In Groningen is onder leiding van Anne van Streun en Egbert Harskamp onderzoek gedaan naar het gebruik van de grafische rekenmachine in 4 vwo. Leerlingen die permanent over zo'n machine kunnen beschikken, blijken over een groter repertoire van mogelijke aanpakken te beschikken bij het oplossen van vraagstukken.

Integratie van de grafische rekenmachine

Oriëntatie

Vanaf 1998 wordt de grafische rekenmachine een belangrijk nieuw hulpmiddel in het wiskundeonderwijs van de Tweede Fase HAVO-VWO. Op het centraal schriftelijk eindexamen HAVO in het jaar 2000 mag de grafische rekenmachine voor het eerst worden gebruikt en de examenopgaven worden daarbij aangepast. Het centraal schriftelijk eindexamen VWO volgt een jaar later. Welke gewenste en ongewenste effecten zal deze invoering zonder een ruime experimenteerfase met zich mee brengen?

Er zijn in Nederland nog weinig wiskundeleraren die in de gewone lessen ervaring hebben opgedaan met het inzetten van de grafische rekenmachine. Op de twee Profi-scholen is in de afgelopen jaren op bescheiden schaal geëxperimenteerd met enkele lespakketten waarin de grafische rekenmachine een belangrijke rol speelde. Daarnaast is het apparaat daar gebruikt bij het gewone lesmateriaal in VWO. Ook in enkele Print-scholen hebben docenten ervaring opgedaan met onderzoeksopdrachten waarvoor de grafische rekenmachine kan worden benut.

In de Tweede Fase moet dit nieuwe hulpmiddel worden geïntegreerd in de gewone leerstof bij de opbouw van begrippen, bij het benaderen van oplossingen, bij het statistisch verwerken van gegevens, bij het controleren van antwoorden, enzovoort. In het onderzoeksproject HATEC[1] van de Rijksuniversiteit Groningen werkten het Gronings Instituut voor Onderzoek van onderwijs, opvoeding en ontwikkeling GION en de werkgroep voor wiskundedidactiek samen om de effecten van die integratie van de grafische rekenmachine in de gewone leerstof van 4 VWO in kaart te brengen. Dit artikel gaat in op de onderzoeksresultaten van dat project en geeft voorbeelden van leerlingenresultaten. In het eindrapport en de drie genoemde scripties kan de lezer meer details vinden over de onderzoeksopzet, het literatuuronderzoek, de bespreking van lesmateriaal en de observaties van lessen en oplossingsprocessen van leerlingen. Dit artikel heeft tot doel de lezer te laten meedenken over de onderzoeksvragen en onderzoeksresultaten.

De opzet van het onderzoek

Het onderzoek heeft zich gericht op de mogelijke effecten van het gebruik van de grafische rekenmachine op het leren van leerlingen en op het signaleren van problemen in de klas bij onderwijs dat wordt verzorgd op basis van lesmateriaal, waarin de grafische rekenmachine is geïntegreerd.
Om die vraag te kunnen beantwoorden, is een experimenteel onderzoek opgezet waaraan twaalf wiskundeleraren met hun klassen 4 VWO in het schooljaar '95-'96 meewerkten.
In het schema van figuur 1 staan de twaalf klassen die tot het onderzoek behoren. Alle leerlingen maakten aan het begin van het schooljaar dezelfde voortoets waarin hun kennis over functies, grafieken en vergelijkingen werd getest. In een deel van de klassen is het onderwijs en de toetsing in vier onderwerpen (hoofdstukken) gecoördineerd, er zijn lesobservaties uitgevoerd en leerlingen en docenten geïnterviewd. De leerlingen van de controleklassen kregen parallel les uit het oude lesmateriaal van *Wiskunde Lijn* met dezelfde onderwerpen. Alle leerlingen maakten aan het eind van het schooljaar dezelfde eindtoets over de vier onderwerpen.

