

Moet het profiel Natuur & Gezondheid een eigen gezicht krijgen of is het in de eerste plaats een slap aftreksel van het harde N&T profiel? In dit artikel laat **Jan van Maanen** zien dat er interessante wiskunde mogelijk is, met de G van Gezondheid voorop.

N&G en hun wiskunde

De titel nader verklaard

Wie thuis is in het huis der afkortingen begrijpt dat N&G staat voor *Natuur & Gezondheid*, een van de vier profielen in de tweede fase van het VWO. Op sommige scholen kiezen de VWO-leerlingen in 1998 in de vierde klas reeds een profiel, waarmee ze het merendeel van hun examenprogramma vastleggen. In 1999 krijgen alle 4-VWO'ers de keuze voorgelegd. Hoewel dit stuk geschreven is met het VWO-programma voor ogen, zal veel ook opgaan voor het HAVO.

Er is nog niet zoveel geschreven over de naamgevers van het profiel N&G. Natuurlijk, er is een examenprogramma en een uitgebreide toelichting in de vorm van een *Trajectenboek*, maar die zijn erg gericht op auteurs en examenmakers, en veel zeggen ze niet over de vraag wat N&G nu te maken heeft met natuur en gezondheid. Verder lijkt enige waakzaamheid geboden, want wiskundigen hebben soms de neiging om de natuur geweld aan te doen. Daarmee bedoel ik in dit verband dat de natuur mee mag doen in een wiskundeboek als het in ons wiskundige straatje past. We verwaarlozen en lineariseren, en zie, dan past onze beschrijving van de natuur binnen het programma.

In dit artikel keer ik het perspectief om. Ik begin bij *natuur en gezondheid* en vraag me af welke wiskunde daarbij past, vandaar de volgorde van de woorden in de titel, vandaar het woordje *hun*. Daarbij streef ik niet naar volledigheid, maar ik beperk me tot een aantal onderwerpen waarmee ik zelf ervaring heb. Systematici verwijs ik graag naar de literatuurlijst.

Langdurig opgenomen

Heb je wat aan wiskunde als het om je eigen gezondheid gaat? In mijn geval is het antwoord 'ja', en ik heb daar in sommige van mijn klassen wel over verteld, zeker als de vraag opkwam waar wiskunde goed voor was.

In het najaar van 1970 zat ik in de vijfde van het gymnasium. Mijn diabetes was ernstig ontregeld, hetgeen inhield dat ik ondanks de insuline-injecties, twee per dag, veel te hoge bloedsuikers had en hield. In het ziekenhuis

koos dokter X, internist in opleiding onder supervisie van de oude rot dokter V de gebruikelijke therapie: 'verhoog de dosis medicijnen en kijk wat er gebeurt'. Dat ging een kwart eeuw geleden primitief in zijn werk. Het glucosegehalte van het bloed (de 'bloedsuiker') werd maar zeer incidenteel bepaald. Het verloop van het proces bewaakte X aan de hand van de hoeveelheid suiker in de urine. Veel suiker in de urine betekende dat er ook veel suiker in het bloed zat. Veel suiker in de urine betekende een toename van de soortelijke massa, en dat was een eenvoudige bepaling, waarvoor geen laboratorium nodig was. In een beker glas met urine ging een langwerpige dobber, waarop een schaalverdeling stond, in de rubriek 'Alledaagse Wetenschap' in de *NRC* van 27 juni en 4 juli nog beschreven als een ouderwets doktersattribuut waarmee mooie proefjes te doen zijn. De zuster las de soortelijke massa af op het punt waar de dobber boven 'water' kwam.

Na enige dagen besloot ik deze getallen zelf ook op te schrijven. Het ging op dat moment wat beter met me, de glucosewaarden waren wat gedaald. In de loop van de tweede opnameweek kwam dokter X meedelen dat de verhoogde dosis insuline toch niet het gewenste effect had. Er zat opnieuw te veel suiker in mijn urine en de dosis moest opnieuw omhoog. Anderhalve week later herhaalde dit zich nog een keer en ik spoot intussen een lieve hoeveelheid insuline. Toen schoot door me heen wat ik nodig had: een grafiek van de serie meetgegevens uitgezet tegen de tijd.

