

Proefwerk (met z'n tweeën)

L. Wesker-Elzinga

Cornelis Drebbel College, Alkmaar

Toetsen dienen om de leerprestaties van de leerlingen te meten. Meestal gebeurt dat via een individuele, schriftelijke toets die de docent beoordeelt door het geven van een cijfer.

Zelf ben ik als docent verbonden aan het Cornelis Drebbel College te Alkmaar, een school voor volwassenenonderwijs. Ik geef nu al een aantal jaren wiskunde aan de MAVO- en HAVO-afdeling. In mijn 4 HAVO wiskunde A groep zitten 23 leerlingen met een gemiddelde leeftijd van ongeveer negentien jaar.

Het afgelopen schooljaar hebben we in 4 HAVO de boeken A1 en A2 van *Getal en ruimte* gebruikt. Alle hoofdstukken van boek A1 en de eerste vier van boek A2 zijn besproken en stuk voor stuk getoetst, op de normale manier, dus individueel en schriftelijk. De enige uitzondering was bij het hoofdstuk 'Verwerken van statistische gegevens'. Aan de hand van een paar opgaven moest een klein werkstuk worden gemaakt.

Tentamen voor twee personen

Naast mijn werk aan het CDC studeer ik aan de Hogeschool Midden Nederland en hoop daar mijn eerste-graads diploma te behalen. Tijdens de lessen discrete wiskunde, gegeven door Henk van der Kooij, werd geopperd om het tentamen samen met een partner te maken. Zo'n afsluiting zou beter passen bij de manier waarop we tijdens de lessen met combinatoriek bezig waren. Open problemen die niet een specifieke oplossingstechniek afdwingen, maar alternatieve strategieën toetsen en stimuleren.

Na een proefsessie waarin je samen een probleem op moest lossen volgde het tentamen. Mijn partner en ik bogen ons over de vragen en probeerden naar een oplossing toe te werken. Het bleek moeilijk om de gevonden oplossingen duidelijk op papier te krijgen. Ook voor de docent moest de gevolgde strategie immers duidelijk zijn. Na ruim drie uur constateerden we dat het erg vermoeiend was om op deze manier tentamen te doen. Want alles wat je aan oplossing bedenkt, moet meteen duidelijk uitgelegd moeten worden. En ook moet je de oplossing van de ander proberen te begrijpen. Door de voortdurende wis-

selwerking tussen mij en mijn partner werden rare gedachtenkronkels direct overboord gegooid zodat we verder konden gaan met hoopgevende ideeën, gestimuleerd door de ander. Door het uitleggen leerde ik veel over wat ik nu eigenlijk aan het doen was. Al met al vond ik het een heel zinvolle manier van tentamen doen en zeker voor herhaling vatbaar.

Achteraf vroeg ik mijzelf wel af hoe hetzelfde tentamen geweest zou zijn als ik het individueel had gemaakt. Het individuele tentamen was beschikbaar, omdat je kon kiezen tussen individueel en gezamenlijk tentamen doen. Mijn indruk was dat de beoordeling niet veel zou hebben uitgemaakt.

Handig tellen in 4 HAVO

Een paar weken nadat ik zelf dit tentamen had gedaan was mijn 4 HAVO klas bezig met het hoofdstuk 'Handig tellen'. Ik wilde ook in mijn eigen groep gaan proberen hoe het zou zijn als zij samen het proefwerk mochten maken. Op de mededeling dat ze het proefwerk met z'n tweeën mochten maken werd verbaasd gereageerd. 'Dat kan toch niet, mogen we dan samen de vragen beantwoorden?', 'Krijgen we dan allebei hetzelfde cijfer?', 'Mag je zelf kiezen met wie, want dan kies ik een goede uit.' Dezelfde reacties als die ikzelf had. Een run op de leerlingen die 'goed' zijn vond niet plaats. De paren werden samengesteld uit vrienden en vriendinnen. Die ervaring had ikzelf ook toen de partners gezocht moesten worden. Je kiest niet iemand die goed is maar met wie je verder geen band hebt. Het kan natuurlijk wel voorkomen dat een 'minder goede' en 'goede' leerling samen een paar vormen en dan is het waarschijnlijk zo dat de betere er niet beter en niet slechter van wordt maar dat de 'minder goede' leerling erg veel van de betere leert. Er was overigens geen bijzondere voorkeur voor de betere leerlingen.