Aantal klassen	Functies & Grafieken	Veranderingen	Exponentiële functie	Periodieke functies	Eindtoets 4 onderw.
Exp. klas 1&2	2	2	3	1	8
Controle-klassen	1	1	1	1	4
Totaal	3	3	4	2	12

fig. 1 De onderzoeksopzet

In drie klassen kregen de leerlingen het gehele jaar de beschikking over een grafische rekenmachine en werden alle analyse-onderwerpen uit het experimentele lesmateriaal onderwezen. Dit is de experimentele variant *Exp1*: 'Het hele schooljaar werken met de grafische rekenma-

chine'. Veertien dagen voor de eindtoets kregen deze leerlingen nog een dozijn oefenopgaven over de vier onderwerpen om zich naar behoefte op de eindtoets voor te bereiden.
In vijf klassen werkten de leerlingen alleen bij één onderwerp met de grafische rekenmachine en het nieuwe lesmateriaal. Dit is de experimentele variant *Exp2*: 'Eén hoofdstuk werken met de grafische rekenmachine'. Veertien dagen voor de eindtoets kregen deze leerlingen naast de al genoemde oefenopgaven weer een grafische rekenmachine als hulpmiddel om zich op de eindtoets voor te bereiden.
De vier klassen die als controlegroep functioneerden, kregen onderwijs uit de eerste editie van *Wiskunde Lijn 4 VWO* en werden overigens net zo in het onderzoek meegenomen als de experimentele klassen. Dit is de controlegroep *Ctr*: 'Dezelfde wiskunde, geen grafische rekenmachine, dezelfde toetsen'.

In de toetsen bij de vier onderwerpen en in de eindtoets zijn alleen opgaven opgenomen die passen bij de gewone leerstof uit 4 VWO. Opgaven die zich heel goed lenen voor een grafische aanpak, maar zonder een grafiekenprogramma slecht zijn uit te voeren (bijvoorbeeld over families van grafieken) zijn weggelaten. In feite zijn de extra mogelijkheden die de grafische rekenmachine biedt, niet in de toetsen terug te vinden, hoewel er in het lesmateriaal wel aandacht aan is geschonken.

De computer of de wiskunde centraal

In de scriptie van Edwin Oude Engberink zijn de didactische keuzes besproken van auteurs van zo'n twintig schoolboeken waarin een grafische rekenmachine is gebruikt bij het onderwijs in de wiskunde. Een fors aantal auteurs stelt het werken met één bepaalde grafische rekenmachine centraal en leert de leerlingen allerlei handige methoden om daarmee klassieke wiskundesommen (precalculus en calculus) op te lossen. De grafische rekenmachine neemt dan de rol van het uitvoeren van algebraïsche of analytische algoritmen voor het liquideren van wiskundige opgaven over. De scholen die aan het onderzoek meewerkten, gebruikten het manuscript van de nieuwe delen 4 VWO van *Wiskunde Lijn*. In de opbouw van de theorie en in de opgaven wordt gebruik gemaakt van een grafische rekenmachine, zonder expliciete instructie voor een bepaald type machine. Bij de TI-81 en TI-82 is als service een instructiekaart bijgeleverd met een samenvattende opsomming van veel voorkomende handelingen. In het experiment gebruikten de leerlingen allemaal een TI-81.
In zijn scriptie bespreekt Edwin Oude Engberink de manier waarop de grafische rekenmachine in dit lesmateriaal wordt benut om het leren van wiskunde te ondersteunen. Hij onderscheidt vier didactische functies waarvoor de grafische rekenmachine kan worden aangewend: Oriënteren, Exploreren, Grafisch oplossen en Controleren. Deze vier functies komen alle vier in het nieuwe lesmateriaal voor. Voor het onderzoek is het van belang om te weten dat de grafische rekenmachine voorzichtig en terughoudend in deze delen 4 VWO van *Wiskunde Lijn* is geïntegreerd, omdat het lesmateriaal ook zonder zo'n apparaat bruikbaar moest zijn. Bovendien staat het leren van de wiskundige begrippen en methoden centraal en niet de instructie van alle mogelijkheden van een bepaald type rekenmachine. Een knop als NDERIV voor de numerieke benadering van een afgeleide wordt bijvoorbeeld niet genoemd, terwijl de oplossing van een vergelijking grafisch wordt benaderd met TRACE en ZOOM en niet door op een knop SOLVE te drukken of een programma te gebruiken.

