shady Business

The General is sitting behind the tree in such a way that he cannot be seen from the fortress.



> *Explain why the General cannot be seen from the lookout post on the fortress.*

Reallotment gaat over oppervlakte. Volgens het idee van verkaveling (knippen en plakken) worden diverse strategieën ontwikkeld om de oppervlakte van figuren (regelmatig en onregelmatig) te bepalen. Regelmatige figuren worden nader bestudeerd in het pakketje Packages, Polygons, and Crystals.

Hoeken, driehoeken, verhoudingen komen aan bod in de pakketjes Figuring all the Angles, Shady Business en Triangles & Tiling. Het voorbeeld hierboven illustreert

dat we ons hebben laten inspireren door pakketjes als Schaduw en Diepte. Er wordt veel gekeken en getekend in de meetkundelijn die eindigt met het pakketje Going the Distance waar onder andere de stelling van Pythagoras inzit.

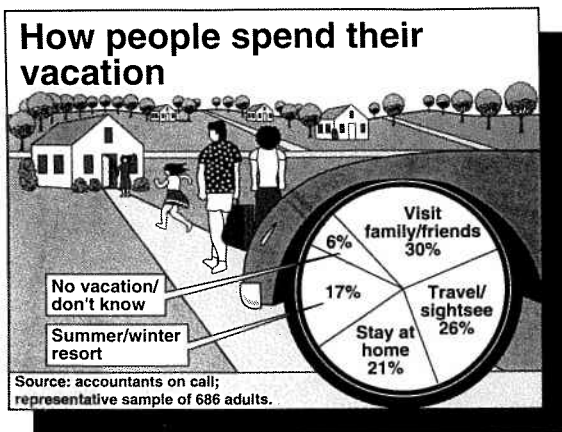
Er bestaat geen meetkundetraditie in de Middle School. We hebben daarom, in tegenstelling tot bij de rekenlijn, veel vrijheid om deze lijn in te richten. De docenten hebben weinig of geen ervaring met meetkunde. Dat levert wel eens problemen op. Het is niet altijd duidelijk voor de docenten wat het doel van een bepaald vraagstuk of hoofdstuk is. Het past vaak niet in hun eigen beeld van 'geometry', het klassieke meetkundeonderwijs zoals ze dat zelf op school hebben gehad.

Het opmerkelijke is dat de leerlingen veel minder moeite hebben met deze aanpak van de meetkunde dan hun docenten. De reacties van de leerlingen zijn heel positief. De ervaringen tot nu toe met de meetkunde in het Middle School Project verschillen weinig van die in Nederland met W12-16, Hawex en Hewet.

Statistiek en kans

Dit is een veel belangrijker onderwerp in de VS dan in Nederland. Op TV, in kranten, overall worden statistieken bijgehouden. Met name in de sport kan dit wel eens uit de hand lopen. De waarde van een speler wordt uitgedrukt in zijn statistieken. Kranten maken ook creatief gebruik van grafiekjes om gegevens te presenteren.

Uit Picturing Numbers



By James Bullock, USA Today

Magazines and newspapers use different ways to present information. Above you see a typical example.

- > What does the graph tell you?
- > About what fraction of people in the United States stay at home for vacation?
- > Why do you think the graph uses percents instead of fractions?

In het MSP wordt veel aandacht besteed aan het ontwikkelen van een kritische houding ten opzichte van gepresenteerde data in de vorm van grafieken, tabellen, getallen. De pakketjes Picturing Numbers en Dealing with Data behandelen de meest voorkomende beschrijvende statistische begrippen en grafische methoden. In Haida Island – een thematisch pakketje – wordt van de leerling verwacht deze methoden en technieken te gebruiken om een op statistisch onderzoek gebaseerd plan op te stellen voor de inrichting van het eiland als een National Park. In Check it Out wordt aandacht besteed aan allerlei misrepresentaties in grafieken en komt de regressielijn aan de orde.

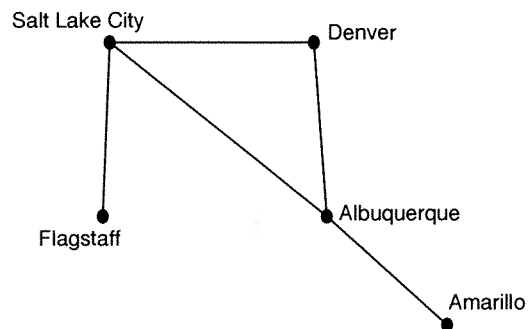
Het kansbegrip proberen we langzaam en intuïtief te ontwikkelen in Take a Chance. Dit wordt uitgebouwd in Great Expectations. Hier levert de keus van de context wel eens een probleem op. Gokken en spelletjes zijn bijvoorbeeld discutabele onderwerpen in de VS, daarom moet je heel voorzichtig zijn in je woordkeuze als je kiest voor dit soort contexten.

Overige pakketjes

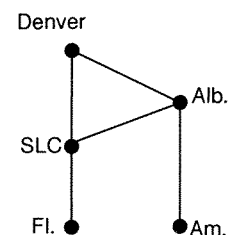
Er zijn ook nog pakketjes die niet duidelijk in een van de vier leerlijnen passen. Ways to Go en Digging Numbers zijn beide pakketjes over discrete wiskunde. Het volgende voorbeeld komt uit Ways to Go. Telproblemen, grafen en matrices zoals in wiskunde A en in de brugklaspakketjes van W12-16, komen in het MSP ook in grade 7 aan de orde.

