

Op het Isala College in Silvolde is geëxperimenteerd met het profielwerkstuk. Het betrof een samenwerkingsproject van de vakken aardrijkskunde en wiskunde, met veel aandacht voor modelleren met de computer. **Carel van de Giessen** beschrijft zijn bevindingen.

## Modelleren met de computer

### Een domein voor profielwerkstukken

#### Inleiding

Zoals op zoveel scholen is op het Isala College met het oog op de tweede fase de laatste paar jaar geëxperimenteerd. Naast het vakoverstijgende zelfstandig-leren-experiment, dat inmiddels een zachte dood is gestorven (een experiment rijker en een illusie armer), vonden er binnen de sectie wiskunde ook vakinhoudelijke experimenten plaats. De sectie wilde ervaring opdoen met de noviteiten uit het programma van de tweede fase, praktische opdrachten en profielwerkstukken. Wie wil weten wat dat is en hoe dat werkt, kan het beste gewoon maar aan de slag gaan. Natuurlijk na grondige oriëntatie en voorbereiding, maar dan nóg, of juist dan, is het voor de docent spannender dan voor de leerling, die tenslotte altijd met iets nieuws bezig is. In een profielwerkstuk, volgens het programma een zelfstandige onderzoeksopdracht met inzet van wiskundige vaardigheden en technieken en informatieverwerking, werken twee vakken samen. Het profielwerkstuk-experiment betrof een samenwerkingsproject van de secties aardrijkskunde en wiskunde in VWO 5. Het vak aardrijkskunde formuleerde de opdracht, die met behulp van wiskundige middelen moest worden uitgevoerd.

Dit artikel bestaat uit twee delen. In het eerste deel komt het modelleren bij wiskunde en het werken met wiskundige modellen van dynamische systemen aan de orde. Het tweede deel gaat over de ervaringen met een profielwerkstuk, waarin een schets van de uitwerking van de leerlingen, met de nadruk op de wiskundige kant.

#### Deel I: Modellen bij wiskunde

Veranderingsprocessen zijn fundamenteel in onze wereld. Dezelfde structuren komen, elk met hun eigen karakteristiek, voor in techniek, economie, biologie, enzovoort. In veel vakgebieden spelen daarom modellen en modelvorming een belangrijke rol. Bij wiskunde is er geen expliciete aandacht voor de modelvorming, maar impliciet wordt er bij wiskunde A in feite met niets anders dan modellen gewerkt.

Het bewust ontwerpen van en werken met wiskundige

modellen biedt een platform waar wiskunde en andere vakken elkaar kunnen ontmoeten, een rijk gebied voor profielwerkstukken met wiskunde.

Een (school)vak kan wiskundige diensten voor een toepassingsgebied inroepen om een door dat vak geformuleerd probleem op te lossen. Dat houdt in het formuleren van een (wiskundig) model in de ruimste betekenis. Het vak levert de feitelijke basisgegevens voor de input. Vervolgens kan het vak met de output van het model de problemen binnen de eigen context oplossen. Vanuit deze optiek kunnen domeinen als kansrekening, differentiëren en matrixrekening zinvolle bijdragen leveren.

Modelvorming neemt in de maatschappij een steeds belangrijker plaats in. Zo was in de *Volkskrant* van 19 september 1998 onder de kop 'Model voorspelt bosbrand' te lezen dat aan de hand van een model bekeken kan worden of bij een beginnende brand ingegrepen moest worden of dat de brand wellicht beter zijn gang kon gaan, omdat veelvuldige kleine brandjes veel grotere vuurzeeën voorkomen. Dat zelfde model was ook bruikbaar voor epidemieën in geïsoleerde gebieden.

Zowel op het niveau van het universitair onderwijs als van het hoger beroepsonderwijs is er aandacht voor modelvorming.

In de programma's wiskunde A en B VWO voor de tweede fase wordt nogal eens van modellen gesproken, maar van een structurele aandacht is geen sprake.

Het opstellen van en werken met modellen, kortweg 'modeling', zou binnen wiskunde A een samenbindend en overkoepelend element kunnen zijn van al de losse domeinen.

'Modeling' is een heel geschikt fenomeen om een koppeling te maken tussen allerlei vakken en wiskunde: groei-modellen bij biologie, bevolkingsmodellen bij geografie, bewegingsmodellen bij natuurkunde, economische modellen, enzovoort.

Een zelfde wiskundig model kan in bijna identieke vorm in meerdere toepassingsgebieden voorkomen. Dit vakoverstijgende element geeft wiskunde een functionele en centrale plaats bij het oplossen van problemen. De domeinen DISCRETE DYNAMISCHE MODELLEN (DDM) bij

wiskunde A en CONTINUE DYNAMISCHE MODELLEN (CDM) bij wiskunde B zouden een prima uitvalsbasis kunnen zijn voor het ontwerpen van modellen. Het *Trajectenboek VWO Wiskunde A* geeft wel blijk van een visie, maar in het programma is DDM beperkt gehouden tot enig recursierekenen, opstellen en doorrekenen van differentievergelijkingen met de grafische rekenmachine, waarbij niet verder wordt gegaan dan eerste orde differentievergelijkingen. Bij wiskunde B gaat het over differentiaalvergelijkingen, die noodgedwongen op een elementair niveau blijven.

Nog steeds zijn de woorden van prof. H.A. Lauwerier uit 1989 actueel:

'In het traditioneel schoolonderwijs van de wiskunde ligt het accent nog teveel op het verwerven van technieken die voor een deel al verouderd zijn of vervangen door betere methoden. Door zoveel aandacht te besteden aan technische zaken komen toepassingen van de wiskunde in de verdrukking. Met de komst van de computer staan we aan het begin van een revolutie in wiskundig denken en doen, waarbij theorie en toepassingen van de wiskunde op meer evenwichtige wijze hun plaats krijgen en waar wiskundige experimenten met de computer tot een normale gewoonte gaan behoren.'

