

De Wiskunde A-lympiade in de lift!

De voorronde op school, december 1995

D.L. de Haan

Freudenthal instituut, Universiteit Utrecht

Inleiding

Op 8 december 1995 vond voor de zevende keer de voorronde van de Wiskunde A-lympiade plaats. In Nederland inmiddels een 'gevestigde' wedstrijd, die zich in een nog steeds groeiende belangstelling mag verheugen: dit jaar deden er 113 scholen in Nederland mee, met in totaal zo'n 565 teams van drie of vier leerlingen uit 5/6 vwo. Daarnaast had de Wiskunde A-lympiade liefst twee primers: er deden voor het eerst vijf scholen uit Denemarken mee, met in totaal acht teams, en er vond een pilot plaats met een interactieve versie van de Wiskunde A-lympiade op Internet, de 'WWWiskunde A-lympiade'. Deze interactieve versie is bij wijze van experiment uitgetoetst door twee teams van één school.

Het is duidelijk: de Wiskunde A-lympiade zit in de lift! Dit artikel zal voornamelijk ingaan op de Nederlandse, 'papierene' versie van de voorronde.

Liften

De opgave van dit jaar droeg als titel: *Liften*. Kern van het probleem is om tot een optimale dienstregeling te komen van zes liften in een bedrijf. Die liften moeten binnen een kwartier 1200 werknemers naar twintig verdiepingen vervoeren. Via het onderzoeken van verschillende modellen moesten de teams uiteindelijk een advies aan de directie schrijven, waarin een aantal voorstellen wordt gedaan om de stroom werknemers soepel te verwerken. De volledige opgave staat afgedrukt aan het eind van dit artikel.

Een tot de verbeelding sprekend probleem: hoe vaak kom je immers niet gebouwen tegen waarin liften alleen naar even en oneven verdiepingen gaan? Of 'snelliften' in wolkenkrabbers, die op een beperkt aantal verdiepingen stoppen? Kortom: de opgave bood voldoende mogelijkheden om een dag aan te werken.

De teams hadden van 9.00-16.00 uur de tijd om een werkstuk te produceren waarin aspecten als probleemstelling, strategiebepaling, oplossing, argumentatie en presentatie terug te vinden zijn. Zoals gebruikelijk bij de voorronde, begon de opgave met enkele tamelijk gesloten vragen,

waarmee de leerlingen op een bepaald spoor gezet werden. Zodoende konden ze direct aan de slag.

Zoals te zien is in de opgave, moesten de teams eerst doorrekenen hoe goed de doorstroom van werknemers zou zijn als de helft van de liften naar de verdiepingen 1 t/m 10 zou gaan en de andere helft naar de verdiepingen 11 t/m 20. Er waren teams die direct probeerden formules te verzinnen. Dit kan wel, maar er waren zeer weinig teams die hier daadwerkelijk uitgekomen zijn, en het is ook niet nodig. Met wat redeneren en wat uitproberen kom je er namelijk wel uit. Het mooie is dat leerlingen die wiskunde B hebben en direct proberen het probleem in formules te vatten, absoluut niet in het voordeel zijn. De 'gezond verstand'-aanpak van de (typische) wiskunde A-leerling werkt veel beter.

Geachte werknemers,

Gezien het probleem rond het vervoer met de liften, geven wij deze wijzigingen door:

Een gedeelte van het vervoer zal voortaan via het trappenhuis plaatsvinden.

Er vertrekken alleen nog liften naar de verdiepingen 3,6,9,12,15,18 en 20.

De verbindingen lopen als volgt:

lift 1: verd.3>2,4

lift 2: verd.6>5,7

lift 3: verd.9>8,10

lift 4: verd.12>11,13

lift 5: verd.15>14,16

lift 6: verd.18>17

lift 1,2,3: verd. 20>19(vertrek vanaf 8.53 uur)

U dient zich wel aan dit schema te houden omdat we het via dit systeem wat aangenamer voor u willen maken.

Als u eventueel nog suggesties heeft, staan wij hier altijd voor open.

Hoogachtend,
de directie.

fig. 1 Voorbeeldmemo van een team van het Jac. P. Thijsse College

8 december-1995
Eindhoven.

Geachte directieleden,

In uw bedrijf zijn problemen ontstaan omtrent het vervoeren van uw medewerkers naar hun afdelingen. Wij hebben een oplossing trachten te vinden om de binnenkomst van uw medewerkers zo soepel mogelijk te laten verlopen. Van de 3 oplossingen die wij bedacht hebben, is de hieronder besproken oplossing het best toepasbaar.

