

VIERKANT-kampen

M. Spijker, Hogeschool van Amsterdam
Z. Ruttkay, Vrije Universiteit Amsterdam

Achtergrond

De Stichting VIERKANT creëert mogelijkheden voor middelbare scholieren om op een leuke manier met echte wiskunde bezig te zijn.

In dit kader is er in de zomer van 1994 voor het eerst een wiskunde-zomerkamp georganiseerd, het eerste in zijn soort in Nederland. Aan dit kamp namen dertien leerlingen deel (allen jongens). Dit jaar zijn er twee wiskunde-zomerkampen gehouden, met in totaal 48 deelnemers (waaronder elf meisjes). Een aantal leerlingen deed voor de tweede keer mee. Het eerste kamp had het zelfde programma als vorig jaar, terwijl voor het tweede kamp een nieuw programma is ontwikkeld. Aan de voorbereiding hiervan is een half jaar lang intensief gewerkt.

Per kamp waren er acht begeleiders, naast de organisatoren vanuit VIERKANT. Vorig jaar waren alle begeleiders afkomstig van een universiteit, maar dit jaar waren er ook aankomende docenten bij. Er was veel belangstelling voor de taak van begeleider, het aanbod overtrof zelfs het aantal beschikbare plaatsen!

De groep deelnemers was heterogener van samenstelling dan vorig jaar het geval was. De leerlingen waren heel verschillend voor wat betreft wiskundig talent, leeftijd en karakter. De meerderheid van de deelnemers had via de media van het kamp gehoord. We waren erg blij te horen dat verschillende scholen reclame voor de kampen hadden gemaakt. Een aantal leerlingen had zich naar aanleiding hiervan opgegeven.

Het doel en het programma

Het doel van de kampen is om middelbare schooljeugd het plezier en de uitdaging van wiskunde te laten meemaken en te laten genieten van hun eigen ontdekkingen. Door middel van een verscheidenheid aan activiteiten, zoals het oplossen van problemen, onderzoek naar nieuwe gebieden in de wiskunde en het maken van wiskundige kunststukken (wiskunst) kunnen zij spelenderwijs het logisch en abstract denken oefenen. Wij geloven dat het zelf doen van wiskunde de enige manier is om ervan te leren genieten. De deelnemers moesten niet alleen zelf

oplossingen voor problemen zoeken, maar ze werden ook aangemoedigd om wiskundig inzicht te ontwikkelen door af en toe een probleem te generaliseren en de toepasbaarheid van een gevonden oplossingsmethode te analyseren.

Tijdens het kamp lieten we de deelnemers (soms uren of zelfs wel dagen) alleen puzzelen om zelf de problemen op te lossen, terwijl de begeleiders alleen hints gaven als iemand vast kwam te zitten. De nadruk lag op een goed begrip en het zelf ontdekken en verklaren van oplossingen en niet op het als eerste vinden van het goede antwoord. Doordat betrokkenheid en plezier voorop stonden, raakten de kinderen gemotiveerd om nieuwe oplossingsmethoden en wiskundige onderwerpen te leren.

De twee kampen waren qua opbouw hetzelfde, maar de wiskundige onderwerpen en problemen waren verschillend. Iedere dag werd er vijf à zes uur wiskunde gedaan en alle deelnemers deden hier verplicht aan mee. Het programma vereiste nauwelijks meer voorkennis dan de stelling van Pythagoras. Verder waren er computers aanwezig en er was een kleine bibliotheek met boeken over wiskunde. In het programma was tijd ingeruimd voor sport en spel, maar in de vrije uren gingen veel kinderen door met het rondneuzen in de bibliotheek, programmeren, schaken, het bouwen van ruimtelijke figuren en zelfs met extra aangevraagde problemen. De avondspelen, zoals bijvoorbeeld een echt casino, stonden ook in het teken van de wiskunde.



Enkele opdrachten

Elke dag was er een twee tot drie uur durende probleemsessie, waarin de deelnemers individueel problemen oplosten. Twee voorbeelden:

Probleem 1

We zijn in Oneindigland. Er is een hotel met oneindig veel kamers, genummerd 1, 2, 3, Alle kamers zijn eenpersoonskamers. Een vermoeide reiziger komt aan. Het hotel Macaroni is vol, maar de portier kan het zo regelen dat iedereen, ook de nieuwkomer, een eigen kamer heeft. Hoe?