Ook mochten de leerlingen bij het proefwerk het boek, de schriften en de computer gebruiken. De vijf lessen rond 'handig tellen' verliepen niet anders dan normaal. Grotendeels werkten de leerlingen zelf het hoofdstuk door en net als bij andere hoofdstukken werd er veel

overlegd en samengewerkt. De antwoordenboeken waren bij de hand en ik was er om de gang erin te houden en waar nodig hulp te bieden. Als extraatje werd het eierverfprobleem als huiswerkopdracht meegegeven. Het eierverfprobleem luidt als volgt: *Het is Pasen en ik wil tien eieren kleuren met de kleuren rood, wit, blauw en zilver. Op hoeveel manieren kan dat?*

Eén leerling kwam met de juiste oplossing door alle mogelijkheden handig uit te schrijven. Twee andere oplossingen werden door mij verteld: als eerste de schotjesmethode, waarbij tien eieren door drie schotjes in vier porties worden verdeeld en als tweede de oplossing die gebruik maakt van een rooster¹.

Wat mij opviel tijdens de lessen, was dat er in bijna alle schriften zulke nette aantekeningen verschenen. Dat was natuurlijk ook belangrijk, want diezelfde aantekeningen mochten als hulpmiddel worden gebruikt bij het proefwerk.

Het proefwerk

De zesde les was het dan zover. Het 'vreemde' proefwerk. Er was een oneven aantal leerlingen en daarom vormden zich groepjes van twee en een groepje van drie. Op de tafels lagen boeken en schriften. De groepjes gingen een beetje uit elkaar zitten om elkaar niet te storen. De opgaven van het proefwerk staan hiernaast.

Nadat de eerste vraag was doorgelezen werd er overal overlegd. Ideeën worden uitgewisseld en de leerlingen probeerden elkaar te overtuigen van hun gelijk. Van het gepraat van de burens leek niemand last te hebben, blijkbaar waren ze allemaal geconcentreerd bezig met hun eigen probleem. Bij navraag werd bevestigd dat niemand last had van anderen. Als docent was het een genot om te zien hoe leerlingen intensief bezig waren met wiskunde.

De tijd die voor het proefwerk stond was anderhalf uur. Eén groepje was na een half uur al klaar en na ruim een uur waren de meeste werken afgerond.

Ik vroeg aan de leerlingen een verslagje te maken over deze manier van toetsen. De leerlingen stonden positief tegenover het idee om vaker zo'n proefwerk te houden, alleen zouden er dan meer eenvoudige vragen in moeten zitten dan in dit proefwerk.

Een paar opmerkingen van leerlingen over het samenwerken:

- het is best leuk, maar het is moeilijk om elkaars denkpatronen te kunnen volgen en begrijpen
- je kunt elkaar verbeteren/aanvullen
- je kunt elkaar verbeteren, wat je anders pas doet als het proefwerk wordt teruggegeven
- we wisten met z'n tweeën zoveel dat we het boek niet hoefden te gebruiken
- we vulden elkaar prima aan
- je bent veel meer ontspannen en daagt elkaar uit.

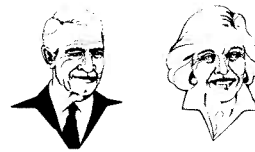
Opgave 1

De directeur van een bejaardencentrum ligt in het ziekenhuis.

Bewoners en personeel hebben geld ingezameld voor een fruitmand. Twee personen mogen de fruitmand bezorgen.

Er zijn 100 bewoners en 75 personeelsleden. In het tehuis wonen 75 vrouwen en er zijn 11 mannelijke personeelsleden.

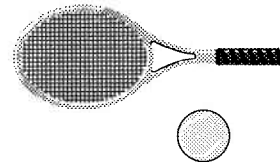
- > Bereken hoeveel mogelijke tweetallen de mand mogen gaan bezorgen als men één van de vrouwelijke personeelsleden kiest en één van de mannelijke bewoners.



Opgave 2

Bij de meeste tenniswedstrijden gelden (onder andere) de volgende regels. Een set is gewonnen bij een stand van 6-0, 6-1, 6-2, 6-3, 6-4 of 7-5; bij de stand 6-6 wordt via de zogenaamde tiebreak bepaald wie de set wint; de speler die het eerst drie sets wint, heeft de wedstrijd gewonnen.

- > X speelt tegen Y en Y wint de wedstrijd in vijf sets. Hoeveel verschillende uitslagen zijn er mogelijk?



Opgave 3

Er zijn verkiezingen in een vereniging en er zijn vier kandidaten, namelijk Olga, Richard, Bastiaan en Zita.

