

WURLS, het klinkt als een nieuw zoutje ofzo. Met deze nieuwe rubriek serveert **Han Hermsen** u regelmatig hapklare Java Applets en andere url-brokkjes. De eerste aflevering gaat over Voronoi diagrammen en Delaunay triangulatie.

## WURLS

### WURLS: een nieuwe rubriek

Dit is de eerste aflevering van een nieuwe rubriek. WURLS staat voor Wiskunde URLs. Een URL (Universal Resource Locator; niet onthouden), zoals bijvoorbeeld

<http://www.fi.ruu.nl/>

is de naam van een pagina van het World Wide Web, de informatiedienst waar het Internet zijn enorme populariteit aan te danken heeft. In *Volkskrant* en *NRC* wordt regelmatig over URLs gepubliceerd. Waarom dan ook niet in de *Nieuwe Wiskrant*? WURLS gaat over Wiskunde URLs: over www pagina's die interessant kunnen zijn voor het wiskundeonderwijs.

Daarbij zal natuurlijk worden gelet op pagina's met zinvolle informatie, maar vooral op de mogelijkheden die er ook zijn om www te gebruiken als interactief hulpmiddel voor in de wiskundeles. Over een voorbeeld van het laatste gaat dit artikel. Enige ervaring met www wordt bekend verondersteld.

### Mooie Java Applets voor meetkunde

Om maar met de deur in huis te vallen, kijk eens bij:

<http://loki.cs.brown.edu:8080/pages/Mocha.html>

Daar zijn zogenaamde Java Applets te vinden, die kunnen worden gebruikt bij het meetkundeonderwijs.

Met twee ervan kunnen Voronoi diagrammen en Delaunay triangulatie aan een nader onderzoek worden onderworpen. Wat dat allemaal te betekenen heeft en hoe het zou kunnen aansluiten bij Wiskunde op het vwo, komt later aan de orde.

Een Java Applet is een computerprogramma dat in de context van een www-Browser zoals Netscape (vanaf versie 2) kan worden afgespeeld.

De Applet staat niet op een floppy en is ook niet geïnstalleerd op het netwerk in het computerlokaal. Dat is makkelijk, want het beheer ervan vindt elders plaats: op de plek waar de www Pagina in kwestie vandaan komt.

In dit geval is dat een www Server van Brown University, Providence, Rhode Island, USA.

### Voronoi en Delaunay

Hier volgen enkele voorbeelden van Voronoi diagrammen, die met het Voronoi Java Applet zijn gemaakt.

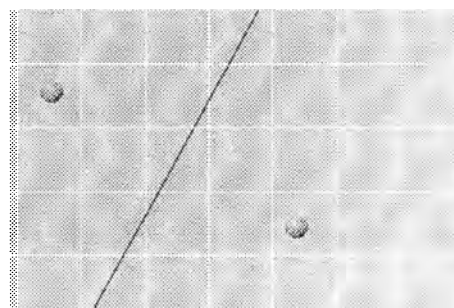


fig. 1 Voronoi diagram met twee centra

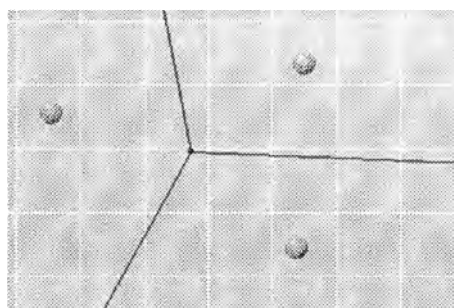


fig. 2 Voronoi diagram met drie centra

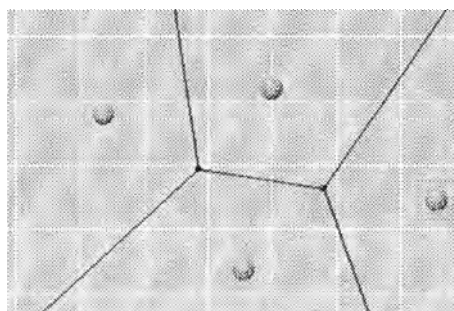


fig. 3 Voronoi diagram met vier centra

Er is een plat vlak met punten, de *centra* van het diagram. De lijnen van het diagram verdelen het vlak in *cellen*. Elk centrum zit in een aparte cel.

In de Applet kun je met een muisklik een centrum op het vlak zetten en later al slepend weer verplaatsen. De lijnen ontstaan vanzelf. Een centrum kan worden verwijderd en het hele diagram kan worden gewist.

Dat is mooi, maar wat is er eigenlijk aan de hand in zo'n Voronoi diagram? In de figuren is te zien dat een grenslijn tussen twee cellen bestaat uit punten die op gelijke afstanden liggen van de buurcentra in die cellen. Een wiskundedocent denkt natuurlijk meteen: dat is dus de middelloodlijn van de verbinding tussen die twee centra. En constateert vervolgens dat figuur 2 een illustratie is van de stelling dat de middelloodlijnen van de zijden van een driehoek door één punt gaan.