SPA

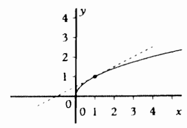
Benadering van de afgeleide waarde $f'(a)$		Voorbeeld: $f(x) = \sqrt{x}$; benader $f'(1)$.
stap 1	Plot of schets de grafiek.	
	Schat $f'(a)$.	In de buurt van $\frac{1}{2}$?
stap 2	Schrijf uit: $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$	$= \frac{\sqrt{1+h} - \sqrt{1-h}}{2h}$
	Neem een klein getal voor h.	Bijvoorbeeld $h = 0{,}001$
	Bereken $f'(a) \approx \frac{\Delta f}{\Delta x}$	$f'(1) \approx \frac{\sqrt{1{,}001} - \sqrt{0{,}999}}{0{,}002} \approx 0{,}5$
stap 3	Controleer of je schatting en de berekende waarde bij elkaar passen.	De helling is circa 0,5.

fig. 2 Numeriek benaderen met het differentiequotiënt

Een kwadratische ongelijkheid

Eindtoets, opgave 1
Voor welke waarden van x geldt $x^2 > 3x + 17$? Benader x tot op één decimaal nauwkeurig.

Oplossingen
We onderscheiden steeds een algoritmische/algebraïsche oplossingsmethode (hier bijvoorbeeld het oplossen van de vergelijking met de *abc*-formule en dan een tekenschema maken), een grafische methode met behulp van de grafische rekenmachine of met de hand een grafiek tekenen en een numerieke methode of probeermethode, in dit geval met een tabel de vergelijking bij benadering oplossen.
Met de grafische rekenmachine gaat dat als volgt.
Tik Y1 = X^2 en Y2 = 3X + 17 in. Grafieken laten tekenen, snijpunten met TRACE benaderen en daarna uitvergroten. Uit de grafieken aflezen welk interval de oplossing is.

Uit de tabel is op te maken dat in beide experimentele groepen de grafische methode door ruim de helft van de leerlingen is toegepast, maar dat in *Exp1* (het hele jaar de grafische rekenmachine gebruiken) ook de algebraïsche methode veel wordt gebruikt. In de controlegroep overheerst uiteraard de algebraïsche methode, terwijl in *Exp2* en *Ctr* een tien procent van de leerlingen niet aan deze opgave is begonnen. Bij *Exp1* hebben bijna alle leerlingen wel een methode toegepast.

Opgave 1	Algoritmisch/ Algebraïsch	Grafisch	Numeriek	% goed
Exp1	47%	51%	0%	72%
Exp2	29%	59%	0%	57%
Ctr	84%	1%	6%	44%

Oplossingsmethoden kwadratische ongelijkheid

Een goniometrische ongelijkheid

Eindtoets, opgave 8

De getijdekromme van een Nederlandse havenstad wordt bij benadering beschreven door de formule $V(t) = 2 \sin 0{,}5t$ met t in uren en $V(t)$ in meters boven NAP.
Hoe lang staat het water elke periode lager dan 1 meter onder NAP?

Oplossingen

De algoritmische/algebraïsche aanpak houdt in dat de vergelijking $2 \sin 0{,}5t = 1$ exact of met de sinusknop van de rekenmachine wordt opgelost, waarna de oplossing wordt gegeven. Met de grafische rekenmachine worden de grafieken bij Y1 = 2 sin 0,5T en Y2 = 1 geplot en door uitvergroten wordt de oplossing benaderd. Enkele leerlingen proberen door redeneren met de eenheidscirkel een oplossing te zoeken.
Bij dit type ongelijkheid is de grafische methode met de grafische rekenmethode duidelijk dominant. Dat is geen wonder, omdat alleen de algemene aanpak voor alle formules kan volstaan.

Opgave 8	Algoritmisch/ Algebraïsch	Grafisch	Numeriek	% goed
Exp1	11%	77%	0%	49%
Exp2	14%	68%	2%	36%
Ctr	11%	32%	2%	11%

Oplossingsmethoden goniometrische ongelijkheid

Maximum hoogte en snelheid

Eindtoets opgave 4

Een vuurpijl wordt verticaal omhoog geschoten. De hoogte s in meters na t seconden wordt vastgelegd door de formule $s = 25t - 5t^2$.

a. Na hoeveel seconden zal de vuurpijl beginnen te dalen?