Probleem 2

Een rechthoekige plak cake is gedeeltelijk bedekt met slagroom, eveneens in de vorm van een rechthoek (zie figuur).



Je moet deze plak cake door één keer te snijden in twee gelijke stukken verdelen. Kan dit op zo'n manier dat beide stukken cake ook even veel slagroom bevatten? Zo ja, geef aan hoe dit ongeveer gaat, en zo nee laat zien waarom het niet kan.

Het tweede dagelijks terugkerend programma-onderdeel was het zogenaamde onderzoeksprogramma. In groepjes deden de deelnemers drie uur lang onderzoek naar een bepaald wiskundig onderwerp, zoals het wandelen in een graaf, polyhedra, fractals, magische vierkanten, de gulden snede en symmetrie. Bij deze projecten was schriftelijk hulpmateriaal beschikbaar en in sommige gevallen ook modellen en computers om mee te kunnen experimenteren. Er werd gewerkt in vaste groepjes van vijf tot zeven kinderen van meestal hetzelfde niveau, die door twee assistenten begeleid werden.

Verder kregen de deelnemers aan beide kampen twee extra moeilijke en complexe 'open problemen', een optimalisatie-probleem en een strategische spel. De deelnemers konden gedurende het hele kamp in hun vrije tijd aan deze problemen werken, individueel of in kleine groepjes, maar zonder hulp van de assistenten. De oplossingen werden op de laatste dag geëvalueerd. Eén van de open problemen was:

De beste volgorde voor elektronische cijfers

Tegenwoordig zijn digitale klokken populairder dan traditionele klokken met wijzerplaten. Deze klokken geven de tijd aan met cijfers die opgebouwd zijn uit lichtstreepjes, zoals onderaan is aangegeven.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

De energie die zo'n klok verbruikt, is evenredig met het aantal streepjes dat bij een nieuwe tijd veranderd moet worden. Om bijvoorbeeld de tijd van 1.13 naar 1.14 te veranderen, moet er een 3 in een 4 veranderd worden, en dit vereist 3 veranderingen (2 streepjes uit en 1 aan). Als je een keer rondgaat van 0 naar 1, van 1 naar 2, ..., en uiteindelijk weer van 9 naar 0 zijn er 30 veranderingen nodig. Dit is veel te veel.

We kunnen dezelfde tien cijfersymbolen in een andere volgorde gebruiken om de getallen nul tot en met negen weer te geven, een volgorde die minder veranderingen vereist en dus minder energie kost. Vorig jaar liet Paul Clark al zo'n betere volgorde zien. Het Internationale Comité voor Digitale Klokken (IDCO) denkt erover om zo'n nieuwe volgorde in te voeren. Ze zitten nog met een probleem. Wat is de beste volgorde?

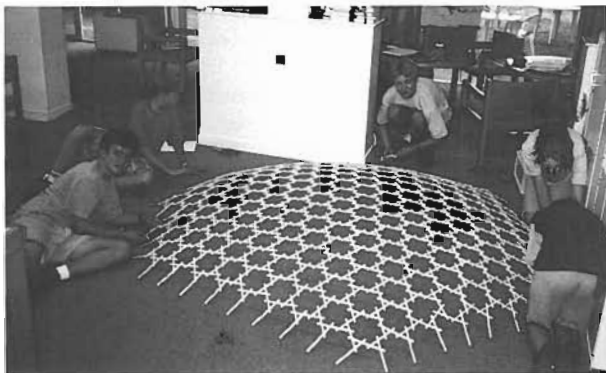
De opdracht is om een optimale volgorde te vinden, dat wil zeggen een volgorde die het minste aantal veranderingen kost als je hem in volgorde doorloopt (van het eerste symbool terug naar het eerste). Belangrijk punt: Het IDCO zal uiteraard blij zijn met een goedkope volgorde, maar ze willen, voor ze een nieuwe volgorde invoeren, ervan overtuigd zijn dat die oplossing echt de best mogelijke is: Hoe kun je het IDCO hiervan overtuigen?



Wiskunst

Wiskunst speelde ook een belangrijke rol in beide kampen: de kinderen konden veelvlakken maken, tegelpatronen verzinnen of variaties op een muziekstuk van Mozart maken met hulp van dobbelstenen en dat zelfs spelen.