We hebben een systeem ontwikkeld waarin elke lift eerst alle werknemers voor de ene verdieping vervoert, daarna werknemers voor een andere verdieping, enz. tot alle "verdiepingen" aangekomen zijn.

lift 1 brengt de werknemers naar de afdelingen 1, 10, 11 en 20
lift 2 brengt de werknemers naar de afdelingen 2, 9, 12 en 19
lift 3 brengt de werknemers naar de afdelingen 3, 8, 13 en 18
lift 4 brengt de werknemers naar de afdelingen 4, 7, 14 en 17
lift 5 brengt de werknemers naar de afdelingen 5, 6, 15 en 16
lift 6 is een reserve lift, voor eventuele laatkomers en noodgevallen.

Hieronder volgt een schema voor de tijden waarop de werknemers aanwezig moeten zijn.

lift 1	lift 2	lift 3	lift 4	lift 5
1) 8:45	2) 8:45	3) 8:45	4) 8:45	5) 8:45
10) 8:47	9) 8:47	8) 8:47	7) 8:48	6) 8:48
11) 8:51	12) 8:52	13) 8:51	14) 8:51	15) 8:51
20) 8:56	19) 8:56	18) 8:56	17) 8:57	16) 8:57

De nadelen van dit systeem zijn:

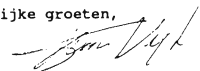
- * de liften moeten altijd vol zijn.
- * de werknemers moeten zich aan een strak tijdschema houden.

De voordelen van dit systeem zijn:

- * geen grote opstoppingen in de centrale hal
- * een reserve lift voor noodgevallen
- * de directie kan eventueel gebruik maken van de reserve lift

We hopen dat de aangeboden oplossing goed toepasbaar is,

Vriendelijke groeten,



het supervisor-team.

Memo voor alle werknemers

Van: de 'elevator supervisor'
Aan: alle werknemers

Betreft: Nieuwe dienstregeling liften

Met ingang van 1 januari 1996 treedt de nieuwe dienstregeling voor de liften in werking.

In deze nieuwe regeling krijgt iedere lift een vast aantal verdiepingen toegewezen en zal dus iedereen zijn eigen lift moeten nemen.

Ik ga ervan uit dat iedereen zich aan deze nieuwe regeling houdt, zodat de doorstroming bevordert wordt.

In de nieuwe regeling is iedereen binnen 10 minuten op zijn/haar werkplek.

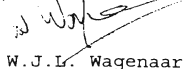
De nieuwe regeling is als volgt:

Verdieping	Lift
1 t/m 4	1
5 t/m 8	2
9 t/m 11	3
12 t/m 14	4
16 t/m 18	5
19 en 20	6

Na 10.00u 's morgens (als iedereen binnen is) mag iedereen elke lift gebruiken.

Ik reken op een ieders medewerking.

Hoogachtend,



W.J.L. Wagenaar

fig. 2 Advies van het team van het Lorentz-lyceum uit Eindhoven

Het advies aan de directie, waarin voorstellen voor lift-dienstregelingen worden gedaan, heeft veel inventiviteit en creativiteit opgeleverd. Bij het doorrekenen van het eerste model bleek al snel dat er op een gegeven moment (om 9.00 uur) 760 (!!) werknemers in de hal op een lift staan te wachten, dus er moest zeker een verbeterd model geleverd worden. Op de vorige pagina en hierboven is een aantal 'adviezen' en 'voorbeeldmemo's' van deelnemende teams te zien.

Verscheidene teams hebben variaties op een systeem met vaste vertrektijden van verschillende liften naar verschillende verdiepingen. Ook zijn er 'elevator-supervisors' die intensief gebruik maken van de aanwezigheid van trappen; daarnaast zijn er teams die iedere lift naar een aantal vaste verdiepingen laat gaan, onafhankelijk van het tijdstip. En combinaties daarvan natuurlijk!

Het probleem nodigde een aantal teams uit tot het schrijven van een computersimulatie, waarbij vaak dezelfde oplossingen geleverd werden als door teams die het 'op de hand' uitrekenen. Toch is het een goed teken dat de

fig. 3 Memo van het team van het Willem van Oranje College uit Waalwijk

computer naast het tekstverwerken ook hiervoor ingeschakeld wordt.

A-lympiade op Internet

De interactieve versie op Internet is ook op een simulatie-programma gebaseerd. Dit programma is geschreven door Mark Hoek, stagiair van de Hogeschool Utrecht. Bij de interactieve versie krijg je het 'gebouw' op je computerscherm, met de begane grond, de twintig verdiepingen en de zes liften.

