Op de regionale bijeenkomsten van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren hielden **Douwe Kok** en **Kees Hoogland** een voordracht over Praktische opdrachten. Oude schoolboekjes en andere bronnen uit het (recente) verleden blijken een prima inspiratiebron te zijn.

Praktische opdrachten, tussen droom en daad

> ....., want tussen droom en daad
> staan wetten in de weg en praktische bezwaren,
> en ook weemoedigheid, die niemand kan verklaren,
> en die des avonds komt, wanneer men slapen gaat.
> (Willem Elsschot)

Inleiding

Bij de plannen voor de Tweede Fase heeft het begrip 'Praktische opdrachten' voor de nodige onrust gezorgd. Een belangrijk deel van het schoolexamen komt in het teken te staan van deze praktische opdrachten. Veel docenten vragen zich af wat je daar nu bij wiskunde onder moet verstaan. Toepassingen? Opgaven in de sfeer van wiskunde-A? Werkstukken? ....

Bij nadere lezing van het examenprogramma blijkt dat het gaat om:
- het verkennen, aanpakken en oplossen van een probleemsituatie uit de praktijk van een beroep of van het dagelijks leven
- het verrichten van een literatuurstudie
- het uitvoeren van een opdracht waarbij ICT functioneel moet worden gebruikt
- een andersoortige opdracht.

Vergelijkbare lijstjes zijn er ook bij andere β-vakken.
Er is weinig reden om bij wiskunde onderscheid te maken tussen praktische opdrachten en onderzoeksopdrachten.

Wiskunde en praktische opdrachten

Wiskunde en onderzoeksopdrachten vormen op zich een ideale combinatie. Door de eeuwen heen hebben wiskundeleraren hun leerlingen uitgedaagd de wondere wereld wiskundig te onderzoeken. En ook in het recente verleden zijn genoeg voorbeelden te vinden van docenten die met hun leerlingen op onderzoeksachtige wijze bij wiskunde aan het werk zijn.
Een mooi voorbeeld vinden we in een artikel van Wagenschein: 'Ein Unterrichtsgespräch zu dem Satz Euklids über das Nicht-Abbrechen der Primzahlenfolge'. In dit artikel vertelt Wagenschein hoe hij een groep van zestienjarigen de vraag voorlegt of de rij priemgetallen oneindig is. Er werd spontaan heel wat wiskunde ontwikkeld bij de pogingen om deze vraag te beantwoorden. In een cyclus van vijf lessen van een uur kwamen de meest essentiële bouwstenen voor het bewijs naar boven. We laten Wagenschein even aan het woord:

> De volgende morgen komt hij (Elnis) stralend aan het ontbijt; ik heb de oplossing:
> Als p het grootste priemgetal is dat ik ken, dan is N = 2.3.5.7.p+1 zeker ook een priemgetal en zelfs een priemgetal dat groter is dan p.

Niet correct natuurlijk, maar de leerlingen zitten al dicht aan tegen het bewijs van Euclides. Wagenschein vraagt hen of ze zeker weten dat het getal 2.3.5.7.11.13 + 1 = 30301 wel een priemgetal is. Dit getal is immers het product van 59 en 509. En de volgende dag heeft Gabi ontdekt dat er mogelijk tussen p en N nog andere priemgetallen zitten en zegt ze: 'In beide gevallen is bewezen dat er geen laatste priemgetal is, omdat je zo door kan gaan.'
Voor velen is dat pas echt wiskundeonderwijs: een klas leerlingen in de ban brengen van een wiskundig probleem. Een soortgelijke ervaring beschreef N. Brokamp in de *Nieuwe Wiskrant.* Hij vertelt hoe een complete 5 VWO klas op zoek ging naar het vijfde perfecte getal. (6 is het eerste, want 6 = +1 + 2 + 3 en 28 het tweede, want 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14.) De inzet en het enthousiasme van de leerlingen werkt aanstekelijk. Inderdaad een volmaakte voltreffer.

