

Dit cursusjaar wordt voor het eerst het VBO/MAVO examen landelijk volgens het nieuwe W12-16 programma afgenomen. **Truus Dekker** en **Nanda Querelle** geven een aantal tips voor een goede voorbereiding, gebaseerd op de ervaringen op de proefscholen.

Het examen VBO/MAVO van 1997

De eerste keer met een examenklas werken volgens een nieuw examenprogramma is een hele klus. Nieuwe boeken aanschaffen, nieuwe proefwerken en schoolonderzoeken maken, een 'praktisch' schoolonderzoek voorbereiden, wennen aan een heel ander soort opgaven; ga er maar aan staan.

De MAVO-leerlingen bij ons op school mopperen bijvoorbeeld dat de opgaven in de hoofdstukken van het boek veel makkelijker zijn dan de examenopgaven aan het eind van elk hoofdstuk, opgenomen als extra stof. "Je moet die proefwerken makkelijker maken hoor", zeggen ze dan, "het moeten net zulke sommen worden als in het boek, dat doet toch iedereen?" Natuurlijk kun je uitleggen dat de sommen in het hoofdstuk het wiskundige gereedschap vormen dat ze later moeten gebruiken om allerlei wiskundige en niet-wiskundige problemen op te lossen. En dat op het examen alleen maar problemen-in-een-context voorkomen waarmee ze voldoende moeten oefenen om dat examen te kunnen maken! Helemaal overtuigd zijn ze niet. En bij het bespreken van het huiswerk hoor je nog steeds de opmerking: "Zeg nou maar gewoon hoe het moet en wat het goede antwoord is!"

Zélf moeten nadenken over een goede aanpak, zelf beslissen of een bepaald antwoord goed kan zijn en daar

over praten met de hele klas, het is allemaal veel inspannender dan een rijtje sommen maken volgens de voorbeelden in het boek. En als docent ben je zo'n eerste jaar óók niet helemaal zeker van je zaak. Stel je niet te hoge eisen aan je leerlingen? Heb je wel alles behandeld dat nodig is? Hoe leer je de leerlingen om voldoende kritisch te zijn op hun eigen werk en niet te gauw tevreden te zijn met een antwoord en vooral ook met de manier waarop dat antwoord werd opgeschreven?

In dit artikel willen we u een aantal praktische tips doorgeven van docenten die al langer met de nieuwe examenprogramma's hebben gewerkt en van wie de leerlingen ook al hebben meegedaan aan de experimentele examens. Overigens is, op verzoek van de Cevo, die verantwoordelijk is voor de centrale examens, een handreiking voor de docenten samengesteld, waarvan in december een gratis exemplaar aan alle scholen is verzonden¹.

Bezemexamen

"Wij hebben gewoon alle leerlingen opgegeven voor het bezemexamen", vertelde een docent. "Kunnen we gewoon nog een jaar het oude boek gebruiken. En ik heb zo-

De belangrijkste verschillen tussen oud en nieuw op een rij:

1. Rekenen is een apart domein geworden.
2. Het domein algebra is ingrijpend veranderd. De verzamelingenleer is verdwenen en ook het systematisch onderzoeken van tweedegraads functies en hun grafieken komt nauwelijks meer voor. Allerlei andere verbanden en grafieken zijn ervoor in de plaats gekomen.
3. Bij het domein meetkunde wordt meer aandacht besteed aan ruimtelijke situaties. Er wordt meer gebruik gemaakt van projecties en aanzichten. Nieuw zijn de kijklijnen.
4. Het domein statistiek is uitgebreid. Het omvat nu de onderwerpen informatieverwerking, statistiek en kans. Het begrip kans komt aan de orde bij het uitspreken van verwachtingen en het beoordelen van gegevens.
5. Leerlingen moeten op een zinvolle manier met de zakrekenmachine en de computer kunnen omgaan.
6. De eindtermen worden zoveel mogelijk in onderlinge samenhang getoetst.
7. De vragen en opgaven worden zoveel mogelijk in een herkenbare en inleefbare context gepresenteerd.
8. Er komt meer nadruk op vaardigheden als redeneren, argumenteren en werken met modellen.