Uit Ways to Go

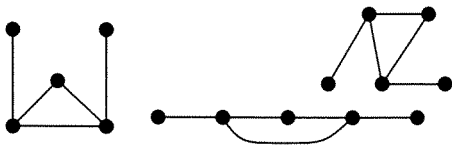
Rocky Airlines is a small airline company serving the cities in the graph below:



To make their flight graph look more like their logo, Rocky Airlines usually displays the graph like this:



> Show that the following graphs are all the same as the Rocky Airlines graph.



Around the World in 80 Days (een thematisch pakketje) is een bewerking van het Nederlandse IOWO pakketje 'Reis om de Wereld in 80 Dagen'.

Onderzoek en vernieuwing

De indruk kan ontstaan dat in het Middle School Project alleen maar pakketjes worden geproduceerd, dat Nederlandse materialen worden aangepast voor de Amerikaanse situatie en dat er weinig vernieuwends gebeurt. Dat valt echter wel mee. De leeftijd van de middle school leerlingen (10 tot 14 jaar) komt overeen met die van Nederlandse leerlingen uit groepen 7 en 8 van de basisschool en de eerste twee klassen van het voortgezet onderwijs. Dit heeft geleid tot een georganiseerde samenwerking tussen deskundigen uit het basisonderwijs en uit het voortgezet onderwijs. Ervaringen uit zowel BO als VO worden in het Middle School Project gebruikt, en dat leidt soms tot diepe discussies en een interessante kijk op de zaak. Het kan heel verhelderend zijn als iemand, die jaren met het rekenen voor het basisonderwijs bezig is geweest, zijn licht laat schijnen over een stukje algebra. En andersom natuurlijk ook.

In het basisonderwijs wordt bijvoorbeeld veel meer gebruik gemaakt van eigen produkties van leerlingen dan in het voortgezet onderwijs. Die ervaringen worden nu in onder andere het algebra pakketje Comparing Quantities gebruikt. Elk hoofdstuk wordt afgesloten met een eigen produktie. Als onderdeel van de samenvatting aan het eind van het hoofdstuk wordt de leerlingen gevraagd het hoofdstuk nog eens door te kijken en een eigen vraagstuk te bedenken dat past bij dat hoofdstuk.

In het voortgezet onderwijs in Nederland wordt er in het algemeen met een meer gestructureerd leerplan gewerkt dan in het basisonderwijs. Er wordt naar examens toegevoerd en de te behandelen stof is vrij gestructureerd opgedeeld in hoofdstukken. Wiskundeboeken zien er anders uit dan rekenboeken. In het basisonderwijs wordt veel meer aan de leerkracht overgelaten. De handleidingen zijn in het basisonderwijs belangrijker dan in het voortgezet onderwijs, waar veel uit de handleiding ook in het leerlingenmateriaal staat. De Middle School pakketjes worden in de voortgezet onderwijstraditie ontworpen. Dat houdt bijvoorbeeld in dat er met samenvattingen aan het eind van het hoofdstuk gewerkt wordt. Een reden voor de keuze om het leerlingenmateriaal centraler dan de handleiding te stellen, is dat de ervaring heeft geleerd dat docenten de handleiding in het alge-

meen slecht lezen.

Er wordt binnen het project op twee onderwerpen promotieonderzoek verricht door medewerkers van het Freudenthal instituut.

De kijkmeetkunde wordt systematisch onderzocht. Het ontwerpproces van de pakketjes Figuring all the Angles en Shady Business, de doelen van de pakketjes, en het uitproberen van de pakketjes in de klas worden nauwkeurig beschreven.

In het tweede onderzoek wordt voor een aantal algebra-pakketjes expliciet gemaakt waar het in die pakketjes om draait en worden er verschillende toetsvormen ontworpen en uitgetoetst om die doelen te toetsen.

Met de opbrengsten van deze twee onderzoeken hopen we in de toekomst ook in Nederland weer ons voordeel te doen.

Tot slot

De inhoud van het leerplan ligt nog niet helemaal vast. Naar aanleiding van de grootschaliger field test (een experiment op verschillende scholen, verspreid over de VS) gaat er waarschijnlijk nog flink geschaafd worden. Titels en inhoud van pakketjes zoals in dit artikel genoemd, zullen nog wel wijzigen.

In dit artikel hebben we alleen gekeken naar de pakketjes en de map. Alle andere aspecten van het project (nascholing, implementatie, experiment, technologie, toetsen) hebben we buiten beschouwing gelaten. De resterende twee jaren van het project zullen we ons vooral op deze onderwerpen concentreren.

Het project ligt op schema. Ondanks de tijdsdruk die projecten eigen lijkt te zijn, ligt er straks een mooie verzameling uitgetoetste en gereviseerde pakketjes.

Met dank aan collega's op het Freudenthal instituut voor hun commentaar op eerdere versies van dit artikel.

Literatuur

- Feijs, E., J. de Lange, M. van Reeuwijk en A. Roodhardt (1992). Nederlands wiskundeonderwijs in Amerika. *Nieuwe Wiskrant*, 11(3), 10-17.
- Gravemeijer, K., en J. de Lange (1991). National Council of Teachers of Mathematics: Standards. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 10(2), 45-49.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Reeuwijk, M. van (1992). The Standards Applied: Teaching Data Visualization. *Mathematics Teacher*, 85(7), 513-520.
- Roodhardt, A. (1993). Een ander begin van de algebra. *Nieuwe Wiskrant*, 12(3), 10-17.