Davis en Hersch blijken in hun boek *The Mathematical Experience* ook voorstanders te zijn van een onderzoeksachtige manier van wiskunde doen. Zij wijzen op Lakatos, die met zijn boek *Proof and Refutations* liet zien hoe er in de wiskunde sprake is van een voortdurende dialoog van bewijzen en weerleggen. Ze geven zelf een aardig voorbeeld:
Een getal dat eindigt op een 2 is ook deelbaar door 2. Kun je die uitspraak generaliseren?
Nee, want een getal dat op 3 eindigt, is niet deelbaar door 3. Maar een getal eindigend op 5 is wel weer deelbaar door 5. Hoe zit het nou precies?
Dergelijke open opdrachten zetten aan tot fundamenteel wiskundig denken.

Contents xiii

† Contains only cross-references.

fig. 1 Uit de inhoudsopgave van 'How to solve it'

Wie erover wil nadenken hoe je leerlingen zover krijgt om een probleem op te lossen, kan niet om Polya heen. In 1945 publiceerde hij zijn beroemde boek *How to solve it.* Daarin onderscheidt hij de vier fasen bij het oplossen van een probleem:

- het probleem begrijpen
- een plan ontwerpen
- het plan uitvoeren
- terugblik.

Het rijtje heuristieken uit de inhoudsopgave (zie figuur 1) maakt duidelijk dat zijn benadering nog steeds relevant is voor het wiskundeonderwijs. Misschien wel meer dan ooit.

Problemen voor onderzoekers

§ 1. De formule van Euler

We zijn in het voorafgaande verschillende lichamen tegengekomen die door platte vlakken worden begrensd, zoals balken, piramiden enzovoort. Natuurlijk bestaan er nog veel meer vormen, zoals het huisje dat in figuur 123 staat afgebeeld.

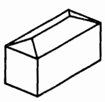


FIG. 123

Maak een overzicht van het aantal zijvlakken *Z*, hoekpunten *H* en ribben *R* van elk van die lichamen.
Doe dat op de volgende manier:

	Z	*H*	*R*
kubus	6	8	12
balk			
piramide met vierkant grondvlak			
viervlak			
huisje van figuur 123			

Kun je een verband vinden tussen de aantallen die je bij elk van deze lichamen vindt? De betrekking tussen *Z*, *H* en *R*, die voor elk van deze lichamen geldt, heet de formule van Euler.

Kun je een lichaam bedenken waarvoor de formule van Euler niet geldt? Ga eens na wat er met de aantallen *Z*, *H* en *R* gebeurt, als je van een van bovenstaande lichamen een stuk afsnijdt. Neem bijvoorbeeld een kubus en snijdt er bij een hoekpunt een stukje af. Er komt dan een zijvlak meer; er komen 3 — 1 = 2 hoekpunten meer en drie ribben meer dan eerst.

Deze formule werd ontdekt door Descartes in 1640 en bewezen door Euler in 1752.
Wij hebben in het bovenstaande de formule voor enkele lichamen gecontroleerd. Dat wil natuurlijk niet zeggen dat we nu zeker weten, dat hij voor elk lichaam geldt.
De formule geldt *niet* voor elk lichaam. Bijvoorbeeld niet voor de „kubus-met-oor" van figuur 124. Een onderwerp voor verder onderzoek kan dus de vraag zijn: voor welke soort lichamen geldt de formule wel en voor welke niet?

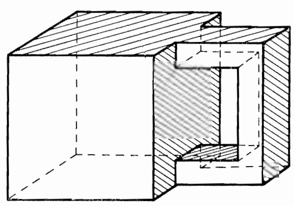


FIG. 124

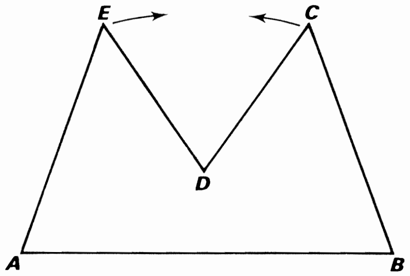
fig. 2 Moderne wiskunde, eerste editie. Wolters Noordhoff, 1968

Een voorbeeld van het blijvende belang van Polya levert Alan Schoenfeld, een belangrijk hedendaags onderzoeker. Hij beschrijft in de inleiding van zijn studie *Mathematical Problem Solving* hoe Polya hem inspireerde zich vragen te stellen als 'Wat bedoelen we met wiskundig denken?' en 'Hoe kun je leerlingen helpen om dat te gaan doen?'
Deze opsomming van beroemde namen maakt één ding duidelijk. Voor veel wiskundigen en denkers over wiskundeonderwijs is het doen van onderzoek, het oplossen van open problemen, een vanzelfsprekend onderdeel van het wiskundeonderwijs.