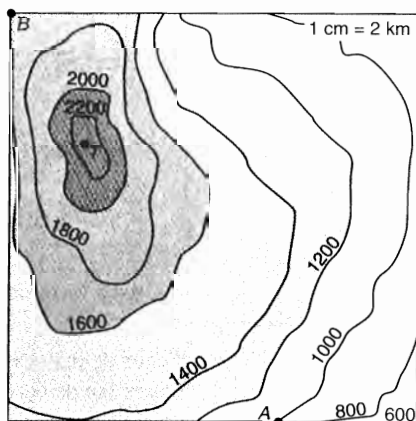
veel ervaring met die examens; dit jaar is nog een makkie. Als dan het eerste examen is geweest, kijken we wel hoe dat eruit ziet. Volgend jaar kiezen we een nieuwe methode. Zijn meteen alle fouten verbeterd en lopen we niet de kans dat het boek te laat geleverd wordt!"

Nog afgezien van de vraag of bezemexamens ervoor bedoeld zijn om docenten in staat te stellen nog een jaar langer met het oude programma door te gaan, is het de vraag of dit nou echt verstandig is. De leerlingen van deze docent zijn immers in de klassen 1 tot en met 3 opgeleid volgens de eindtermen van de basisvorming en aansluitend volgens de eisen die in het nieuwe examenprogramma staan. Zij beheersen de vaardigheden die nodig waren voor de 'oude' examens misschien niet meer. Veel onderwerpen, zoals werken met de sinus- en de cosinusregel, zijn uit het examenprogramma verdwenen en andere, zoals het onderzoeken van tweedegraads functies, zijn minder belangrijk geworden. Onderwerpen zoals exponentiële- en periodieke verbanden zijn ervoor in de plaats gekomen en het domein informatieverwerking en statistiek kreeg in zijn geheel een grotere plaats in de examens.

Een andere voorbereiding

De leerlingen die in mei van dit jaar examen zullen doen, hebben als het goed is dus een verantwoorde voorbereiding op die examens gekregen. Voor de docenten betekende het dat er veel tijd moest worden gestoken in het maken van nieuwe proefwerken en schoolonderzoeken. Sommige uitgevers leveren proefwerken bij hun methode, maar dat betekent niet dat al die opgaven ook echt goed zijn. Veel docenten lossen dat op door wél de context te gebruiken die werd bijgeleverd (met de plaatjes!) maar de vragen te wijzigen of te vervangen. We geven daar een tweetal voorbeelden van.

Bij het hieronder afgebeelde hoogtekaartje hoorde de vraag om een verticale doorsnede te tekenen langs de lijn AB .



Afkomstig uit *Getal en Ruimte 4M2*, blz. 149

Maar er zijn ook andere vragen mogelijk:

- Op welke hoogte ligt punt B eigenlijk? Kun je daar iets over zeggen?
- Kan Judith gelijk hebben met de bewering dat punt T , de top, op 2450 m hoogte ligt?
- Veronderstel dat punt B op hoogte 1600 m ligt. Welke route is dan steiler, van A naar T of van B naar T ?
- Kunnen twee hoogtelijnen waar hetzelfde getal bij staat, elkaar snijden? Geef uitleg met een tekening of in woorden.
- Kunnen twee hoogtelijnen waar verschillende getallen bij staan elkaar snijden?
- ...

En een andere opgave:

Evert wil zelf een bloembak maken in de vorm van een balk zonder bovenkant. De (buiten)afmetingen zijn: lengte 40 cm, breedte 30 cm, hoogte 20 cm.