Oplossingen

Er zijn veel algoritmische/algebraïsche methoden beschikbaar zoals de top van de parabool berekenen met de formule voor de symmetrie-as, kwadraat afsplitsen, nulpunten berekenen en dan de symmetrie-as gebruiken, de afgeleide toepassen.
De grafische methode met de hand of de grafische rekenmachine spreekt voor zich en ook de numerieke methode met een tabel werkt redelijk.
De grafische methode scoort weer hoog in de beide experimentele groepen, maar in *Exp1* wordt de algebraïsche methode bijna even vaak toegepast als in de controlegroep. Het hogere succespercentage van *Exp1* gaat weer samen met een gering aantal leerlingen dat geen aanpak kan vinden.

Opgave 4a	Algoritmisch/ Algebraïsch	Grafisch	Numeriek	% goed
Exp1	50%	45%	0%	84%
Exp2	26%	59%	2%	73%
Ctr	53%	8%	17%	67%

Oplossingsmethoden maximale hoogte

b. Welke snelheid heeft de vuurpijl na 4 seconden?

Oplossingen

De algebraïsche methode met de afgeleide leidt snel en efficiënt tot een antwoord. De raaklijn tekenen aan de grafiek of uitvergroten van de geplotte grafiek kenmerkt de grafische methode, terwijl het berekenen van de gemiddelde snelheid op een klein interval rond $t = 4$ een goede benadering kan geven.
Bij deze vraag kiezen ook de leerlingen met een grafische rekenmachine in meerderheid voor de methode met de afgeleide.
De leerlingen die het hele jaar met de grafische rekenmachine hebben gewerkt, beheersen zowel die aanpak als de numerieke benadering beter dan de leerlingen van de andere groepen.

Opgave 4b	Algoritmisch/ Algebraïsch	Grafisch	Numeriek	% goed
Exp1	58%	4%	18%	57%
Exp2	37%	13%	5%	35%
Ctr	49%	0%	7%	41%

Oplossingsmethoden snelheid

Goniometrische functies

Eindtoets opgave 9

Gegeven zijn de functies $f(x) = \sin(x+0{,}5)$ en
$g(x) = \cos(2x)$.

a. Wat zijn de maxima en minima van f en g? Voor welke waarden van x uit het interval $[-2\pi, 2\pi]$ worden de maxima en minima bereikt?

Oplossingen
De formules herkennen en relateren aan cos x of sin x (algebraïsch) of de grafieken plotten en inzoomen op de toppen of met de hand de grafieken precies tekenen. Opvallend is dat de leerlingen van *Exp1* vaak zonder grafiek de oplossing hebben gevonden.

Opgave 9a	Algoritmisch/ Algebraïsch	Grafisch	Numeriek	% goed
Exp1	65%	19%	0%	56%
Exp2	20%	45%	0%	38%
Ctr	18%	34%	0%	28%

Maxima/minima goniometrische functies

De vervolgvraag:

9b Hoe kan de grafiek van f uit die van g worden afgeleid?

Oplossingen
Redeneren met de functievoorschriften (algebraïsch) of door proberen met het plotten van grafieken (grafisch) of numeriek proberen met saillante punten (numeriek). In de experimentele groepen is er evenwicht tussen de algebraïsche en grafische methode, in de controlegroep wordt er minder naar het bewerkelijke tekenen met de hand gegrepen.

Opgave 9b	Algoritmisch/ Algebraïsch	Grafisch	Numeriek	% goed
Exp1	31%	30%	1%	49%
Exp2	18%	19%	2%	29%
Ctr	20%	10%	0%	27%

Oplossingsmethoden transformaties

Onderzoeksresultaten

In de analyse van de verschillen tussen de beide experimentele groepen en de controlegroep in toetsprestaties van leerlingen moet rekening worden gehouden met de voorkennis van leerlingen aan het begin van het jaar. In de vergelijking is rekening gehouden met verschillen tussen de groepen op de voortoets en met de samenstelling van de klassen wat betreft hun keuze voor exacte vakken in 5 VWO. Hier volgen eerst de conclusies op basis van de resultaten van de eindtoets.