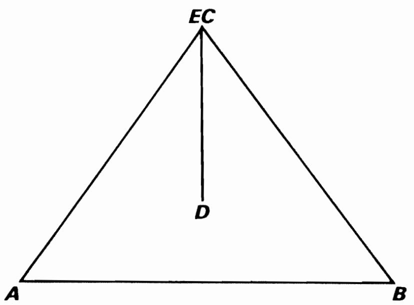
Praktische opdrachten in schoolboeken van vroeger

De droom om een klas in de ban brengen van een wiskundig probleem leefde niet alleen bij mensen als Wagenschein en Polya. Ook auteurs van schoolboeken hebben telkens opnieuw geprobeerd dat soort onderwijs te bevorderen.

Marjan: „Niet altijd is de som van de hoeken 540°. Kijk maar.



Nu breng ik *E* en *C* zo dicht bij elkaar dat ik de volgende figuur krijg.



En dit is een driehoek! Dus de som van de hoeken is 180°."

Rob: „Dit is nog steeds een vijfhoek!!! Bovendien geldt nog steeds: de som van de hoeken is 540°.

fig. 3 Passen en meten, deel 15. Wolters Noordhoff, 1982

Toen in 1968, bij de invoering van de mammoetwet, *Moderne Wiskunde* op de markt kwam, bevatte elk deel een hoofdstukje 'Problemen voor onderzoekers', bijvoorbeeld over de formule van Euler of over Tovervierkanten (zie figuur 2).
Het is veelzeggend dat in de uitgave van 1972 deze hoofdstukjes niet meer voor kwamen. Was het omdat ze toch maar werden overgeslagen? Waren er teveel praktische bezwaren? Hoe het ook zij, andere boekenschrijvers bleven het proberen.
In 1982 verscheen in *Passen en Meten* een poging om onderwijs in de geest van Lakatos te ontwikkelen (zie figuur 3). De leerlingen Marjan en Rob verkennen de grenzen van allerlei afspraken. Is in elke vijfhoek de som van de hoeken precies 540 graden? En wat is precies een vijfhoek?

Een andere methode uit de jaren tachtig die het, net als *Passen en Meten*, op den duur niet gered heeft, was *Exact wiskunde*. Joop van Dormolen, in die jaren vakdidacticus aan de universiteit van Utrecht, kon in die boeken veel van zijn ideeën en idealen kwijt. Je treft hoofdstuktitels aan als 'Vermoedens krijgen en toetsen' en 'Maak een schema'.
Het volgende voorbeeld komt uit deel 2mhv.

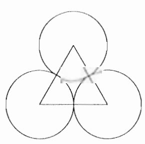
22 Vermoedens

A
Zeven guldens

Iemand zit met zeven guldens te spelen. Hij ontdekt dat ze precies tegen elkaar passen, als hij ze neerlegt zoals hieronder.

1 Probeer het ook eens met zeven kwartjes. Lukt het ook met een stuiver en zes kwartjes?
2 Schrijf hierover een vermoeden op.

Je kunt beredeneren dat dat vermoeden juist is.
3 Teken drie even grote cirkels zoals op de tekening hiernaast en verbind de middelpunten. Wat kun je zeggen over de zijden van de driehoek? En wat over de hoeken van de driehoek?



Je kunt in je tekening bij opdracht 3 nog vier cirkels tekenen, zodat je tekening gaat lijken op de foto van de zeven guldens hierboven.
4 Teken daartoe eerst nog een gelijkzijdige driehoek waarvan één zijde dezelfde is als een zijde van de driehoek uit opdracht 3.