#### Wiskundige modellen van dynamische systemen

Pas door het gebruik van computers heeft 'modeling' een breed toepassingsgebied kunnen krijgen. Het ligt voor de hand dat bij het opstellen van en werken met een model ICT een prominente plaats inneemt.

Er zijn diverse programma's op de markt waarmee men modellen van dynamische systemen kan opstellen en dynamische systemen door simulatie kan onderzoeken.

In Nederland werd destijds bij het keuzeonderwerp Dynamische Simulaties gebruik gemaakt van het programma VU-Dynamo van Piet van Blokland. Dit programma is, zoals andere programma's uit die tijd, gebaseerd op het invoeren van vergelijkingen. Tegenwoordig zijn dergelijke programma's toegerust met een grafische interface. Ze zijn daardoor gebruiksvriendelijker geworden en daarmee wordt het onderwerp een stuk toegankelijker. De grafische interface heeft het grote voordeel dat het modelschema op het scherm is te zien, waardoor de kwalitatieve en kwantitatieve aspecten van het model nadrukkelijk gescheiden tot hun recht komen.

Het gebruik van spreadsheetprogramma's is mogelijk, maar het kost de nodige leertijd om met een spreadsheet om te leren gaan, waar op zich binnen het onderwijs wat voor te zeggen is. Met een spreadsheet vindt het echte modelleren in een vergelijkingsgeoriënteerde omgeving plaats, dus moeizaam en minder inzichtelijk.

Er zijn moderne programma's zoals Stella, Ithink, Vensim die veel opties bieden, maar dat maakt ze voor de onderwijssituatie er nog niet geschikter op.

In het Amerikaanse onderwijs wordt het belang van modeling onderkend en op verschillende niveaus wordt er het nodige aan gedaan. In Duitsland staat Simulatie van

Dynamische systemen in enkele bondsstaten op het wiskundeprogramma. Daar wordt gebruik gemaakt van een speciaal voor het onderwijs ontwikkeld programma Dynasys. Dit programma is grafisch georiënteerd en hanteert de structurelementen van alle moderne modelomgevingen. Het programma is in het Nederlands vertaald.

Het wiskunde A- en B-programma geeft slechts in algemene termen iets aan over het belang van modelleren. In de domeinen zelf is echter niets terug te vinden. Voor het centraal schriftelijk examen zal de toegevoegde waarde van een modelleeromgeving beperkt zijn. Gelet echter op het belang van modelleren en de integratie van vakgebieden, is een programma als Dynasys een ideale omgeving voor praktische opdrachten en profielwerkstukken. Alle vakken waarbij modellen aan de orde zijn, komen in aanmerking om samen met wiskunde profielwerkstukken op te zetten, zowel bij wiskunde A als bij wiskunde B. Te denken valt aan aardrijkskunde, biologie, economie, scheikunde en natuurkunde. In de literatuur is materiaal voor wiskunde A en B te vinden bij Koller, terwijl Goldkuhle met Dynasys veel voorbeelden uit de natuurkunde behandelt, zowel op het VWO B-niveau als daarboven.

#### Voorbeelden van elementaire dynamische modellen

Aan de hand van enkele voorbeelden worden de basisprincipes van een modelleer-omgeving duidelijk gemaakt. De illustraties bij de voorbeelden zijn ontleend aan de Nederlandse versie van Dynasys.

Een voorbeeld van een model voor lineaire groei:

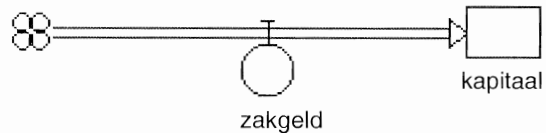


fig. 1 Model van lineaire groei

Een spaarder doet elke week zijn zakgeld in een spaarpot. De bron waar dit geld vandaan komt, is in dit kader niet interessant en wordt voorgesteld door een wolkje. Het *kapitaal* is een variabele die een toestand aangeeft. Het *zakgeld* geeft de verandering per tijdseenheid van het kapitaal, hier een constante toename.

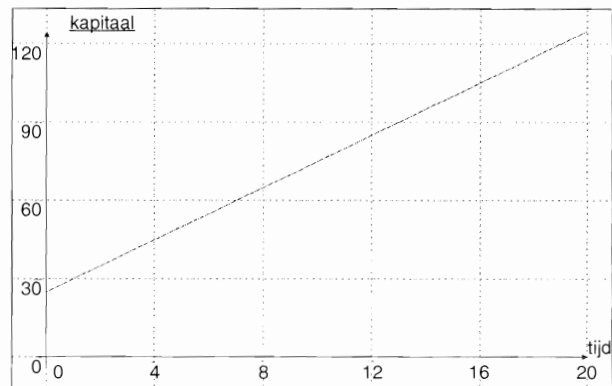


fig. 2 Grafische output bij lineaire groei

Een voorbeeld van exponentiële groei:

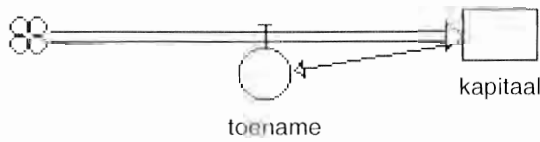


fig. 3 Model van exponentiële groei

Een bewuste spaarder zet een bedrag vast op de bank en krijgt te maken met rente en met rente op rente. Hier treedt een terugkoppeling op, waardoor het bedrag exponentieel groeit. De terugkoppeling is in het schema met een 'informatiepijl' aangegeven.

