Zou er in het verre Ethiopië een meetkundetraditie in stand zijn gebleven die hier in Nederland allang vergeten is? **Wieke Engels** vraagt zich dit af, omdat Yonas zomaar een bewijs van de stelling van Thales weet.

Koordenvierhoeken in Ethiopië

De stelling van Thales staat sinds de basisvorming weer in de leerboeken van het derde jaar HAVO/VWO. Zoals bekend moet je bewijzen dat $\angle C = 90°$.

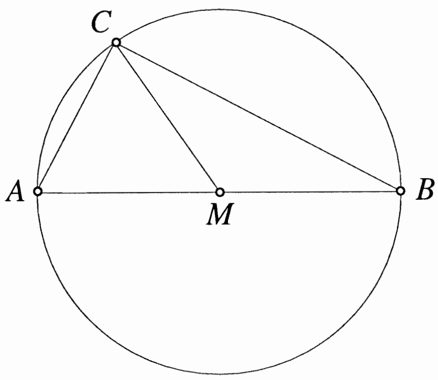

fig. 1

Aangezien het een eenvoudige stelling is die toch iets laat zien van formele bewijzen, sta ik er graag bij stil.
Het bewijs maakt meestal gebruik van de gelijkbenigheid van *AMC* en *BMC*.
Toen ik dit probleem aan de klas voorlegde, kwamen er maar weinig reacties, zodat ik het bewijs maar voordeed.
Toen kwam Yonas; hij had een ander bewijs, namelijk:

hoek A komt overeen met boog BC
hoek B komt overeen met boog AC
samen een halve cirkel
dus hoek C is ook een halve cirkel
dus hoek C is 90°.

Dit verhaal werd met veel 'arc' en 'angle' verteld, dus het duurde even voordat ik het helemaal begreep. Yonas (geboren in 1978) komt uit Ethiopië, hij zat daar op een Engelse school en hij is ruim twee jaar in Nederland. Maar het was niet alleen de taal waardoor ik zijn verhaal niet goed begreep. Hij gebruikt stellingen die nu in het Nederlandse wiskundeonderwijs niet zo gangbaar zijn en toen ik in de schoolbanken zat, was het niet anders.
(Ik hoor zelf bij de eerste lichting van de Mammoetwet.)

Yonas maakte impliciet gebruik van een andere stelling, namelijk:
hoek BAC = $\frac{1}{2}$ *hoek BMC.*
Ook die is eenvoudig met behulp van gelijkbenige driehoeken te bewijzen. Deze stelling geldt ook als *AB* geen diagonaal is. Op die manier komen de drie hoeken van een driehoek overeen met een hele cirkel. Deze stelling was mij wel bekend, maar niet hoe productief die kan zijn.

Nu raakte ik pas echt nieuwsgierig. Zou in het verre Ethiopië een meetkundetraditie in stand zijn gebleven die hier allang vergeten is? En zo ja, hoe ziet die traditie er dan uit?
Het toeval wil dat diezelfde traditie in het experimentele curriculum van de tweede fase nieuw leven wordt ingeblazen. Dus ik besloot hem enige opgaven uit dat nieuwe curriculum voor te leggen.[1]

Eerst de koordenvierhoek.

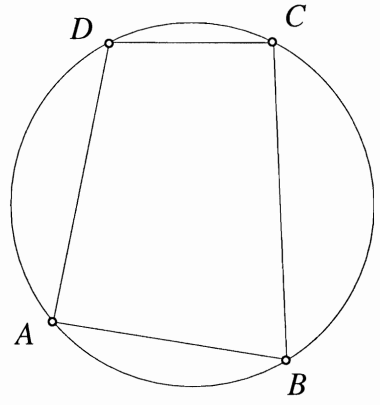

fig. 2

A, *B*, *C* en *D* liggen op een cirkel (dat wil zeggen: *ABCD* is een koordenvierhoek).
Bewijs dat $\angle B + \angle D = 180°$.
Hier hoefde Yonas niet lang over na te denken:
hoek D komt overeen met boog ABC
hoek B komt overeen met boog ADC
samen hele cirkel, dus 180°.

Dit lag zo voor de hand dat ik, niet opgevoed met dit soort meetkunde, het over het hoofd gezien had; ik had zelf iets heel ingewikkelds bedacht.

Tot slot iets moeilijkers (met dank aan Paul Thiel).