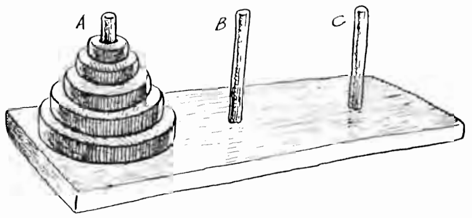
Het nieuwe hoekpunt is het middelpunt van de vierde cirkel.
5 Teken de vierde cirkel. Teken daarna op deze manier nog drie cirkels, zodat je tekening gaat lijken op de foto van de zeven guldens hierboven.
6 Leg uit dat je vermoeden van opdracht 2 juist is. Schrijf je redenering precies op.

fig. 4 Vermoedens. Exact wiskunde, 2mhv. Meulenhoff Educatief, 1988

Leerlingen wordt gevraagd uit te zoeken wanneer zeven ronde muntstukken precies aan elkaar passen. Daarbij spelen bekende heuristieken op de achtergrond een rol. Zoek het uit in een paar overzichtelijke gevallen. Verander de grootte van de munten, lukt het dan nog steeds? En als je de grootte van één van de munten verandert, wat blijkt dan?
Een recente serieuze poging uit de periode van vóór de Tweede Fase om in de bovenbouw aandacht te besteden aan onderzoek vinden we in *Wiskunde Lijn*. Elk hoofdstuk eindigt met een onderzoeksgedeelte. Vaak tref je daar ook heuristieken aan in de geest van Polya.

4.6 ONDERZOEK

De toren van Hanoi We hebben een plankje met drie pinnen en vijf schijven.



De middellijn van de schijven neemt van boven naar beneden toe, ze zijn naar volgorde van grootte gestapeld. De toren van pin A moet naar pin C verplaatst worden, waarbij de volgende spelregels gelden:

1 Er mag per zet slechts één schijf van een pin naar een andere pin worden verplaatst.
2 Er mag nooit een grotere schijf op een kleinere geplaatst worden.
3 Alle pinnen mogen gebruikt worden.

fig. 5 Toren van Hanoi. Wiskunde Lijn, 4/5 HAVO wiskunde B. Jacob Dijkstra, 1990

Maar ook voor deze poging geldt dat er in de dagelijkse praktijk weinig van terecht komt. Kennelijk staan ook hier tussen droom en daad de wetten in de weg en, niet te vergeten, de praktische bezwaren. De wet eist niets op het gebied van onderzoek. Voor het schriftelijk examen kun je een voldoende halen door gewoon flink te oefenen en het programma is voor de meeste leerlingen toch al overladen.
Jammer van die droom. Maar zo zit de wereld in elkaar. Wat niet getoetst wordt, krijgt in de onderwijspraktijk weinig aandacht.

Meer aandacht voor vaardigheden

De ontwikkelingen in het denken over goed wiskundeonderwijs lopen parallel aan een ontwikkeling in het denken over onderwijs in het algemeen. Meer dan vroeger moet aandacht besteed worden aan de ontwikkeling van een kritische houding, het vermogen informatie te verwerken, het kunnen toepassen van wat geleerd is, het kunnen samenwerken, enzovoort. Met name het belang van de ontwikkeling van onderzoeksvaardigheden wordt benadrukt. Dat is al begonnen bij de basisvorming en bij het nieuwe leerplan voor VBO/MAVO C/D. Opvallend in dat examenprogramma zijn de eisen die aan het schoolonderzoek worden gesteld:
- er moet functioneel gebruik gemaakt worden van de computer
- zo mogelijk een GWA-opdracht
- zo mogelijk een toetsing via een werkstuk of een project.