De toename van het kapitaal door rente is hier  $\text{kapitaal} \times 0,07$ , als de rente 7% per jaar zou bedragen. In het geval er bovendien jaarlijks een bedrag wordt gestort, kan de formule voor de toename simpel aangepast worden tot  $\text{kapitaal} \times 0,07 + 100$ .

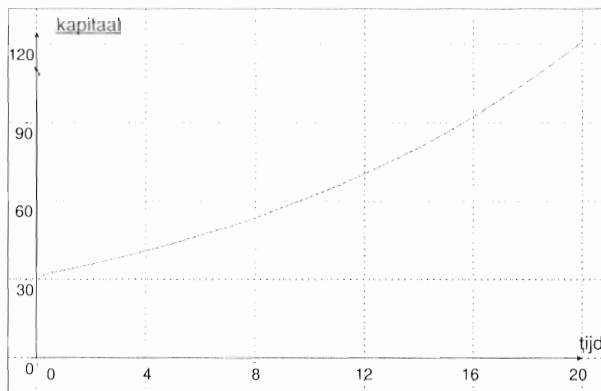


fig. 4 Output bij exponentiële groei

Rente en storting zijn parameters die in een model als dit essentiële rollen vervullen en daarom meestal apart in het schema worden geplaatst. De parameterwaarden kunnen zo ook snel gewijzigd worden. In de praktijk zal wellicht

ook geld opgenomen worden. Waar het opgenomen geld blijft, is voor het model niet interessant. Ook dat wordt aangegeven met een welkje: de (bodemloze] put. Het model gaat er dan zo uit zien:

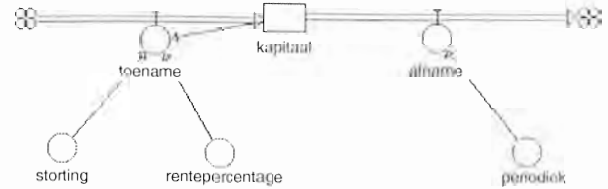


fig. 5 Uitgebreid spaarmodel

Een model wordt vaak ontworpen om zogenaamde 'what-if'-vragen te kunnen beantwoorden. Diverse opties zijn door verandering van de parameterwaarden snel te onderzoeken. Een voorbeeld hiervan is het gesloten systeem van de Biesbosch, dat in 1991 onderwerp van een examenopgave HAVO was (zie ook Drijvers, 1991). Dit model is afgebeeld in figuur 6.

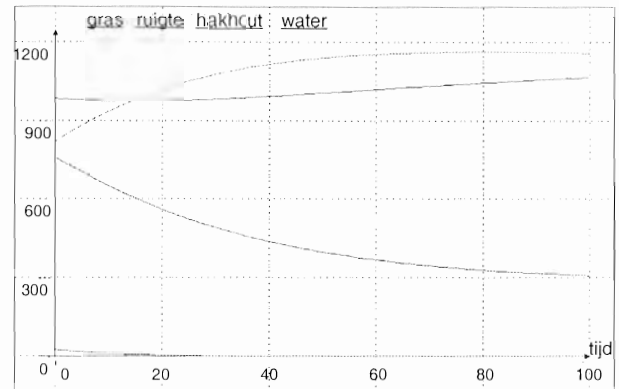


fig. 7 Ontwikkeling Biesbosch zonder beheersmaatregelen

Van de grootheden gras, ruigte, hakhout, water en oever zullen er enkele metertijd verdwijnen als het systeem aan z'n lot wordt overgelaten. Door het nemen van beheersmaatregelen, zoals maaien of het uitzetten van grazers, kan het proces gereguleerd worden.