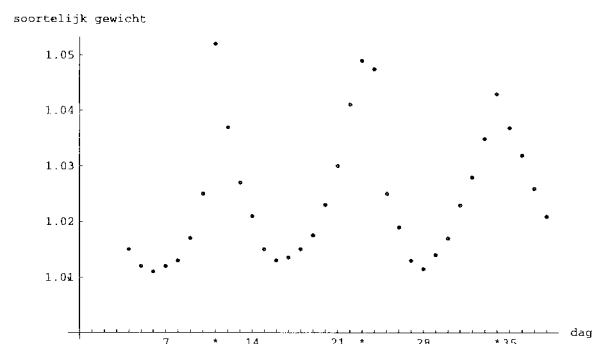


fig. 1 Glucosegehalte uitgezet tegen de tijd

De grafiek (figuur 1) sprak boekdelen. Omdat ik van de eerste dagen geen gegevens had, is het begin niet wat je zou verwachten, maar het was eenvoudig te reconstrueren. Bij * op de tijdas was X komen vertellen dat ik meer insuline moest spuiten. Toen hij dat enkele dagen later weer kwam vertellen, heb ik hem de grafiek laten zien. Hij schrok ervan en zei dat hij er met dokter V over moest spreken. De volgende dag kwam hij meedelen dat V en hij dachten dat ik niet goed meer op deze insuline reageerde. Ik moest niet méér van dezelfde insuline gebruiken, maar overstappen op andere insuline. Met die nieuwe insuline was het probleem snel voorbij. Een paar dagen later kon ik naar huis, na een opname van ruim vijf weken.

De moraal is duidelijk. X heeft vast zeer nauwkeurig elke dag de soortelijke massa van de urine bekeken en misschien ook nog wel vergeleken met die van de dag ervoor. Als de getallen boven een kritische grens kwamen, greep hij in, maar de periodiciteit van het proces herkende hij niet.

Ik ben hier destijds beter van geworden. Wat worden uw leerlingen beter van dit verhaal? Antwoord volgt.

De werkelijkheid is anders

Tijdens mijn leraarschap (1977-1992) heb ik verschillende keren geprobeerd om de natuur in mijn lessen binnen te brengen. Op één voltrefter na mislukte dat eigenlijk altijd. Ik zal enkele gevallen de revue laten passeren.

Het begon steeds op dezelfde manier. Een paar weken voordat ik met een klas aan een nieuw onderwerp moest beginnen, kwam ik op het idee dat *dit* onderwerp zich goed leende om te laten zien dat een bepaald natuurkundig verschijnsel een mooie wiskundige beschrijving had. Het hoofdstuk in het boek had bijvoorbeeld een mooi plaatje van een scoop waarop de trilling van een stemvork een mooie sinusoïde had opgeleverd. Met dat idee stapte ik dan naar Arent, mijn natuurkundecollega. Ik kon met mijn cello voor een mooie toon zorgen (natuurlijk eigenwijs niet de stemvork genomen) en Arent had scopen. Meestal konden we zelfs een uur vinden waarop wij vrij waren en ook het natuurkundekabinet ter beschikking was en dan sloegen we aan het experimenteren.

Eerst nadenken natuurlijk, want dat doen de cello en de scoop niet zelf voor je. Uiteindelijk hadden we een plaatje op het scherm, keurig periodiek, maar in de verste verte geen sinusoïde. Niet geschikt dus om het hoofdstuk *goniometrische functies* mee te beginnen. En inderdaad zegt de iets subtielere theorie (bijvoorbeeld in *The Physics of Music*) dat er boventonen zijn, dat er in de ruimte waarin je meet resonanties optreden, dat de klankkast van een strijkinstrument de toon beïnvloedt, maar dat wilde ik mijn leerlingen maar niet aandoen. Ik wilde een sinus, niet meer en niet minder.