Het wordt sterk aanbevolen (nog net niet verplicht!) om in het kader van het schoolonderzoek te werken aan praktische opdrachten, liefst in groepsverband. Je kunt als docent – sectie – school nog een afweging maken. Maar er is hoe dan ook iets veranderd. In alle schoolboeken voor de onderbouw verschijnen GWA's en computerpractica. Scholen schaffen massaal de benodigde software aan. Er zijn natuurlijk nog praktische bezwaren te over, bijvoorbeeld gebrek aan computers en/of computerlokalen. Maar zo'n relatief kleine wijziging in de wet veroorzaakt in elk geval een flinke verandering in de schoolpraktijk.
Gelukkig zijn er altijd docenten die de wet niet nodig hebben om hun dromen te verwezenlijken. Tilly Kayser deed in het artikel 'Een GWA-opdracht in het schoolonderzoek' (*Nieuwe Wiskrant*, 1996) verslag van haar ervaringen met een GWA, waarbij de leerlingen de groei van een plantje met wiskundige middelen als tabel en grafiek moeten beschrijven. En in een interview in *Euclides* (Schmidt, 1998) vertelde Mieke Thijsseling hoe op haar school de basisvorming wordt afgesloten met een scriptie en een presentatie op een slotavond, waarbij ook ouders aanwezig zijn. Ze somt ook de eisen op die aan het resultaat gesteld worden en ze geeft een aantal zeer nuchtere tips om het proces in de hand te houden. Opvallend aan dit soort artikelen van docenten is hoe vaak er benadrukt wordt dat 'leerlingen meer kunnen'. Dat is kennelijk een gemeenschappelijke ervaring van deze docenten die hun praktische bezwaren opzij konden zetten.
De regelgeving rond de Tweede Fase is met betrekking tot het schoolexamen een stuk strenger. Zoals bekend geldt voor het schoolexamen dat 40% van het cijfer van het schoolexamen tot stand komt door middel van praktische opdrachten. In de praktijk komt dat dus neer op 20% van het eindcijfer.
Maar ook hier enthousiaste verhalen van docenten die alvast aan de slag gingen. Hun leerlingen gingen gretig aan de slag, als jonge honden op een bak met lever! (Kemme & Wijers, 1996).
Stel nu dat praktische opdrachten uw droom zijn, terwijl u natuurlijk wilt handelen in de geest van de wet, dan kunt u droom en daad combineren door 20% van uw energie op deze praktische opdrachten te richten.

Onderzoek doen moet geleerd worden

Voor het uitvoeren van praktische opdrachten geldt hetzelfde als voor elke nieuwe vaardigheid: je moet het eerst leren. Soms lijkt het wel of dit voor het leren van nieuwe begrippen vanzelfsprekend is, maar dat we dit bij het aanleren van vaardigheden een beetje uit het oog verliezen. Je kunt het vandaag de dag regelmatig waarnemen: docenten die in hun normale praktijk veel opgaven klassikaal bespreken, laten hun leerlingen volledig los als ze voor het eerst oefenen met een praktische opdracht. Met als argument dat het hier gaat om een experiment in zelf-

standig leren. Hier is zeker sprake van een misverstand. Onderzoek doen is lastig. En met zulke complexe vaardigheden geldt juist dat je daar veel mee moet oefenen en dat goede begeleiding en goede feedback op de resultaten essentieel is.
In zo'n onzekere situatie hebben leerlingen houvast nodig. En dan kan een overzichtelijk stappenplan een belangrijk instrument zijn. Er zijn zo langzamerhand al aardig wat stappenplannen in omloop, die onderling erg op elkaar lijken.
Onderstaand lijstje komt uit een bundeltje *Praktische tips voor Praktische Opdrachten* van het APS.

Stappenplan bij het uitvoeren van een onderzoeksopdracht

1. Probleemstelling
   - Wat is het probleem?
   - Welke vraag wil ik beantwoorden?
2. Probleem verkennen
   - Wat zegt mijn gezonde verstand?
   - Ideeën en informatie uitwisselen met medeleerlingen.
   - Kan ik het probleem opsplitsen in deelproblemen?
3. Plan maken
   - Welke informatie heb ik nodig en hoe kom ik er aan?
   - Hoeveel tijd heb ik en hoe deel ik die in?
   - Is het plan haalbaar?
4. Plan uitvoeren
   - Informatie verzamelen en verwerken
   - Verschillende mogelijkheden onderzoeken
   - Informatie verwerken
   - Nagaan of ik op de goede weg ben
5. Conclusie
   - Beantwoorden van de hoofdvraag
   - Ook aangeven wat niet gelukt is
6. Verslag/presentatie
   - Welke eisen worden aan het verslag of presentatie gesteld?
7. Afsluiting en terugblik
   - Wat heb ik geleerd van het onderzoek?
   - Wat doe ik anders een volgende keer?