Je kunt natuurlijk, zoals in het boek, vragen naar het aantal liter potgrond dat er in zo'n bak gaat. Dergelijke reproductievragen mogen zeker in een proefwerk voorkomen. Maar je zou willen dat leerlingen iets verder kunnen gaan:

- Zou het veel uitmaken of je het aantal liter potgrond berekent op grond van de buitenmaten of volgens de binnenmaten?

(Hoe moet je zo'n antwoord trouwens afronden? Dat kun je ondervangen door de vraag:

- Heb je voldoende aan een zak potgrond van 10 liter?)

Volgens het nieuwe programma is het ook belangrijk dat leerlingen zelf hun wiskundige gereedschap kunnen kiezen en dus zelf een goede manier kunnen bedenken om een bepaald probleem op te lossen. Dat zou bijvoorbeeld met deze vraag kunnen:

- Everts vader heeft nog een plaat watervast multiplex staan van 60 bij 90 cm. Heeft Evert daar voldoende aan? Als je 'ja' zegt, laat dan zien hoe Evert de stukken moet zagen. Als je 'nee' zegt, leg dan uit waarom het niet kan.

Waar gaat het fout?

Iedere docent weet dat leerlingen soms de vreemdste fouten maken op vragen waar je dat niet verwacht. Dat zijn we wel gewend. Omdat we zelf nog niet veel ervaring hebben met het nieuwe programma, zijn we echter op een heel ander soort fouten niet verdacht. Zo vertelde een docent dat leerlingen niet meer als vanzelfsprekend een goed assenstelsel kunnen tekenen. Ze zien er in de loop van de jaren heel veel verschillende, met woorden bij de assen, met verschillende eenheden bij de horizontale- en bij de verticale as, met en zonder scheurlijnen, als computeruitdraai. Je kunt er dus niet vanuit gaan dat ze wel zullen weten wat de gegevens zijn bij de assen wanneer

er een parabool getekend moet worden. Of zelfs maar dat ze, bij een wat abstracter probleem, bedenken dat in een assenstelsel ook negatieve getallen voorkomen. Ook een punt van voortdurende zorg blijft het om leerlingen zover te krijgen dat ze controleren of hun antwoord wel mogelijk is binnen de gegeven context. Een leerling die de inhoud van een schuurtje moet berekenen en als antwoord 9 dm^3 vindt, heeft óf geen idee van een hoeveelheid van 9 dm^3 , óf ze was tevreden met het feit dat ze een antwoord gevonden had zonder na te gaan of dat wel

kon.

Ook na vier jaren wiskundeles blijven leerlingen trouwens vaak uit een soort automatisme bij elke vraag naar een oppervlakte (soms zelfs bij een cirkel!) schrijven:

$$\text{oppervlakte} = \text{lengte} \times \text{breedte}$$

en voor allerlei, ook samengestelde vormen:

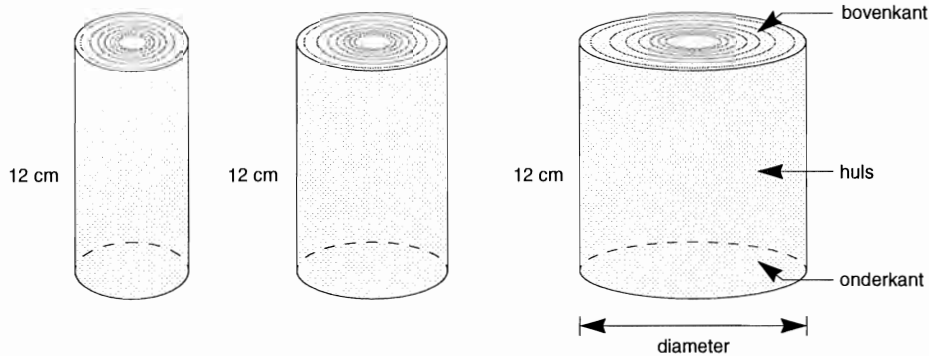
$$\text{inhoud} = \text{lengte} \times \text{breedte} \times \text{hoogte}.$$