Met behulp van de muis kun je aanklikken waar iedere lift stopt (zie figuur 3).

Bij de simulatie wordt uitgerekend hoe snel iedere werknemer op z'n plaats is en hoeveel werknemers zich op ieder moment op welke plek bevinden. Daarnaast houdt het programma bij waar elke lift zich bevindt.

Twee teams van het Prisma College in Utrecht hebben de opgave gemaakt met behulp van deze simulatie. Natuurlijk vallen de resultaten niet te vergelijken met de resultaten van de teams die op de 'gewone' manier meegedaan hebben, maar het is niet zo dat deze teams het 'gemakke-

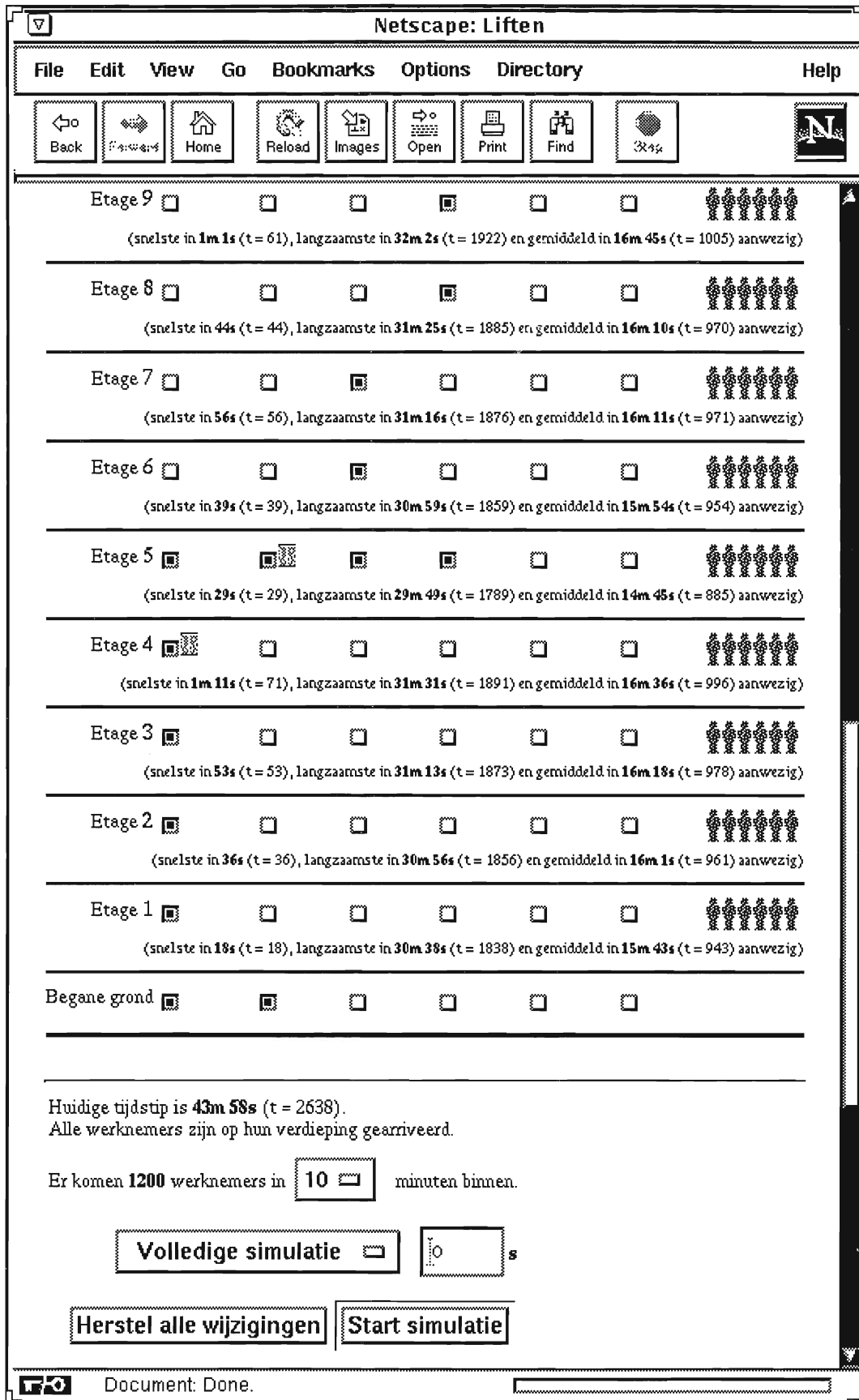


fig. 4 Beeldschermafdruk van de lifsimulator op Internet. www-adres: <http://www.fi.ruu.nl/nl/Alympiade/ogpave95>