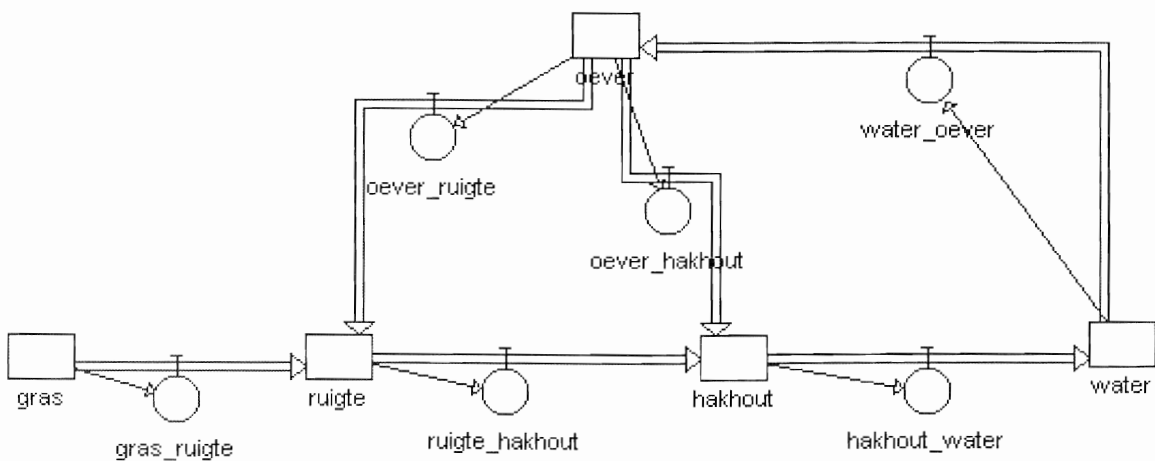


fig. 6 Model van het ecosysteem van de Biesbosch

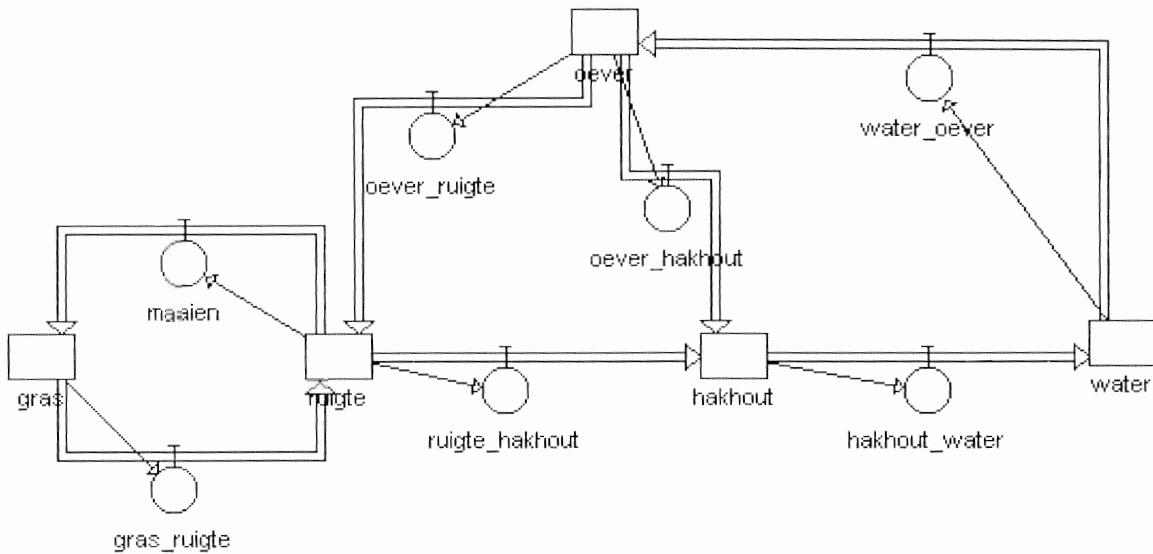


fig. 8 Model van de Biesbosch, met beheersmaatregelen

De uitbreiding van het basismodel gaat heel eenvoudig door in de model-editor een symbool bij te plaatsen en te definiëren. In het voorbeeld (zie figuur 8) is dat het symbool voor 'maaien'. Figuur 9 toont de output van het aangepaste model.

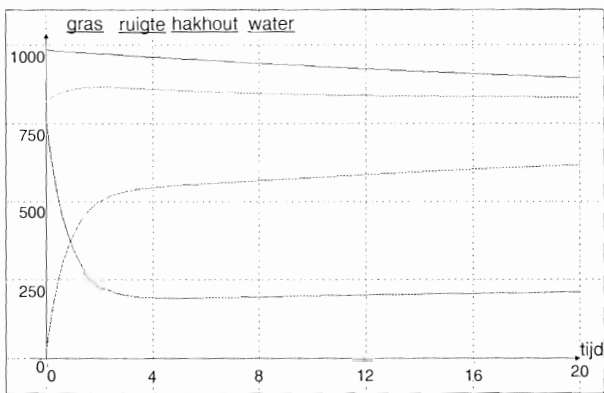


fig. 9 Ontwikkeling Biesbosch, met beheersmaatregelen

### Elementen van een dynamisch model

Bij een dynamisch systeem veranderen de omstandigheden in de tijd. De tijd kan zowel discreet (in stapjes) of continu (bij benadering) gemodelleerd worden. Wiskundig gezien, gaat het over recurrente betrekkingen in de tijd. Je bouwt met behulp van grafische symbolen het model op het scherm. Daarmee ligt een aantal differentievergelijkingen vast, die het programma automatisch bij het modelschema maakt.

In een model van een dynamisch systeem veranderen één of meerdere grootheden (toestanden) in de tijd. De toe- en afnames worden gestuurd door parameters, functies of tabelgegevens (bijvoorbeeld meetgegevens). Een ander belangrijk kenmerk, het terugkoppelingsprincipe, de recurrente betrekking, is van wezenlijk belang. Merk op dat een eenvoudig schema als hierboven voor allerlei groei-processen (lineair, exponentieel, geremd,...) geldt, het

hangt er slechts vanaf hoe de veranderingen toename en afname worden gedefinieerd.

Een modelleringsprogramma beschikt naast de mogelijkheid om tijdgrafieken en tabellen te maken, over een optie om verbanden tussen grootheden te bestuderen aan de hand van fase-diagrammen. De figuren 10 en 11 tonen respectievelijk tijdgrafiek en fase-diagram bij een prooi-roofdier model.