In beide kampen traden academische gastsprekers op. Prof. H. Barendregt zag kans om de Gödel-theorie aan de deelnemers uit te leggen en de heer R. Roelofs liet niet alleen zien hoe hij zelf interessante wiskundige objecten maakt, maar hij liet de kinderen ook een groot drie-dimensionaal kunstwerk bouwen.



Reacties

De deelnemers, waarvan de meesten voorheen niet fanatiek in wiskunde waren, vonden de kampen 'leuk, uitdagend en speels'. Het was leuk om te merken dat de wiskunde programma's interessant genoeg waren om spontaan hun aandacht op te wekken. En verder waren de kampen natuurlijk net zo als alle andere kampen.

In beide kampen waren de individueel op te lossen problemen populairder dan de onderzoeksprogramma's. De deelnemers hadden overduidelijk het meeste plezier in het oplossen van verschillende korte en helder (soms grappig) geformuleerde puzzels. Dat een hardnekkig probleem valt op te lossen door de moed niet op te geven als het niet meteen lukt, maar door juist het probleem te analyseren en nieuwe strategieën te bedenken, bleek geheel nieuw voor de deelnemers. De aanvankelijke reactie 'Ik heb nog nooit een formule geleerd om zo'n probleem op te lossen, dus kan ik het niet!' werd vervangen door goed nadenken en pogingen om het probleem op te lossen. In een van de enquêtes stond: 'Je moet het eerst zelf uitvinden en dan pas wordt het uitgelegd. Op school is dat andersom.'

In de onderzoeksprogramma's werd wat dit betreft veel gevraagd van de leerlingen, omdat ze het maken van nieuwe concepten en het formuleren en het bewijzen van stellingen vereisten. Het was opmerkelijk hoe de discussie over (soms valse) beweringen het denkproces stimuleerde en dat het stukje voor stukje komen tot een oplossing de deelnemers een duidelijk genoeg gaf. Volgens een deelnemer: 'Ik ben altijd een 'Einzeltgänger' geweest, en hier heb ik juist erg goede ervaringen met iets samen

doen/oplossen.'

De wiskunst activiteiten bleken zeer populair te zijn in de beide kampen, zowel bij de meisjes als bij de jongens. Het ontwerpen en het maken van mathematische objecten, waarvan sommige mee naar huis konden worden genomen, gaf een gevoel van succes, wat vooral belangrijk was voor diegenen die wat langzamer waren in het oplossen van de problemen. Er bleken geen grote verschillen in prestatie en interesse te zijn tussen jongens en meisjes. Sommige meisjes waren net zo slim als de meest pientere jongens en de drukste jongens waren uren stil bezig met knutselen.

Dit jaar hebben de media veel aandacht besteed aan VIERKANT. Een artikel in de *Volkskrant* leidde weer tot belangstelling van het *Jeugdjournaal* en de radio. De boodschap dat wiskunde niet noodzakelijk moeilijk en saai hoeft te zijn, was duidelijk de moeite waard om aan het publiek te door te geven.

Verdere plannen

De toenemende interesse in de kampen, de goede sfeer en de reacties na afloop bewijzen dat de kampen een succes waren en dat er behoefte is aan dergelijke kampen met een veeleisend wiskunde programma. Daarom is het niet alleen de bedoeling om de kampen volgend jaar te herhalen, maar ook om ze verder uit te breiden. Door gebruik te maken van goede informatiekanalen, waaronder nu ook veel scholen, hopen we nieuwe geïnteresseerden te bereiken. Ook hopen we op een langdurige en goede samenwerking met universiteiten en hogescholen, zodat er steeds geschikte assistenten voor de kampen beschikbaar zullen zijn. Voor sommige van de docenten-in-opleiding was het kamp zelfs lonend voor hun studie. Voor hen waren de kampen natuurlijk ook een kans om de smaak van het doceren van wiskunde te pakken te krijgen. Vaardigheden als uitleggen, activiteiten organiseren, improviseren en orde houden bleken allemaal nodig te zijn in dit kamp en deze vaardigheden zijn uiteraard zeer handig voor aankomende docenten.

Als de middelen het toelaten, willen we het complete programma van de kampen gaan uitschrijven en trainingsworkshops gaan geven, waardoor, met ondersteuning van VIERKANT, op andere locaties satelliet VIERKANT kampen kunnen worden georganiseerd.

Voor nadere inlichtingen over de activiteiten van VIERKANT kunt u terecht bij

Zsófia Ruttkay

tel: 020-444 7776 of 035-6561 192

e-mail: zsofi@cs.cu.nl