lijker' gehad hebben doordat ze met de simulatie konden werken. Ook deze leerlingen begonnen eerst op papier: je moet immers eerst in de opgave komen. Vervolgens verzin je een model waarvan je denkt dat het beter werkt. Dan ga je naar de computer, het Net op, naar de opgave. Hier blijkt dat als je een model hebt verzonnen met vaste vertrektijden voor verschillende verdiepingen, je daar direct voor gestraft wordt, want de simulatie laat dat niet toe. Je kijkt hoe het programma werkt en gaat vervolgens weer op papier aan de slag. De modellen die je maakt probeer je allemaal uit en je gaat variëren met het snelste model, waarbij je natuurlijk moet begrijpen waarom dat model het snelst is en wat je moet veranderen om het nog sneller te krijgen.

Hiermee is de werkwijze van een team van het Prisma College wel zo ongeveer geschetst. Meer informatie over Internet kunt u vinden in het artikel van Han Hermsen, elders in dit nummer.

Het Internet-experiment op het Prisma college geeft alle aanleiding om op de ingeslagen weg voort te gaan. De volgende WWWiskunde A-lympiade is dan ook al gepland. Deze zal gehouden worden op 4 oktober 1996, van 9.00-16.00 uur. Iedere school met een goede aansluiting op Internet wordt bij deze uitgenodigd om mee te doen. Natuurlijk zal daarnaast de gewone Wiskunde A-lympiade op de vertrouwde manier blijven voortbestaan. Scholen kunnen overigens aan beide wedstrijden meedoen, want het zullen compleet verschillende opgaven worden.

Reacties

Uit de evaluatieformulieren en de contacten die we met scholen en leerlingen gehad hebben, is gebleken dat de opgave over liften goed in de smaak is gevallen, zowel bij docenten als leerlingen. Ongeveer de helft van de deelnemende scholen deed zelfs integraal met heel 5 vwo mee. Twee scholen hebben de opgave als schoolonderzoek gebruikt in 6 vwo (het Jac. P. Thijssen College in Castricum en het Gregorius College in Utrecht) en een stuk of zes scholen heeft aangegeven dat volgend jaar te zullen gaan doen.

Met de Tweede Fase in aantocht worden de vaardigheden die met zo'n wiskunde-dag getoetst worden steeds belangrijker, dus het is ook niet zo verwonderlijk dat dit soort initiatieven overwogen wordt. De ideeën achter 'Zelfstandig Leren' zijn allemaal terug te vinden in de Wiskunde A-lympiade: samenwerking van leerlingen, zelfstandig werken buiten de geijkte classesituatie en doorbreking van de klassikale rol van de docent.

Verder is er een ruime tijdsspanne om aan een open opdracht te werken: leerlingen kunnen daarbij zelf op onderzoek uit en een eigen aanpak kiezen, zelf bedenken welke bronnen ze aanboren en zelf hun instrumenten kiezen.

Kortom: de studiehuis-gedachte wordt tijdens de Wiskunde A-lympiade zeker in praktijk gebracht.

Voorronde Wiskunde A-lympiade 1995/1996

- Lees het probleem in zijn geheel door.
- Antwoorden mogen op allerlei manieren gegeven worden: met plaatjes, in woorden, enzovoort.
- Bij het waarderen van de oplossing zal vooral naar de oplossmethoden gekeken worden.
- 'Goede' antwoorden kunnen verschillend gewaardeerd worden, afhankelijk van de gevolgde redenering, uitvoering, enzovoort.
- Verdeel je tijd goed, vergeet niet dat je aan het eind van de dag tijd nodig hebt om alles mooi op papier te zetten.
- Schrijf met zwarte pen of print op A4-blaadjes in verband met de kopieerbaarheid.
- Vergeet niet de pagina's te nummeren.
- Vermeld de namen van de teamleden en de school op het voorblad.
- Het uiteindelijke werkstuk moet een logisch verhaal worden dat als zelfstandig geheel, dus zonder de opgave ernaast, te lezen is.

Veel plezier en succes!

Voorrondeopgave Wiskunde A-lympiade 1995/1996



Liften

In 1995 betreft een groot bedrijf, met 1200 werknemers, een nieuw kantoorpand. Het kantoorpand is een gebouw van 21 verdiepingen: begane grond en de verdiepingen 1 tot en met 20.

In de centrale hal op de begane grond zijn zes liften. Alle werknemers werken op de eerste verdieping of hoger en maken gebruik van de liften.