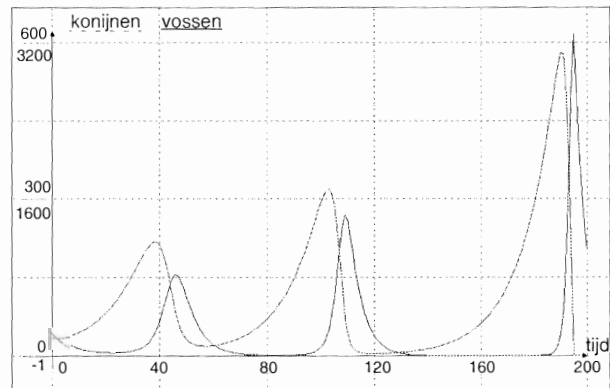


fig. 10 Tijdgrafiek

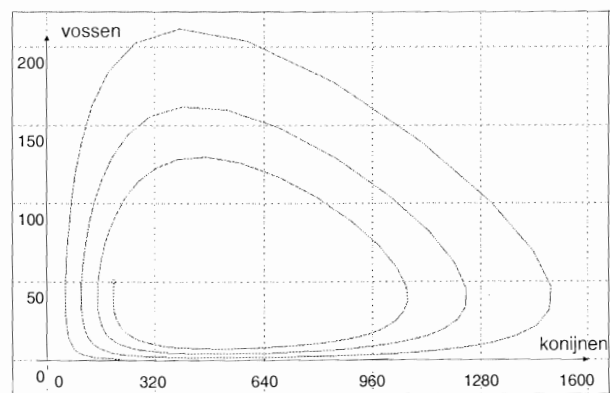


fig. 11 Fase-diagram

## Deel II: Profielwerkstukken

Bij ons op school is het gebruikelijk dat de leerlingen in VWO 5 voor wiskunde A zelfstandig een werkstuk maken waarbij de computer een prominente plaats inneemt. Als er meer vakken zulke doelstellingen hebben en docenten op één lijn zitten, ligt het voor de hand te zoeken naar een gemeenschappelijke opdracht. Vorig jaar resulteerde dat in een wijkonderzoek voor het vak aardrijkskunde, waarvoor statistische verwerking de wiskundige bijdrage vormde. Dit jaar was het thema bevolkingsprognose, waarbij wiskunde voor een modelomgeving zorg droeg.

### De opdracht

De opdracht van het profielwerkstuk is geformuleerd door de collega van het vak aardrijkskunde. Eerder hadden de leerlingen door middel van een zelfstandig door te werken practicum van twee à drie lesuren kennisgemaakt met de modelomgeving van Dynasy's.

Bedacht moet worden dat bij een profielwerkstuk het wiskundige aspect één van de aspecten is. Wiskunde draagt een onmisbaar element aan, maar is niet allesbepalend. Wiskunde is niet het enige vak, zoals dat bij een praktische opdracht het geval zal zijn.

De (verkorte) opdracht:

Stel je voor:

- Je werkt bij een adviesbureau.
- Dit adviesbureau wordt door de gemeente in de arm genomen.
- Doel: men wil kijken met welke bevolkingsontwikkeling men rekening dient te houden.

Er moet binnenkort een aantal beslissingen genomen worden waarvoor het nodig is te weten hoeveel inwoners de gemeente in de toekomst zal tellen. Bijvoorbeeld de discussie of er wel of niet een nieuwbouwwijk moet komen.

Wat wil men allemaal weten bij de gemeente? Allereerst het aantal inwoners in het jaar 2025:

- a. Bij gelijkblijvende ontwikkeling
- b. Bij de bouw van een nieuwbouwwijk
- c. Bij sluiting van een belangrijke werkgever (fabriek)
- d. Bij het uitblijven of verdwijnen van 'voldoende' voorzieningen specifiek gericht op jongere inwoners (15-25 jaar).

### De uitwerking

De leerlingen, ingedeeld in groepjes van vier, hadden na het voorbereidend practicum ongeveer vier weken de tijd om, naast het gewone werk, aan de opdracht te werken. Ze konden op vier dagen in de week gebruik maken van twee zelfstudie-uren van vijftig minuten, waarin het computerlokaal beschikbaar was en een wiskundedocent voor specifieke begeleiding aanwezig was. Ook binnen de reguliere wiskundeles was er ruimte om met het werkstuk bezig te zijn.

Om een prognose te kunnen opstellen, moest een model

worden ontworpen. De kwantitatieve kanten van het model dienden te berusten op bevolkingsgegevens van de betrokken gemeenten. De meeste groepen gingen uit van slechts één toestandsvariabele: *bevolking*, overigens wel met diverse in- en uitgangen.

Voorbeeld van leerlingenwerk bij dit model:

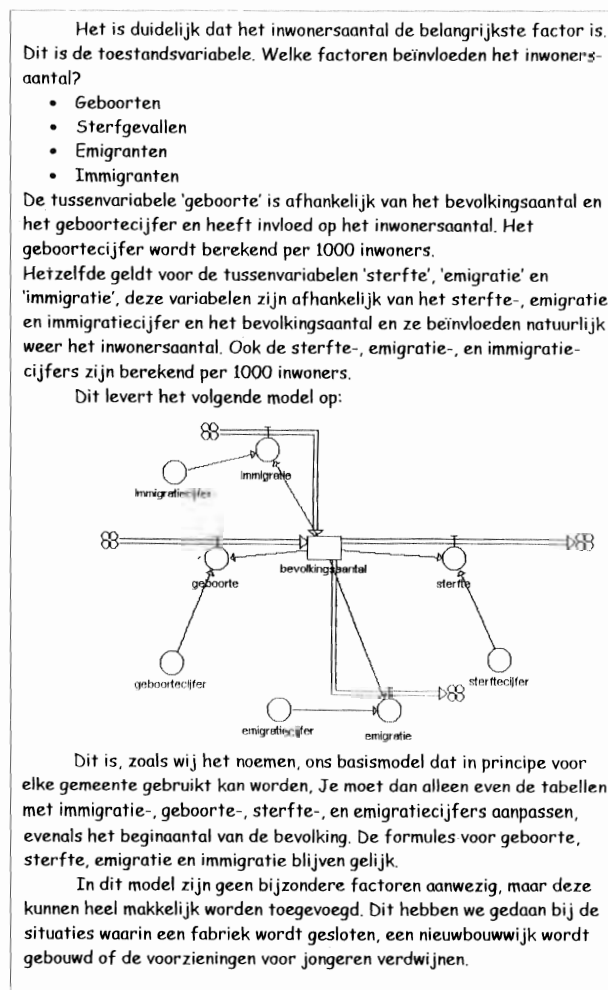


fig. 12 Leerlingenwerk: basismodel met één toestandsvariabele

Daarnaast kwam een model voor dat gebaseerd was op een klassenindeling, meer werk, maar ook een verfijnder model.