De resultaten van de statistische analyse wijzen uit dat de leerlingen die het gehele jaar een grafische rekenmachine hebben gebruikt (*Exp1*) gemiddeld beduidend hogere eindresultaten behalen dan de leerlingen uit de controlegroep. Naast dit hoofdeffect is er ook een negatief interactie-effect. Het houdt in dat voor leerlingen met een hogere (dan gemiddelde) score op de voortoets het positieve effect van de experimentele conditie minder sterk is dan voor leerlingen met een lagere score op de voortoets. Zwakke leerlingen profiteren in deze groep naar verhouding meer van de grafische rekenmachine in de wiskundelessen dan goede leerlingen.
De leerlingen, die maar gedurende één hoofdstuk met de grafische rekenmachine werkten (*Exp2*), doen het wel wat beter op de eindtoets dan de leerlingen van de controlegroep (*Ctr*), maar dat verschil is niet significant. Ook hier is sprake van een significant interactie-effect dat ertoe leidt dat zwakke leerlingen naar verhouding beter scoren op de eindtoets dan de betere leerlingen.

De resultaten op de toetsen per onderwerp lopen in de pas met die op de eindtoets. Bij het eerste hoofdstuk 'Functies en grafieken' scoren de leerlingen uit *Exp2* niet significant hoger dan de leerlingen uit de controleklas. Bij het onderwerp 'Veranderingen' doen de twee deelnemende klassen uit *Exp1* het beduidend beter bij dit begin van de differentiaalrekening dan de leerlingen uit hun controlegroep. Dat geldt ook voor de drie klassen die alleen bij het onderwerp 'Exponentiële functies' werkten met de grafische rekenmachine. Bij het onderwerp 'Periodieke functies' was het verschil tussen de experimentele klas, die het hele jaar al met de grafische rekenmachine had gewerkt en de controleklas zelfs bijzonder groot. In de scriptie van Martin Traas staan de toetsen per onderwerp, de oplossingsmethoden en de lesobservaties gedetailleerd besproken.
De analyse van de resultaten heeft ook nog opgeleverd dat meisjes het met de grafische rekenmachine niet slechter doen dan jongens en dat de keuze van exacte vakken niet door het gebruik van de grafische rekenmachine is beïnvloed.

De gebruikte oplossingsmethoden

In de tabel staat het overzicht van de gebruikte oplossingsmethoden gemiddeld over alle opgaven van de eindtoets. Gemiddeld is door de leerlingen van *Exp1* en van de controlegroep in ongeveer 40% van de opgaven een algoritmische of algebraïsche methode gebruikt; tegen ongeveer 30% voor *Exp2* bij toetsing is dit verschil significant.

Totaal	Algoritmisch/ Algebraïsch	Grafisch	Numeriek	geen oplossing
Exp1	41%	35%	10%	14%
Exp2	31%	37%	5%	27%
Ctr	43%	11%	8%	39%

Oplossingsmethoden eindtoets

Opvallend is dat leerlingen van *Exp1* en *Exp2* vaker aan een oplossing zijn begonnen dan leerlingen van de controlegroep. Dit is af te lezen onder de kolom 'Geen oplossing'. De experimentele groepen hebben in gemiddeld 14% en 27% van de gevallen geen oplossing geprobeerd, terwijl dit percentage in de controlegroep 39% bedraagt.

Ook uit een nadere statistische analyse (volgens de Lisrel-methode) waarin rekening is gehouden met de oplossingsmethoden gebruikt bij de voortoets, blijkt deze trend in de toepassing van oplossingsmethoden duidelijk. De analyse laat zien dat na een jaar gebruik van de grafische rekenmachine de leerlingen in het algemeen hun repertoire uitbreiden met grafische methoden waarvoor de grafische rekenmachine de gelegenheid biedt naast algoritmische of algebraïsche methoden en (in mindere mate) numerieke probeermethoden. In de experimentele versie van *Wiskunde Lijn* is de grafische oplossingsmethode geïntegreerd in de gehele opbouw. Bij de leerlingen die het hele jaar met de grafische rekenmachine hebben gewerkt, kun je merken dat hierdoor het scala aan beheerste oplossingsmethoden toeneemt en daarmee ook het succespercentage op de eindtoets. Bij leerlingen die slechts één hoofdstuk met de grafische oplossingsmethode hebben gewerkt, zijn grafische oplossingen vrij vaak in plaats van de algoritmische en heuristische oplossingen gekomen.