Uit het stappenplan wordt duidelijk dat er verschillende fasen zijn in het uitvoeren van een praktische opdracht. Dat geeft het werken structuur. Je kunt er als docent voor kiezen om in het begin praktische opdrachten volgens deze structuur te formuleren. Gaandeweg zou die structuur dan minder nadruk kunnen krijgen. Bij het selecteren van problemen kun je er een inschatting van maken wat het werken aan een probleem in de verschillende fasen van de leerling vraagt. In elke fase kan de docent een meer of minder nadrukkelijke rol spelen.

Begeleiding is belangrijk

Een belangrijke vraag is nu: Wat doet de docent tijdens deze fasen? Met andere woorden: Wat laat je over aan de leerlingen en wat blijf je controleren? En verschilt dat per leerjaar?
Uit voorlopige ervaringen in onderbouw en bovenbouw lijkt een bepaald beeld naar voren te komen: veel docenten besluiten tot een actieve rol. Dat houdt onder meer in:

- in het begin klassikaal de werkwijze toelichten, de probleemstelling bespreken en een start maken met de probleemverkenning
- na enige tijd klassikaal de leerlingen onder begeleiding een plan laten maken of de planning afmaken die aan de docent voorgelegd wordt
- in de fase plan uitvoeren de leerlingen onder begeleiding een les laten werken en tussenproducten laten zien
- afhankelijk van de complexiteit van de opdracht laten de leerlingen op een bepaald moment een kladversie van het eindwerkstuk zien waarop de docent commentaar geeft.

Zeker bij praktische opdrachten die bedoeld zijn als oefenopdrachten blijkt het zeer effectief te zijn om de resultaten klassikaal te bespreken. De docent kan bijvoorbeeld stukjes uit de verschillende werkstukken tonen die hij heel sterk vindt. Ook kunnen voorbeelden gegeven worden van minder geslaagde onderdelen. Het effect hiervan is dat leerlingen als het ware 'op elkaars schouders gaan staan' waardoor ze bij een volgende uitvoering van een praktische opdracht een hoger niveau kunnen bereiken. Op termijn kan dat mogelijk ook al vooraf, als inmiddels een collectie 'schoolvoorbeelden' is verzameld.

In de onderbouw of bij kleine praktische opdrachten betekent dit dat de leerlingen het grootste deel van de opdracht in de klas uitvoeren. Maar ook in de bovenbouw zal rekening gehouden moeten worden met de 'klassikale' tijd die het uitvoeren van de genoemde fasen nu eenmaal vraagt.
Wat in ieder geval niet werkt, is leerlingen zonder begeleiding op pad sturen met een praktische opdracht. In de trant van: 'Over zes weken moet het eindproduct ingeleverd worden. Tot dan.' Zo'n laisser-faire benadering schept als het ware de situaties waarvoor menigeen bang is: overschrijven, pa of ma maakt het werkstuk, plukken van internet, enzovoort.
Zelfs in de situatie dat bijvoorbeeld leerlingen in 6 VWO vanaf klas 1 regelmatig praktische opdrachten hebben gedaan, dan nog zal de docent bij zo'n opdracht een aantal sleutelmomenten moeten aanwijzen om greep te houden op het proces. Waarschijnlijk zal de docent dat in de loop van de tijd wel steeds sneller kunnen uitvoeren. Hoe beter de leerlingen getraind zijn in het uitvoeren van praktische opdrachten, hoe sneller ze aan een half woord genoeg zullen hebben.