Het bijbehorende model in Dynasy's:

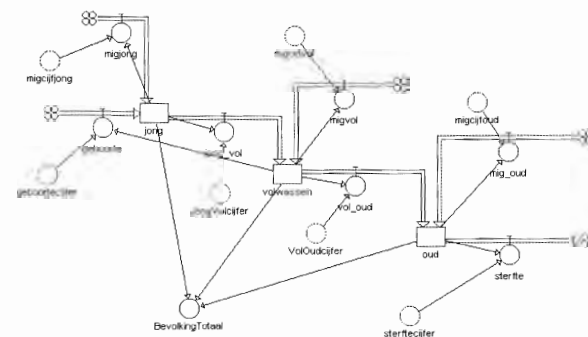


fig. 13 Model met klassenindeling

Werk van leerlingen:

### Het model nader bekeken

Het grootste gedeelte van het model blijft iedere keer hetzelfde. De cijfers die voor ieder model gelden, zijn:

Startaantal van de jongeren = 4620  
 Startaantal van de volwassenen = 5549  
 Startaantal van de ouderen = 9706  
 Geboortecijfer (berekend over volwassenen) = 0,04  
 Sterftcijfer (berekend over ouderen) = 0,026  
 JongVolcijfer = 0,05  
 VolOudcijfer = 0,054

De veranderingen in het model bij de opdrachten zitten bij de migratiecijfers. Bij gelijkblijvende ontwikkeling horen deze migratiecijfers:

MigCijfJong = 0,0012  
 MigCijfVol = 0,0014  
 MigCijfOud = 0,0024

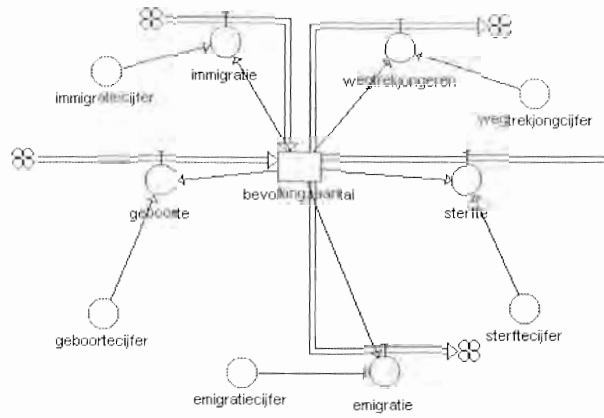


fig. 16 Basismodel met aanpassingen

fig. 14 Leerlingenwerk

Wiskundig gezien zijn de modellen vrij eenvoudig. De kracht van een model zit in goede waarden van de parameters. Het zoeken van goede parameters uit de bevolkingsgegevens van de afgelopen vijftig jaar en het valideren van het model vergde de nodige zorg en rekenwerk. De toetsing van het model aan de bekende realiteit gebeurde veelal tabelmatig, slechts een enkele keer met behulp van een grafiek door de bevolkingsgegevens in het model op te nemen.

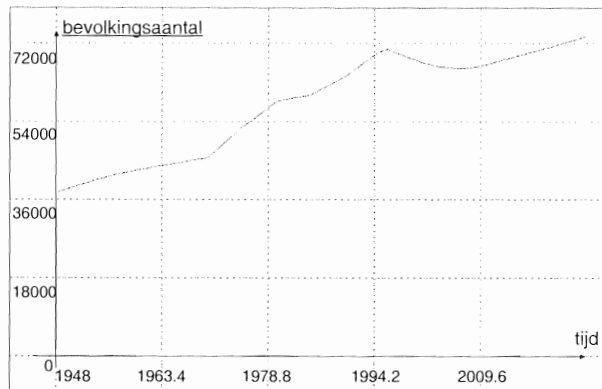


fig. 17 Leerlingenwerk

Erst was het het plan om het gemiddelde aantal geboorten te delen door het gemiddelde aantal inwoners over de jaren '54 tot '97. Dit bleek niet juist, dus hebben we het gemiddelde geboorten-, sterfte-, immigratie- en emigratiecijfer over alle jaren genomen. (misschien uitleg nodig) Met deze gegevens, die ongeveer de juiste lijn volgen van de ons bekende gegevens, konden we een voorspelling doen. (zie grafiek van de populatie). Aan de hand van die voorspelling konden wij verder met het aardrijkskundige gedeelte van dit onderzoek.

Het weggaan van de jongeren heeft een grote invloed op bevolkingsgroei en op de samenstelling van de bevolking. We zijn er van uit gegaan dat de voorzieningen in 1996 onvoldoende zijn, dit omdat 1996 het laatste jaar is waarvan wij beschikken over cijfers met betrekking tot de leeftijdsopbouw van de bevolking. Na 1996 zal de bevolking dus iets afnemen. Dit houdt enkele jaren aan, maar dan zal de bevolking toch weer een beetje groeien, omdat er meer ouderen zullen komen en er komen huizen vrij te staan, waar ook nieuwe inwoners op af komen. Als de gemeente merkt dat de jongeren weggaan, kunnen ze er natuurlijk ook iets aan doen

fig. 15 Leerlingenwerk

fig. 18 Leerlingenwerk

Met behulp van een gevalideerd model kon een prognose gemaakt worden. Opvallend was dat slechts een enkele groep een maximum en minimum prognose maakte, simpelweg door de waarden van de parameters aan te passen. Om de effecten van de sluiting van een fabriek, het wegtrekken van jongeren en dergelijke te bestuderen, moest het basismodel aangepast worden. Dat leverde geen problemen op, zoals in de figuren 16 t/m 18 is te zien.