Veel leerlingen zijn gewend om zelfstandig of in (kleine) groepjes te werken aan de opgaven uit het boek. De rol van de docent is veelal die van begeleider geworden, er

Blikken

Een fabrikant levert allerlei blikken van 12 cm hoog. Zie de volgende figuur.

figuur



In de volgende tabel staat de oppervlakte van de huls en van de onderkant als de diameter van het blik 3 cm, 6 cm en 12 cm is.

tabel

diameter	oppervlakte huls	oppervlakte onderkant
3 cm	113 cm^2	7 cm^2
6 cm	226 cm^2	28 cm^2
12 cm	452 cm^2	112 cm^2
24 cm	$\dots \text{ cm}^2$	$\dots \text{ cm}^2$

De blikken bestaan uit een huls, een onderkant en een bovenkant.

3p **17** Waarvan is de totale oppervlakte groter: van twee blikken met elk een diameter van 6 cm, of van één blik met een diameter van 12 cm? Leg je antwoord uit.

In elke kolom van de tabel is er regelmaat.

2p **18** Bereken met behulp van de regelmaat de oppervlakte van de huls en van de onderkant als de diameter 24 cm is.

4p **19** Van een blik is de diameter 30 cm. Bereken met behulp van de regelmaat in de tabel de oppervlakte van de huls en de oppervlakte van de onderkant. Schrijf je berekeningen op.

zullen weinig docenten meer zijn die alle opgaven voor-
doen op het bord. De leerlingen zijn vaak ook niet meer
allemaal op hetzelfde moment met dezelfde opgaven be-
zig. Ze kijken samen hun werk na aan de hand van – al
dan niet door de docent gemaakte – antwoordbladen. En
vanaf de brugklas hebben ze geleerd dat er vaak meerdere
antwoorden goed kunnen zijn of dat je zo'n antwoord op
verschillende manieren gevonden kunt hebben.

Dus zijn ze tevreden wanneer de uitkomst van hun bere-
keningen goed is en zie je bij proefwerken antwoorden
als:

'De zon staat 56 graden hoog, want $1,5 : 1 = 56$ ', of
' $MN = 2^2 + 4^2 = \sqrt{20} = 4,5$ '.

Dergelijke fouten kwamen voorheen ook wel voor, maar
omdat er toen veel meer standaardvragen met standaard-
oplossingen voorkwamen, werd er wellicht vaker aan-
dacht besteed aan de manier van opschrijven van het ant-
woord.

Leren redeneren

Voor docenten is het corrigeren van het gemaakte werk
moeilijker geworden. Leerlingen schrijven zelden zo-
maar iets op, maar het is soms lastig om achteraf te recon-
strueren hoe ze gedacht hebben en in hoeverre die rede-
nering goed gerekend kan worden. In de eerder genoem-
de *Handreiking voor docenten* wordt een aantal
voorbeelden gegeven van opdrachten voor leerlingen om
te leren beoordelen wat goede en foute redeneringen zijn
en welke antwoorden punten opleveren. Die opdrachten
zijn ontleend aan leerlingenuitwerkingen uit het examen van
1996. Vrijwel elke docent zal op een zeker moment in het
schooljaar de leerlingen laten oefenen in het maken van
de examenopgaven uit 1996. Dat is ook het goede mo-
ment om zulke opdrachten door de leerlingen te laten ma-
ken en ze zo te laten oefenen in het leren redeneren en
vervolgens die redenering ook nog op een goede (let wel
niet dé goede) manier op te schrijven.

Bij dit artikel nemen we nog een ander voorbeeld op van
leerlingenuitwerkingen bij een vraag uit de opgave 'Blik-
ken' die, met gedeeltelijk verschillende vragen, zowel in
het C-als het D- examen van 1996 voorkomt. Daarbij no-
teren we steeds hoeveel punten zo'n antwoord volgens
ons zou kunnen krijgen.