3 DE PINCODE

Electronisch betalen neemt hand over hand toe. Iedereen heeft tegenwoordig wel een pincode. Hoe veilig is de pincode? Zijn de nieuwe betalingsmethoden een echte verbetering voor de consument?

Opdracht

Schrijf een verhaal over de pincode, waarin je verschillende aspecten belicht. Verwerk in je verhaal de volgende aandachtspunten.

- Wat zijn de voordelen van het gebruik van de pincode? En wat de nadelen?
- Is het gebruik van vier cijfers voldoende veilig?
- Hoe kun je je pincode onthouden?

fig. 6 Getal en Ruimte, VWO 1. EPN, 1998

Ten slotte

De nieuwe boeken voor de Tweede Fase en voor de onderbouw laten een keur aan praktische opdrachten zien.

Zo geeft *Getal en Ruimte* na elk hoofdstuk twee bladzijden met tamelijk korte, vrij open opdrachten (figuur 6). *Moderne Wiskunde* heeft een heel ander benadering gekozen. Men biedt in de delen voor de vierde klas een aantal onderzoeken, waarin de leerling steeds eerst een aanpak volgt die daarna op een nieuwe situatie wordt toegepast (figuur 7).

Op basis van de voorbeelden die in de diverse boeken staan – en die op de aangekondigde websites, als ze tenminste ook echt de lucht ingaan – moet het voor elke docent toch mogelijk zijn een vorm te kiezen die bij zijn praktijk past.

Het probleem van de praktische opdrachten zal waarschijnlijk niet zo zeer de bronnen zijn. De moeilijkheid zit hem veel meer in de nieuwe vaardigheden waarover je als docent moet beschikken om goed onderwijs te verzorgen waarin onderzoek doen belangrijk is. We denken dan aan het in de juiste dosering het onderwerp introduceren, de leerlingen op tijd en in voldoende mate begeleiden, op tijd feedback geven over hun voortgang en later over hun prestaties, een benadering kiezen waarin leerlingen aan de slag gaan in plaats van zich er op een koopje van af te maken.

En dan noemen we niet eens de zeer praktische bezwaren veroorzaakt door een schoolleiding die niet voldoende beseft dat ook in de tweede fase de leerlingen hun wiskundedocent hard nodig hebben. Of door een schoolrooster waardoor leerlingen tegelijkertijd een flink aantal praktische onderwerpen onder handen hebben. De lijst is gemakkelijk uit te breiden.

fig. 7 Moderne wiskunde, VWO A1 en B1. 1998

Zo wordt men al gauw overvallen door een zekere weemoedigheid, die volgens de dichter komt wanneer men slapen gaat.

Maar wellicht is er, eventueel na een verfrissende nachtrust, weer nieuwe energie om die eeuwenoude droom werkelijkheid te laten worden. De droom van een klas die geïnspireerd aan de slag is met mooie wiskunde.

Dit artikel is een bewerking van een lezing die de auteurs hebben verzorgd tijdens de regionale bijeenkomsten van maart 1998, georganiseerd door de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.

Douwe Kok (IDO/VU & APS)
Kees Hoogland (APS)

Literatuur

APS (oktober 1997). *Praktische tips voor Praktische Opdrachten.* Utrecht, APS.

Brokamp, N. (1995). '3 3 5 5 0 3 3 6: Een volmaakte voltreffer', *Nieuwe Wiskrant 14*(3) pp. 4-6.
Davis, Philip and Reuben Hersch (1981). *The Mathematical Experience*. Birkhauser, Boston.
Kayser, Tilly (1996). 'Een GWA-opdracht in het schoolonderzoek', *Nieuwe Wiskrant 16*(1) pp. 23-25.
Kemme, S.L. en M. Wijers (1996). 'Als jonge honden op een bak met lever', *Nieuwe Wiskrant 15*(3), pp. 22-27.
Lakatos, Imre (1976). *Proof and refutations*. Cambridge University Press, Cambridge.
Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press, Princeton.
Schmidt, Victor (1998). 'Ze kunnen meer dan je denkt', *Euclides 73*(4) pp. 122-123.
Schoenfeld, Alan H. (1985). *Mathematical problem solving*, Academic Press, New York etc.
Wagenschein, M. (1965). *Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken, Band I*. Klett Verlag, Stuttgart.