Met de wiskundig verkregen uitkomsten moesten vervolgens de aardrijkskundige opdrachten uitgevoerd worden. Vaak werden de resultaten en prognoses gedetailleerd en absoluut gehanteerd en nauwelijks gerelativeerd. De voor de wiskundige kant geïnvesteerde tijd komt niet zo tot z'n recht in de verslaglegging van de leerlingen, maar is er wel degelijk. Wiskunde heeft niet zoveel woorden nodig.

### Beoordeling

Voor de docent zit de tijd vooral in de voorbereiding en de beoordeling. Tussentijds wordt het proces van de leerlingen gevolgd, hetgeen zowel spannend als stimulerend

is. Je ziet wat goed gaat en je ervaart wat een volgende keer beter kan.

Aan het werkstuk was naast het schriftelijk verslag een presentatie verbonden. Ook de presentaties waren gericht op details en veel minder op de grote lijnen.

De groepjes onderling hadden kennelijk een ingebouwde ertocode, want er bleek geen sprake van overnemen van elkaars aanpak of opzet. Wel bestond de indruk dat binnen een groep de taakbelasting niet altijd gelijkmatig verdeeld was.

Overigens is het houden van een presentatie ook een vak waar voor de leerlingen en docenten nog wel het een en ander te leren valt. De presentaties liepen uiteen van het droog voorlezen van feitjes, een snel team van een adviesbureau met sheets tot een gelikte presentatie met behulp van computer en kleurige projecties.

Het project werd zowel voor wiskunde als voor aardrijkskunde beoordeeld met een cijfer. Dit cijfer telde mee als een proefwerk. Cijfers geven is een lastige zaak, leerlingen hechten meer waarde aan een 7,1 dan aan de kwalificatie 'goed'. Ieder lid van een groep kreeg hetzelfde cijfer, ongeacht de kwaliteit en de aard van de bijdrage. De leerlingen wisten dat van tevoren. Slechts een enkele leerling maakte creatief gebruik van deze regeling. Het nakijken is een tijdrovende en soms moeilijk te objectiveren zaak. Een tevoren opgestelde checklist diende bij het nakijken en nabespreken als een referentie- en verantwoordingskader voor de leerlingen.

### *Samenwerking met aardrijkskunde*

Al sinds jaar en dag is een van de eindexamenonderwerpen voor het vak aardrijkskunde de bevolkingsgeografie van Nederland. 'Het gaat bij dit onderwerp niet om de demografie als zelfstandig studierrein, maar om de rol die demografische ontwikkelingen spelen in de door de geografie bestudeerde ruimtelijke samenhang', aldus de examenstructuur.

Goed beschouwd is dit een boeiend en dynamisch onderwerp, waarbij leerlingen worden uitgedaagd de betekenis achter diverse cijfermatige bestanden te ontdekken. Maar hoe krijgt een docent de leerlingen verder dan het angstig aanschouwen van een naar hun idee faalangst-opwekkende hoeveelheid schijnbaar willekeurig gerangschikte cijfers?

Een samenwerking met het vak wiskunde biedt dan mooie mogelijkheden. Leerlingen doen in opdracht van het vak wiskunde dingen met die cijfers, waarvan men bij aardrijkskunde slechts kan dromen. Gaan we er even vanuit dat alle leerlingen het dan ook begrijpen, dan is de weg naar de 'ruimtelijke neerslag' een stuk korter. Leerlingen 'ervaren' wat er met hun 'case' gebeurt. Ze bestuderen een concreet stukje ruimte en leggen een verband tussen het daarop betrekking hebbende cijfermateriaal en dat wat ze in werkelijkheid kunnen zien.

Het klinkt allemaal zo mooi, en dat is het ook! Natuurlijk zijn er een paar kanttekeningen te maken, dat spreekt voor zich. Zo werkt niet iedere gemeente even makkelijk

mee in het verstrekken van het benodigde cijfermateriaal. Er zijn zelfs ambtenaren die beweren dat er slechts cijfers over inwonertallen, aantallen geboorten en aantallen sterfgevallen in zijn gemeente voorhanden zijn sinds 1990! Wil het Tweede Fase-onderwijs een succes (kunnen!) worden, dan zal de overheid zich dus ook eens stevig achter de eigen oren moeten krabben, want een vak als aardrijkskunde loopt straks de overheidsdeur volkomen plat.

Opvallend was wel dat in de presentaties de nadruk toch voor een groot deel op de aardrijkskundige kant van het verhaal kwam te liggen. Leerlingen hadden de cijfers (modellen in dit geval) wel als bron voor hun verhaal/interpretatie gebruikt, maar maakten daar in hun betoog (te) weinig gebruik van. Leerlingen blijven kennelijk toch (nog) moeite houden om 'vakoverstijgend' te denken. Iets dat we hen nauwelijks kwalijk mogen nemen, denk ik.

Toch wil ik (nogmaals) benadrukken dat de positieve waardering voor dit samenwerkingsproject overheerst. Op het niveau van profielwerkstukken gedacht is, mijns inziens, een b(l)oeiende toekomst voor mathematisch-geografische projecten weggelegd.