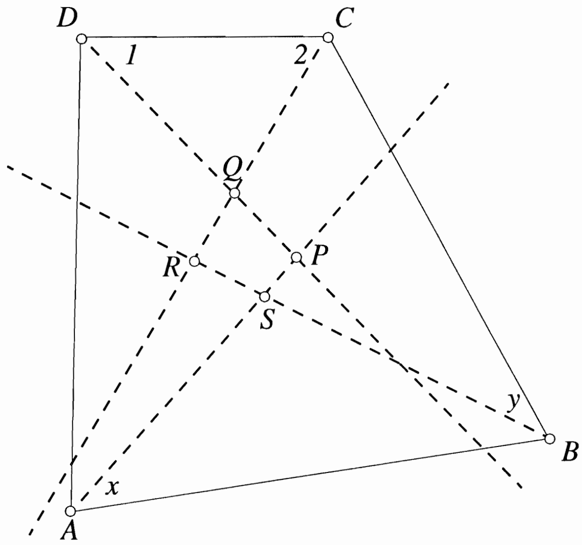

fig. 3

Gegeven:
de vier binnendeellijnen van een vierhoek $ABCD$ sluiten een vierhoek $PQRS$ in.
Te bewijzen:
$PQRS$ is een koordenvierhoek.
Aanwijzing:
hoek RQP = hoek DQC = 180°– ∠D1 – ∠C1.

Yonas (ook de notatie is van hem):

$\angle CRB$	$= 180° - (y + 2)$	– a –
$\angle DPA$	$= 180° - (1 + x)$	– b –
$\angle RQP$	$= 180° - (1 + 2)$	– c –
$\angle RSP$	$= 180° - (x + y)$	– d –

$\angle RQP + \angle RSP = 180°$?	– e –
$[180° - (1 + 2)] + [180° - (x + y)] = 180°$ *(substitueren)*	– f –
$360° - 180° = 1 + 2 + x + y$	– g –
$180° = 1 + 2 + x + y$	– h –
$180° = 1 + 2 + \angle RQP$	– i –
dus $\angle RQP + \angle RSP = 180°$	– j –
dus PQRS is koordenvierhoek.	

Eigenlijk maakt Yonas het zich te moeilijk, want – h – is evident en daarmee is – e – bewezen.
De precieze redenering van Yonas is uit zijn verhaal moeilijk te achterhalen.
Navraag leerde het volgende:
uit – e – volgt – h –
uit – c – volgt – i –
uit – d – en – h – volgt $1 + 2 = \angle RSP$
dit invullen in – i – geeft – j –.
Een prachtig voorbeeld van een cyclische redenering.

Het idee dat ik aan dit alles overhield, was dat Yonas zeker meer klassieke meetkunde heeft gehad dan in Nederland gebruikelijk is. Maar het precies opstellen van een formeel juiste redenering blijft ook voor hem moeilijk.

Wieke Engels is leraar wiskunde aan de Berlageschool in Amsterdam.
De Berlage is een 'zwarte school'. De meeste van de leerlingen zijn niet in Nederland geboren en komen hier als vluchteling of door gezinshereniging.

Noot

[1] De opgaven zijn afkomstig uit het experimentele pakket *Van redenering naar conflict* ontworpen door Aad Goddijn en Wolfgang Reuter in het kader van het Profi-project (Nieuwe Wiskunde voor de Tweede Fase).

Videoband 'Pythagoras in de praktijk'

'Pythagoras in de praktijk' behandelt een toepassing van de beroemde stelling. Deze gratis videoproductie duurt tien minuten en is bedoeld voor de klassen 3/4 VBO/MAVO en 3/4 HAVO/VWO daar waar in de lesmethode de toepassing van de stelling van Pythagoras aan bod komt. Uit de vele mogelijke voorbeelden is gekozen voor de straatmakerspraktijk.

Als een straatmaker een straat maakt, gebruikt hij de 3-4-5-steek. Met behulp van deze drie getallen, die voortkomen uit de stelling van Pythagoras, zorgt een straatmaker ervoor dat het straatwerk haaks komt te liggen.
In 'Pythagoras in de praktijk' neemt reporter Hein Hansen een kijkje bij een straatmakersploeg. Hij komt in gesprek met een straatmaker in opleiding. Deze straatmaker vertelt hoe hij de 3-4-5-steek gebruikt om het straatwerk haaks op te zetten. Daarna laat hij zien hoe de haaksheid van het straatwerk dat gelegd is, te controleren is met de 3-4-5-steek. De uitleg van de straatmaker wordt ondersteund door wiskundige animaties.

De band is uitgebracht in het kader van de Go Infra Campagne. Deze campagne is erop gericht de bedrijfstak van de grond-, water- en wegenbouw in de toekomst van goed (voor)opgeleid en gemotiveerd personeel te voorzien.

De band is gratis te verkrijgen bij het Go Infra Infocentrum, tel. 06-8212223 (van 9.00-12.30 uur).