Vacantiecursus CWI 1998

Voor leraren in de exacte vakken VWO, HAVO en HBO en andere belangstellenden organiseert het Centrum voor Wiskunde en Informatica (CWI) in 1998 een vakantiecursus met als thema 'Meetkunde, Oud en Nieuw'. Ook dit jaar betreft het een tweedaagse cursus, die zowel in Amsterdam als in Eindhoven wordt gehouden en wel op vrijdag 28 augustus en zaterdag 29 augustus in Amsterdam in het CWI, Kruislaan 413 te Amsterdam en donderdag 3 september en vrijdag 4 september in Eindhoven in het Rekencentrum van de Technische Universiteit Eindhoven, Den Dolech 2 te Eindhoven.
Voor geïnteresseerden is een nascholingscertificaat beschikbaar. Degene die daarop prijs stelt, gelieve dit bij aanmelding te vermelden.

Programma
A.W. Grootendorst, TU Delft. *Analytische Meetkunde: het begin*
J. van de Craats, KMA. *Redeneren en bewijzen in de meetkunde – maar vanuit welke basis?*
J.M. Aarts, TU Delft. *Voronoi diagrammen*
A.J. van Zanten, TU Delft. *Eindige Meetkunde*
A. Verweij, TU Delft. *Perspectief*
J.H.M. Steenbrink, KU Nijmegen. *Polytopen*
J. van de Craats, KMA. *Oefeningen*
F. van der Blij, Universiteit Utrecht. *Niet-euclidische meetkunde en toch waar?*

Cursusgeld
Het cursusgeld bedraagt *f* 100,-. De syllabus is hierbij inbegrepen. Dit bedrag is echter exclusief de kosten van maaltijden.

Informatie
Simone Panka, Centrum voor Wiskunde en Informatica
Postbus 94079, 1090 GB Amsterdam
tel. 020-592 40 09
e-mail: Simone.Panka@cwi.nl

Studiedag Techniek in het Huishouden

datum: donderdag 24 september 1998
locatie: ROC, Amerikalaan 109, Utrecht
tel. 030-2809809

Deze dag wordt georganiseerd door het Centrum Vrouwen en Exacte Vakken (VeEX), de commissie Vrouwengeschiedenis van de Vereniging van Geschiedenisleraren in Nederland (VGN) en de werkgroep Vrouwen en Geschiedenis van de exacte vakken.
De studiedag is bedoeld voor docenten in de vakken Techniek, Natuur- en Scheikunde, Biologie, Verzorging, Huishoudkunde, Geschiedenis en Maatschappijleer en andere geïnteresseerden.
Het programma:

10.00-10.15 uur:	ontvangst door de dagvoorzitter dr. Annemarie de Knecht-van Eekelen
10.15-11.00 uur:	lezing van dr. Ruth Oldenziel *Honderd jaar techniek van het huishouden*
11.00-11.30 uur:	artistiek intermezzo
11.30-12.15 uur:	lezing van dr. Myriam Darus *Waterwerk*
12.15-13.30 uur:	lunch en markt
13.30-15.00 uur:	workshops

U kunt zich vóór 1 september a.s. aanmelden voor deze studiedag door *f* 95,- (*f* 65,- voor leden/donateurs van VGN/VeEX) over te maken op gironummer 3465547 t.n.v. Fia Dieteren, p/a Instituut voor Geschiedenis (UU), Kromme Nieuwe Gracht 66, 3512 HL Utrecht, o.v.v. Studiedag Techniek in het Huishouden.
De overschrijving is uw bewijs van inschrijving. Er is ruimte voor een beperkt aantal deelnemers. Wenst u een nascholingscertificaat, dan graag geboorteplaats en datum vermelden.
Voor meer informatie kunt u contact opnemen met:
Marjan Bruinvels, tel. 030-228 64 63
Fia Dieteren, tel. 036-535 48 43
Centrum Vrouwen en Exacte Vakken, tel. 030-185 67 46