Een kleine greep uit het grote aantal, heel verschillende
antwoorden op vraag 17:

1. Twee blikken van een diameter van 6.

Dat kun je optellen uit de tabel.

0 punten. Conclusie is onjuist en bij zo'n redenering moet
je die optelling ook opschrijven.

2. 1 blik van 12 cm: oppervlakte huls wordt ook $2 \times$ zo
groot (per stap), oppervlakte onderkant wordt $4 \times$ zo
groot (per stap),

*Bij 2 blikken van 6 cm heb je dus de onderkant ook $2 \times$
zo groot, dus minder groot in totaal.*

3 punten. Deze leerling kreeg van de docent 0 punten.
Maar hij of zij heeft kennelijk naar de tabel gekeken. In
de kolom bij 'oppervlakte huls' is elk volgend getal $2 \times$ zo
groot. Bij de kolom 'oppervlakte onderkant' is elk vol-
gend getal $4 \times$ zo groot. Bij 2 blikken van 6 cm heb je 2
onderkanten en inderdaad is dat minder dan de $4 \times$ bij de
stap van 6 naar 12 cm. Een score van 2 punten is mis-
schien ook nog te verdedigen omdat de uitleg wellicht be-
ter had gekund, maar helemaal niets is wel erg weinig.

3. *Diameter 6 cm is oppervlakte huls $113 \text{ cm}^2 \times 2 =$
 226 cm^2*

Diameter 12 cm is oppervlakte huls 452 cm^2

*Het blik met een diameter van 12 cm heeft dus de
grootste oppervlakte.*

0 punten. De leerling trekt weliswaar de conclusie die
ook in het antwoordmodel staat, maar op grond van een
verkeerde redenering.

4. *1 blik met een diameter van 12 cm heeft een groter op-
pervlak dan 2 met een diameter van 6 cm.*

In tegenstelling tot de vorige leerling kun je bij deze leer-
ling niet zien of er goed dan wel fout geredeneerd is. Op
grond van het antwoordmodel kan deze leerling volgens
de docent 1 punt krijgen. Wij vinden dat zo'n punt voor
de conclusie alleen gegeven mag worden wanneer er een
redenering staat op grond waarvan die conclusie getrok-
ken wordt.

5. *2 blikken met diameter 6 heeft een oppervlakte van
 $2(226 + 2 \times 28) = 564$*

*1 blik met diameter 12 heeft een oppervlakte van
 $452 + 2 \times 112 = 676$*

1 blik met diameter 12 heeft meer oppervlakte.

3 punten. Een goede, compacte redenering en de juiste
conclusie.

Deze voorbeelden van verschillend beoordelen hadden
we nog met een groot aantal andere kunnen uitbreiden.
Overleg met de tweede corrector zal, vanwege de ver-
schillen in interpretatie, bij deze nieuwe examens belang-
rijker worden.

Werken met de computer

Werken met de computer kan natuurlijk niet tijdens het
centrale examen, maar alleen bij een proefwerk of
schoolonderzoek. In de *Nieuwe Wiskrant* zijn daar al va-
ker voorbeelden van gegeven. Wat heel motiverend
werkt, is het laten beantwoorden van vragen-op-papier
naar aanleiding van een onderzoek dat op de eigen school
of in de eigen gemeente werd uitgevoerd. Een onderwerp
dicht bij huis, dat door de leerlingen zelf belangrijk wordt
gevonden, levert vaak verrassend veel betere antwoorden
op. Grafieken en diagrammen, met behulp van de compu-
ter getekend, roepen ook allerlei vragen op. Over indeling
van de assen bijvoorbeeld, over klassenindeling, over het

gebruiken van percentages, enzovoort. Leerlingen die veel grafieken hebben getekend met behulp van de computer blijken beter te begrijpen wat een hellingsgetal is of hoe je de juiste formule bij een bepaald verband vindt.