### *Tot slot*

De leerlingen hebben intensief en met plezier gewerkt aan deze opdracht, waarbij wel degelijk meewerkte dat er een cijfer te verdienen viel. De afsluitende twee uur durende presentaties waren een happening, die voor zowel leerling als docent zeer leerzaam waren.

*Met dank aan Jos Kool en Jan Leeuwerink.*

*Carel van de Giessen, Isala College, Silvolde*

## **Literatuur**

- Boersma, J. e.a. (1995). *Simulatie*. Schoonhoven: Academic Service.
- Drijvers, P. (1991). 'Het ecosysteem van de Biesbosch', *Nieuwe Wiskrant* 11(2), pp. 12-16.
- Examenprogramma wiskunde A1 en wiskunde A1, 2 vwo*.
- Goldkuhle, Peter (1997). *Lernen mit neuen Medien im Unterricht*. Landesinstitut für Schule und Weiterbildung.
- Kok, D. (1996). *Wiskunde, voorlichtingsbrochure havo/vwo*. Enchede: SLO.
- Koller, Dieter e.a. (1995). *Simulation dynamischer Vorgänge*. Stuttgart: Ernst Klett.
- Lauwerier, H.A. (1989). *Modellen met de Microcomputer, experimentele wiskunde*. , Utrecht: Epsilon Uitgaven.
- Roberts, Nancy (1983). *Introduction to Computer Simulation*. Addison-Wesley.
- Roberts, Nancy e.a. *Computer Modeling and Simulation in Pre-College Science Education* (verwacht in 1998).
- Soest, J.P. van e.a. (1988). *De werkelijkheid van het model*. Utrecht: Aramith Uitgevers.

Trajectenboek vwo Wiskunde A (1997). Utrecht: Freudenthal Instituut.

*Dynasys is geschreven door Walter Hupfeld en wordt uitgebracht door Wolters-Noordhoff te Groningen.*

*Naast het programma zal in de ICT-reeks een boekje ver-*

*schijnen met aandacht voor het simuleren van dynamische systemen met Dynasys. Het boekje bevat ideeën voor praktische opdrachten en profielwerkstukken, voor zowel de E- als N-profielen.*

*Een demoversie van het programma Dynasys is (binnenkort) te downloaden van de site [www.wolters.nl/spotlight](http://www.wolters.nl/spotlight)*

## Nieuwe serie Teleac/NOT: Wat en waar is wiskunde III?

Een nieuwe serie bestemd voor de derde klas HAVO/VWO en het derde en vierde leerjaar VBO/MAVO. Naast een introductie op begrippen komen ook de wiskundige onderwerpen in samenhang met elkaar aan de orde.

De vier programma's worden uitgezonden op de woensdagen 3, 10, 17 en 24 maart 1999, om 9.30 uur.

*Attentie! De programma's worden achterelkaar uitgezonden op donderdag 25 maart om 10.30 uur. Duur: 80 minuten.*

### Programma 1

#### Thema 1: Groei

Hoe meet je de groei van gras: sprietlengte, dikte grasmat? Bij de bestrijding van kakkerlakken is het exponentiële groeimodel te gebruiken.

#### Thema 2: Periodieke veranderingen

Het dag-en-nacht ritme bepaalt ons leven van slapen en werken. Door het getij is de waterhoogte aan de kust een periodieke verandering van eb naar vloed. Ongekende krachten ontstaan door periodieke bewegingen bij elkaar op te tellen.

### Programma 2

#### Thema 3: Kijken en tekenen

In de zestiende eeuw werd de wiskunde ontdekt om schilderijen te maken die echt lijken. Lichtbundels en zonnestralen tekenen schaduwen van de artiest op het toneel en van de parasol in het zand.

#### Thema 4: Tekening lezen

Bij de zware tocht naar de top van de Mount Everest gebruiken bergbeklimmers kaarten met hoogtelijnen. In de oceaan is de warme golf water 'el ninjo' met dezelfde hoogtelijnen te vinden.

### Programma 3

#### Thema 5: Graven en diagrammen

Uit de bevolkingspiramiden van de afgelopen vijftig jaar is de vergrijzing af te lezen. In de vorige eeuw deelde een Engelsman de inwoners van Londen al in welstandsklassen in. En bloedverwantschap is te zien in een boomdiagram.

#### Thema 6: Formules en grafieken

Pas in de achttiende eeuw werd voor het eerst een woord-



formule gebruikt. Vul temperatuur, luchtvochtigheid en windcirculatie in een formule in en je weet of er een tornado op komst is.

### Programma 4

#### Thema 7: Hellingen

De nieuwe brug over de Lek is zo aangelegd dat schepen eronderdoor varen en automobilisten een goed zicht hebben. De zweefvlieger gebruikt het glijgetal om uit te rekenen of hij de landingsbaan haalt.

#### Thema 8: Rekenen in de ruimte

Verpakkingen in de supermarkt zijn gebaseerd op eenvoudige ruimtelijke figuren als cilinder en balk. Reken uit hoeveel zand er nog op voorraad is door de hoogte van de berg te schatten.

### Begeleidend materiaal

#### Handleiding met kopieerbare leerlingenwerkbladen

De handleiding bevat per thema twee werkbladen met opdrachten bij de programma's (zowel VBO/MAVO en HAVO/VWO niveau). Het programma bekijken, discussie in de groep en het maken van de opdrachten neemt ongeveer een lesuur in beslag.

De prijs bedraagt f 22,50 per stuk.

Te bestellen bij Teleac/NOT afdeling klantenservice tel. 0900-1344 (44 ct./min) of 035-629 31 40.

Fax 035-629 31 99.

Met ingang van 1 januari 1999 is ons adres op Internet: [www.teleacnot.nl](http://www.teleacnot.nl)