Conclusies voor de wiskundedidactiek

Een goede integratie van het gebruik van de grafische rekenmachine in het geheel van wiskundige begrippen en methoden gedurende een geheel schooljaar leidt tot een uitbreiding van het repertoire aan wiskundig gereedschap waarvan alle leerlingen profiteren en de zwakke leerlingen in het bijzonder. Uit enkele andere onderzoeken komt dezelfde conclusie naar voren, zie de scriptie van Ingmar Rensema. Bij de leerstof van 4 VWO kunnen de wiskundig sterke leerlingen meestal wel goed uit de voeten met een algoritmische of algebraïsche methode, terwijl de zwakke leerlingen terug kunnen vallen op de grafische methode in plaats van dat het hen ontbreekt aan een aanpak, zoals vaker in de controlegroep zonder grafische rekenmachine is voorgekomen.
Een ander effect van het geïntegreerd gebruik van de grafische rekenmachine is dat de leerlingen een betere koppeling tot stand kunnen brengen tussen de functievoorschriften en analyseconcepten enerzijds en de bijpassende grafische voorstellingen anderzijds. Dat verklaart de goede prestaties van leerlingen uit *Exp1* met behulp van een algebraïsche of algoritmische of analytische methode. Ook uit andere onderzoeken komt die verklaring voor de extra leerwinst naar voren.
Een incidenteel inzetten van de grafische rekenmachine (*Exp2*) levert wel enige extra leerwinst op, maar de balans tussen de verschillende methoden ontbreekt. De nieuwste methode met de grafische rekenmachine verdringt de andere wiskundige methoden, zodat per saldo de winst gering is.

Bij experimenten met het gebruik van computers in het wiskundeonderwijs blijken de meisjes vaak op achterstand te worden gezet, maar bij de integratie van de grafische rekenmachine is daar geen sprake van. Wel kiezen de jongens in beide experimentele groepen significant vaker voor een oplossing met de grafische rekenmachine dan de meisjes (in 5,6 opgaven tegen 4,8 opgaven).

Uit de observaties in de lessen, beschreven in de scriptie van Martin Traas blijkt dat de docenten uit de experimentele klassen meer aandacht zijn gaan besteden aan de grafische voorstellingen van functies. Onze conclusie is dat ook zonder arbeidsintensieve voorscholing de docenten redelijk uit de voeten kunnen met het nieuwe hulpmiddel, mits er kwalitatief goed lesmateriaal beschikbaar is. Wel is het duidelijk dat het oppakken van een aangepaste didactiek (meer gericht op probleemgericht onderwijs) niet vanzelf gaat en dat voor de invoering het volgen van een nascholingscursus op dat terrein wenselijk is. Daarnaast is het aan te bevelen om een overhead projectie van het scherm van de grafische rekenmachine ter beschikking te hebben voor klassikale interactie over de gebruikte oplossingsmethoden.
De meeste docenten van de experimentele groepen in het onderzoek hadden vooraf weinig of geen ervaring in het gebruik van de grafische rekenmachine. De leerlingen evenmin, maar zij blijken geen moeite te hebben om het basisgebruik onder de knie te krijgen, mits zij zelf het hele jaar over zo'n machine kunnen beschikken. Incidenteel gebruik op school of alleen bij een enkel onderwerp leidt niet tot de vaardigheid vereist om het apparaat adequaat voor het oplossen van wiskundige problemen in te zetten.

Bredere perspectieven

In landen als de Verenigde Staten, Engeland, Schotland, Zweden, Oostenrijk en andere wordt de grafische rekenmachine al geruime tijd op grote schaal in het reguliere onderwijs ingezet. Niet alleen voor het rekenen en het tekenen van grafieken, maar ook als hulpmiddel voor het statistisch verwerken van gegevens (onder andere boxplot, regressielijnen, hypothese toetsen). Op dat gebied is er in Nederland nog weinig lesmateriaal verschenen, wat mede samenhangt met de geringe aandacht die doelen zoals 'het doen van zelfstandig onderzoek' en 'het gebruik van de computer voor dataverwerking' tot nu toe in het Nederlandse wiskundeonderwijs krijgen. In de Tweede Fase zullen dat type opdrachten veel meer ruimte krijgen. Het uitgevoerde onderzoek geeft wel aan de grafische rekenmachine voor leerlingen goed gereedschap is om zelfstandig wiskunde mee te leren, maar over het leren aanpakken van meer open onderzoeksopdrachten geeft het geen informatie.
De grafische rekenmachine is niets anders dan een computer met ingebouwde programma's en ontwikkelt zich tot een handpalmcomputer met allerlei relevante wiskun-