Zelfs een lastig abstract begrip als een parameter, bijvoorbeeld in de serie parabolen behorend bij het verband $y = x^2 + 2x + p$, leverde voor de meeste leerlingen van de docent die dit voorbeeld gaf, geen problemen op. De vraag luidde: 'Stel je voor dat je alle mogelijke waarden voor p kiest en de bijbehorende parabool laat tekenen op het computerscherm. Wordt dan het hele scherm wit?' De vraag werd door heel veel leerlingen goed beantwoord! In het examenprogramma staat dat in het schoolonderzoek tenminste één opgave of opdracht betrekking moet hebben op het functioneel gebruik van de computer. Dat is een reden om aandacht aan het gebruiken van de computer te schenken, maar zeker niet de enige.

Wat neem je mee naar het examen?

De school moet zorgen voor voldoende (ruitjes)papier om het centrale examen te maken, maar legt uiteraard geen rekenmachines of passers klaar voor de leerlingen. Die moeten ze zelf meenemen. En verder is een geodriehoek en/of een liniaal nodig. Ook is het handig om een gewoon potlood, een gum, een schaar en een paar kleurpotloden mee te nemen.

Tijd

Leerlingen die aan de experimentele examens meededen, bleken er soms moeite mee te hebben hun tijd goed in te delen. Het kost tijd om je in te leven in een context. Leerlingen vinden het heel lastig om te beslissen dat ze beter eerst met een andere opgave aan de slag kunnen gaan omdat ze niet verder komen. Soms helpt het om ze in de voorbereidingsperiode een keer een compleet examen te laten maken met het horloge ernaast. Hoeveel tijd kan er aan elke opgave afzonderlijk globaal besteed worden? Welke opgaven lijken te doen en welke gaan naar ver-

wachting meer tijd kosten? De volgorde waarin je de opgaven maakt, hoeft niet beslist die van het examen te zijn! En natuurlijk let je ook op het aantal punten dat met een bepaalde vraag 'te verdienen' valt. Een vraag die je lastig vindt en die bovendien maar een klein aantal punten oplevert, kun je beter tot het laatst bewaren.

Een van de geëquëteerde docenten laat minstens eenmaal in het examenjaar een proefwerk maken zonder tijdsdruk. Dat is een proefwerk bestemd voor één lesuur, maar de leerlingen mogen er gedurende een blokkuur aan werken voor zover dat nodig is. Meer tijd krijgen levert overigens niet altijd betere resultaten op. Sommige leerlingen presteren wel beter wanneer er geen tijdsdruk is. Er zijn docenten die menen dat wiskunde-opgaven goed maken ook inhoudt dat je die opgaven snel kunt maken, omdat je dan snel overziet wat er gedaan moet worden om het probleem op te lossen. Dat is niet helemaal waar, veel leerlingen blijken best snel te kunnen werken, maar zijn extra gespannen wanneer ze weten dat het werk binnen een bepaalde tijd klaar moet zijn. Het belangrijkste effect van het geven van meer dan voldoende tijd is dat sommige leerlingen achteraf heel goed kunnen aangeven dat ze met een bepaalde opgave veel te lang bezig waren geweest zonder dat dit veel opleverde. Misschien helpt het hen om bij een volgende gelegenheid de beschikbare tijd beter te verdelen.

Voor u en uw leerlingen: veel succes bij het examen van 1997!

Noot

[1] *Het examen wiskunde 1997, een handreiking voor docenten van VBO en MAVO.*

Extra exemplaren zijn te bestellen bij het Freudenthal Instituut, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht

bestelnummer 29818

Prijs f 15,- excl. verzendkosten

tel. 030-2611611, fax 030-2660430

e-mail fi@fi.ruu.nl