Op hen samen worden 10 stemmen uitgebracht. Een uitslag zou kunnen zijn

Olga	0
Richard	2
Bastiaan	5
Zita	3

Een beetje sneu voor Olga.

- > Hoeveel uitslagen zijn er eigenlijk mogelijk?



De beoordeling

Bij het corrigeren blijkt dat de leerlingen veel meer dan normaal hun antwoorden verklaard hebben. Dat is prettig nakijken, je krijgt dan inzicht in hun oplossingsmethoden. Verder hoeft je maar de helft van het normale aantal na te kijken.

Vraag 1 kostte bij veel leerlingen erg veel tijd, terwijl ik die vraag juist simpel gehouden had. Toch heeft ieder groepje op één na de vraag volledig goed beantwoord.

Vraag 2 was voor de meesten de moeilijkste vraag. Dat zat zowel in het begrijpen van de vraag als in het bedenken van een goede oplossingsmethode. Meestal komen leerlingen wel op het antwoord $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ maar dan vergeten ze dat de eerste vier sets, bestaand uit twee winst en twee verlies partijen, in zes verschillende volgorde kunnen voorkomen.

Vraag 3 werd goed gemaakt door die leerlingen die het probleem meteen herkenden als het 'eierversprobleem', dit waren in totaal negen leerlingen. De overige veertien liepen meteen vast en kwamen met antwoorden als $\binom{10}{4}$ en 4^{10} .

De puntenwaardering leverde problemen op. In eerste instantie wilde ik volstaan met drie categorieën: onvoldoende, voldoende en goed. Tijdens het nakijken kreeg ik echter toch de behoefte om meer gradaties aan te brengen en ik eindigde met een indeling van 1 tot en met 10. Hoe ik bij het nakijken rekening had kunnen houden met het feit dat het werk door twee leerlingen was gemaakt, weet ik nog steeds niet. Ik heb het proefwerk nagekeken alsof het door één leerling was gemaakt. Wel zei een

leerling mij dat het misschien wel leuk was om na zo'n proefwerk nog een individueel mondeling te hebben. Om te kijken of de leerling ook echt zelf heeft nagedacht of dat hij zich puur door de ander heeft laten leiden. Blijkbaar blijft het voor veel leerlingen toch belangrijk om te weten wat je er individueel van zou hebben gemaakt.

De vraag is of het wel zo nodig is om altijd individueel te presteren. Samenwerken is ook een belangrijk leerdoel en dat moet dus ook worden getoetst.

Wat betreft de relatie tussen rapportcijfer en dit ene proefwerk: er zijn er twee leerlingen die voor het proefwerk ± 4 hebben gehaald en op hun rapport ± 6 , voor de rest waren er geen grote verschillen.

Al met al ben ik tevreden over de reacties van de leerlingen. Ze waren tijdens het proefwerk echt samen wiskundig aan het redeneren, luisterden goed naar elkaars oplossingen en probeerden hun eigen oplossingen uit te leggen aan de ander. Wat mij betreft is het experiment voor herhaling vatbaar en voor de leerlingen ook.

Ik kan iedereen aanraden ook eens een proefwerk aan tweetallen te geven. De ervaring die ik ermee op heb gedaan gun ik iedereen.

Lidy Wesker-Elzinga.

Cornelis Drebbel College, Alkmaar.

Tel. 02513-15108

Noot

[1] Vos, F.P. (1993). Het eierversprobleem, revisited. *Nieuwe Wiskrant*, 13 (2), 10-13.

Wiskunde A-lympiade

Op 9 en 10 december zal dit jaar alweer voor de vijfde keer de voorronde van de Wiskunde A-lympiade worden gehouden. De A-lympiade is een wiskunde competitie voor leerlingen uit de vijfde en zesde klas van het vwo en de vijfde klas van de HAVO met Wiskunde A in het pakket. Vorig jaar was het een groot succes. Ongeveer 260 teams van drie of vier leerlingen van 90 verschillende scholen werkten aan de voorrondeopgave. De beste twaalf teams werden uitgenodigd om in maart mee te

doen aan de finale in Garderen.

Binnenkort kunnen alle wiskunde docenten aan HAVO en/of vwo scholen meer informatie en een aanmeldingsformulier verwachten. Heeft u half oktober nog niets ontvangen, dan kunt u alsnog een pakket aanvragen door even naar het Freudenthal instituut te Utrecht te bellen. Ons telefoonnummer is 030-611611 (Femke of Frank). Wij hopen zo spoedig mogelijk uw aanmelding te ontvangen.