Werkend met deze Voronoi Applet zal een leerling, die nog nooit van middelloodlijnen heeft gehoord, ze weliswaar aan den lijve kunnen ervaren, maar conclusies als hierboven nog niet kunnen trekken. Nog niet, want een tijdje later zal hij of zij er natuurlijk toch aan moeten geloven. En moeten leren dat je de stelling

In elke driehoek  $ABC$  gaan de drie middelloodlijnen van de zijden  $AB$ ,  $BC$  en  $CA$  door één punt

nog moet bewijzen, ondanks dat je dit met de Voronoi Applet 'zo kunt zien'.

Het leuke is natuurlijk dat zo'n stelling niet meer uit de lucht komt vallen als je eerst aan de hand van een aantal aansprekende voorbeelden en probleemstellingen hebt kunnen experimenteren met loodlijnen zonder dat je weet dat ze zo heten.

Daarover straks nog iets meer. Ter afsluiting nog een voorbeeld van een Delaunay triangulatie gemaakt met het Delaunay Applet.

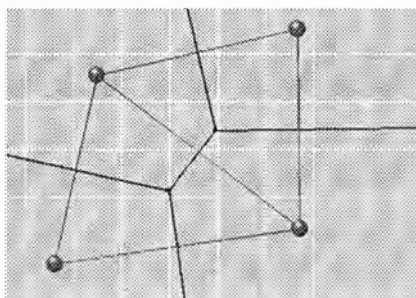


fig. 4 Delaunay triangulatie voor vier centra

Vertrekpunt is het Voronoi diagram. Centra in aan elkaar grenzende cellen worden met elkaar verbonden. We zien hier, nog duidelijker dan in figuur 2, twee keer de middelloodlijnstelling voor driehoeken.

## Eerst ontdekken, dan bewijzen?

Inspiratiebron voor het voorafgaande is de experimentele tekst *Afstanden, grenzen en gebieden*. Dit pakket, waarvan Aad Goddijn en Wolfgang Reuter de auteurs zijn, is een publikatie van het Profi project (nieuwe wiskunde voor profielen N&T en N&G in de tweede fase) dat op

het Freudenthal instituut wordt uitgevoerd.

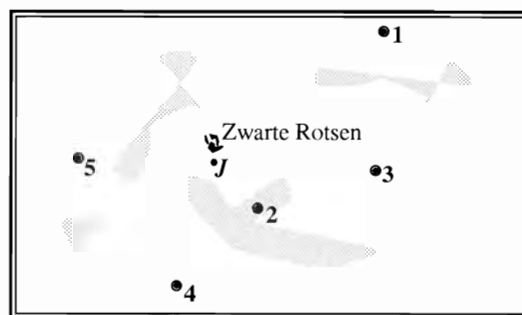
In het eerste hoofdstuk wordt met Voronoi diagrammen gewerkt. In het tweede komen onder veel meer middelloodlijnen aan de orde. Er is ook voorzien in een Voronoi computerpracticum met een 'conventioneel' computerprogramma op een schijfje, ontwikkeld door Aad Goddijn. Voor meer informatie over Profi zie ook

[http://www.fi.ruu.nl/Project/project\\_14.html](http://www.fi.ruu.nl/Project/project_14.html)

Met de suggestie 'eerst ontdekken, dan bewijzen' begeef ik me op glad ijs. Het geldt naar mijn smaak zeker voor onderdelen van de lestekst in kwestie. Het zegt echter weinig over de ontwikkelstrategie die binnen het Profi-project wordt gehanteerd of over de representativiteit van de hier gegeven voorbeelden voor het ontwikkelde materiaal als geheel. Voor voorlichting of discussie hierover is deze rubriek echter niet bedoeld. Onderwerp is: hoe zou je *www* op een zinvolle manier kunnen gebruiken in de les?

Daarom hier nog een deel van het eerste Voronoi probleem uit de lestekst.

*Hier is een kaart van een stuk woestijn. Er zijn vijf bronnen in dit gebied. Stel je voor dat je bij J staat. Je hebt dorst; je hebt deze kaart bij je.*



- Naar welke bron ga je op weg?
- Schets nu een indeling van de woestijn in vijf gebieden; elk gebied hoort bij één bron. Overal in een zo'n gebied moet die bron de meest nabije zijn.

Hoe de Voronoi Applet hierbij gebruikt kan worden, ligt voor de hand.

## Een URL is maar een URL

Zou ik in dit stukje hebben kunnen volstaan met: Kijk eens bij:

<http://loki.cs.brown.edu:8080/pages/Mocha.html>

??

Ik denk van niet. Zonder iets te laten zien over mogelijk gebruik in het onderwijs wordt een URL niet snel een WURL.

*Han Hermsen, Freudenthal instituut*