In de eerste weken blijkt dat 's ochtends bij het binnenkomen grote problemen ontstaan. Zowel het bemachtigen van een lift als de tijd die sommigen onderweg zijn in de lift leveren onaanvaardbare situaties op. Soms komt het voor dat een lift gevuld is met werknemers die allemaal op een verschillende verdieping moeten zijn. Degene die naar de hoogste verdieping moet, is dan ruim vijf minuten onderweg. De mensen die beneden staan te wachten (en dat zijn er soms veel) proberen allemaal de lift te bemachtigen die weer het eerst beneden aankomt.

Na enkele weken besluit de directie een 'elevator supervisor' aan te stellen om de mensenstroom van aankomende werknemers 's ochtends wat meer in goede banen te leiden. De supervisor krijgt de opdracht om maatregelen te nemen die de verwerking van de stroom werknemers soepeler doen verlopen.

De supervisor zet allereerst de gegevens die met dit probleem te maken hebben op een rijtje:

- Naar elke verdieping gaan 60 mensen.
- De capaciteit per lift is 20 mensen.
- Snelheid van de liften:

Vanuit stilstand naar stilstand een verdieping hoger of lager:	8 sec.
Vanuit stilstand naar passeren verdieping hoger of lager:	5 sec.
Tijd tussen passeren twee opvolgende verdiepingen:	3 sec.
Van passeren verdieping tot stilstand een verdieping hoger of lager:	6 sec.

In schema:

stop	----	8 sec	---	stop
stop	----	5 sec	---	run
run	----	3 sec	---	run
run	----	6 sec	---	stop

- De tijd dat de lift gemiddeld stilstaat op een verdieping is 10 seconden.

De supervisor heeft ook de volgende aanvullende gegevens over de stroom werknemers verzameld:

- Alle werknemers komen tussen 8.45 en 9.00 uur binnen.
- Er is een gelijkmatige stroom: hij gaat er daarom van uit dat er per minuut vier werknemers van iedere verdieping de centrale hal binnenkomen.

Hij bedenkt het volgende model om de stroom werknemers, naar hij hoopt sneller, te verwerken.

- Drie liften gaan uitsluitend naar de verdiepingen 1 tot en met 10.
- De andere drie liften stoppen alleen op de verdiepingen 11 tot en met 20.
- Omdat gebleken is dat tussen 8.45 en 10.00 uur de werknemers hun verdieping nagevoeg niet verlaten, wordt in het model aangenomen dat de liften alleen gebruikt worden om de aankomende personen naar hun werkplek te vervoeren.

Opdracht 1

Bereken hoe lang het op deze manier ongeveer zal duren voordat alle werknemers op de goede verdieping zijn aangekomen.

Ga ook na hoe groot het aantal mensen kan worden dat in de centrale hal staat te wachten.

Bepaal tevens hoeveel tijd een werknemer nodig kan hebben om (vanaf het tijdstip van binnenkomst in het gebouw) aan te komen op zijn/haar verdieping.

Er zijn natuurlijk allerlei andere modellen te bedenken om de werknemers sneller per lift naar hun verdieping te brengen. Zo zou bijvoorbeeld de helft van de liften alleen op de even verdiepingen kunnen stoppen en de andere helft op de oneven verdiepingen.

Opdracht 2

Bedenk tenminste drie dienstregelingen voor de liften die naar jullie verwachting zorgen voor een snellere afwikkeling van de ochtendspits. Vergelijk alle modellen met elkaar en geef bij elk model argumenten die in het voor/nadeel ervan spreken.

Er zijn, in combinatie met een dienstregeling voor de liften, natuurlijk ook allerlei andere maatregelen denkbaar om de stroom soepeler te verwerken, zoals bijvoorbeeld:

- Mensen meer gespreid binnen laten komen.
- Mensen naar bepaalde verdiepingen laten lopen.

Opdracht 3

Stel je voor dat jullie supervisor zijn. Schrijf een advies voor de directie waarin je een aantal voorstellen doet om de stroom soepeler te laten verlopen. Ondersteun je advies met berekeningen en argumenten en verantwoord de gemaakte aannames.

Een onderdeel van je advies dient ook een voorbeeldmemo te zijn, waarin je de werknemers op de hoogte stelt van de voorgestelde maatregelen en uitlegt wat de maatregelen voor hen inhouden.

Maak ook een keuze of je met de volgende zaken rekening wilt houden:

- De werknemers willen niet al teveel betutteld worden en willen ook geen heel ingewikkelde regeling, maar ze willen wel snel op hun verdieping aankomen.
- De directie zetelt op de 15e verdieping en wil het liefst in het voorstel een voorkeursbehandeling krijgen.

EINDE