deprogramma's, die nu al op PC's beschikbaar zijn. Het voornaamste probleem met het gebruik van computers in het voortgezet onderwijs is het moeilijk kunnen inroosteren van het computerlokaal en het gebrek aan integratie tussen de gewone leerstof en het computerpracticum. Het laatste probleem is mede slecht oplosbaar, omdat een geïntegreerd computergebruik zich slecht verhoudt tot de incidentele lessen in het reguliere computerlokaal. Daarom stelt de Amerikaanse National Council of Teachers of Mathematics in haar richtlijnen *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* dan ook: 'A computer will be available at all times in every classroom for demonstration purposes, and all students will have access to computers for individual and group work'. Dit ideaal is anno 1996 ook in de Verenigde Staten nog steeds onbereikbaar.

De inzet van computeralgebra maakt het leerlingen mogelijk om alle symbolische manipulaties, zoals differentiëren, integreren en ontbinden in factoren, uit te besteden aan de computer. In het hoger beroepsonderwijs en aan de universiteiten zijn geavanceerde pakketten als Maple en Mathematica in gebruik, waar studenten mee moeten leren werken. Dergelijke pakketten horen immers bij het standaardgereedschap van de beroepsbeoefenaars in de natuurwetenschappen en de techniek. Invoering in het voortgezet onderwijs van een computeralgebra pakket als Derive staat ter discussie. Wat is de winst? Is het bedoeld als extra leerdoel, naast het handmatig kunnen manipuleren met variabelen? Zolang de computeralgebra alleen maar in het computerlokaal bereikbaar is, kan het gebruik worden gezien als ondersteuning of uitbreiding van het handwerk. Zodra grafische calculators met de mogelijkheden van de TI-92 voor alle leerlingen beschikbaar komen op het eindexamen, wordt de vraag naar de overblijvende basisvaardigheden des te klemmender. Hopelijk is er voldoende tijd voor nader onderzoek, voordat de computeralgebra zonder meer wordt vrij gegeven op het examen. In de nieuwe wiskundeprogramma's voor de Tweede Fase is het bezit en gebruik van die zwaardere calculators met computeralgebra software nog niet verplicht gesteld. Gezien de forse ingreep, die invoering van dergelijke calculators zal moeten hebben op de leerstof en didactiek, is het verstandig dat die invoering niet direct in het nieuwe programma is opgenomen. Nu is er nog tijd voor onderzoek en ontwikkeling.

Dr. A van Streun, Instituut voor Wiskunde en Informatica
E. Harskamp en C. Suhre, GION
Rijksuniversiteit Groningen

Noot

[1] Het GION in Groningen is in augustus 1996 gestart met het HATEC-project (HAndwerk en TEChnologie). In dit project wordt nagegaan wat er in de onderzoeksliteratuur bekend is over effecten van het gebruik van de grafische rekenmachine, welke effecten door middel van een experiment kunnen worden bereikt en wat de inhoud is van de schoolboeken over de GR.
Over de verschillende aspecten van het uitgevoerde onderzoek zijn vier rapporten verschenen:
E. Harskamp, A. van Streun en C. Suhre. *Handwerk en technologie.*
Dit is het wetenschappelijke eindrapport van het gehele onderzoeksproject met de voornaamste conclusies en een verantwoording van het onderzoeksdesign en de statistische modellen.
E. Oude Engebrink. *De grafische rekenmachine in schoolboeken voor het vak wiskunde.*
Een bespreking van een twintigtal meest Engelstalige schoolboeken met veel voorbeelden voor de dagelijkse lespraktijk.
I. Rensema. *Literatuuronderzoek naar het gebruik van de grafische rekenmachine.*
Een overzicht van het onderzoek naar het gebruik van de grafische rekenmachine.
M.P. Traas. *De grafische rekenmachine in de wiskundelessen van 4 VWO.*
Een gedetailleerd verslag van de lessen in 4 VWO, ervaringen van leraren, bespreking van de toetsen per hoofdstuk, uitwerkingen van leerlingen, enzovoort.

Deze rapporten kunnen schriftelijk worden aangevraagd tegen de kostprijs van f 35,- voor het hele pakket bij: Martha Witterholt, IWI, Postbus 800, 9700 AV Groningen. e-mail: M.G.Witterholt@math.rug.nl