Niet getreurd, want er waren nog zoveel andere mooie onderwerpen. Exponentieel verlopende processen, bij-

voorbeeld. Zelf had ik aan het einde van mijn eerste studiejaar aan de Utrechtse universiteit een mooi proefje gedaan over radioactief verval, met thorium. Geen loden schort om, niet achter dik glas, gewoon meten, want 'het is niet gevaarlijk'. Mooie resultaten leverde het thoriumproefje, maar op school was radioactiviteit natuurlijk uit den boze. Verder lezen en speuren leverde als onderwerp *afkoeling* op. Een sommetje uit het boek ging zelfs over de wet van Newton, die zegt dat de temperatuur $T(t)$ van een lichaam dat afkoelt in een medium met constante temperatuur T_M zich gedraagt volgens

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_M) \quad (k > 0)$$

Dit betekent dat

$$T(t) - T_M = c \cdot e^{-kt}$$

en dit exponentiële verloop dachten wij te gaan waarnemen. Nu, vergeet het maar. Leuk gespeeld met warm water, chrono- en thermometers, maar Arent en ik kregen op enkel-logaritmisch papier geen rechte lijn, bij geen van de series metingen. Batschelet formuleert het in zijn boek *Introduction to Mathematics for Life Scientists* heel keurig: 'Under favorable conditions the rate of cooling is proportional to' $T - T_M$. De omstandigheden waren ons dus niet goed gezind.

Over een derde proef samen met Arent kan ik nu wel kort zijn, want ook die ging de mist in, dit keer door overmaat aan kwaliteit. De inspiratie lag in de geschiedenis, namelijk in de wetenschap dat de normale verdeling in de negentiende eeuw veel aandacht trok juist als verdeling van meetfouten. De gedachte dat meetfouten normaal verdeeld kunnen zijn, trok ons aan. Arent had een mooi mechanica-proefje klaarstaan, een luchtkussenbaan waarmee de valtijd van een vrij vallend deeltje digitaal afgelezen kon worden. Waarom ging dat dan fout? Welnu, de metingen waren dit keer zo nauwkeurig dat de spreiding ongeveer 0 was. Een meting die van het gemiddelde afweek, was een zeldzaamheid, we maten rechtstreeks het gemiddelde. Elke andere proef had vermoedelijk wel het gewenste, netjes normaal verdeelde patroon van waarnemingen opgeleverd, maar wij begonnen er niet meer aan.

Geregelde zonnebloemen

Dan nu, om niet te zeer in mineur te raken, de voltrefter, waarvoor we de natuurkunde verlaten om het terrein van de biologie te betreden. Wat ik vele jaren met klassen deed en wat geen enkele keer mislukte, was het tellen van het aantal spiralen van zonnebloemen. Meestal waren er na de zomer leerlingen die wel een uitgebloeide zonnebloem wilden meenemen naar school. Dat er twee soorten spiralen waren, smallere de ene kant op en bredere de andere kant op, was voor veel leerlingen al een ontdekking. Het duurde even voordat we bedacht hadden hoe we

ze zouden tellen, maar daar was uit te komen. Spiralen kleuren was altijd aardig, kaasvlaggetjes prikken deed het ook goed. Om de tien een spiraal eruit te halen had het voordeel dat je wat te knabbelen had, maar het was wel een heel gepriegel, om over de rommel na afloop maar te zwijgen. Maar de uitkomst was nooit rommelig. Steeds waren het aantal brede spiralen en het aantal smalle spiralen twee opeenvolgende getallen uit de rij van Fibonacci. Meestal waren het 34 en 55, maar ook 55 en 89 kwam voor. Grotere zonnebloemen hebben misschien ook nog het tweetal 89 en 144, maar ik herinner me niet dat ik die wel eens in handen heb gehad.

Weinig lessen waren overtuigender dan de les waarin bleek dat de zonnebloemgetallen deel uitmaakten van de rij

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 ...

en dat die rij al in 1202 door een Italiaanse koopmanszoon was geïntroduceerd. Het natuur-element (werken met echte zonnebloemen) versterkte de overtuigingskracht. Dat het ook waar is voor de zonnebloem die je zelf hebt geplukt, maakt echt verschil. Het boek kan wel zoveel zeggen, en dat gevoel is terecht, want het boek zegt vaak zoveel wat alleen 'under favourable conditions' opgaat.

Wie nu even geen zonnebloem bij de hand heeft, kan het beste het nieuwe boek van Ian Stewart ter hand nemen. Daarin wordt ook een verklaring voor het optreden van de Fibonacci-getallen gegeven, aan de hand van een model van het groeiproces opgesteld door Douady en Couder (1993).

Tussenbalans

Laten we voor enige momenten terugkeren naar de realiteit en nadenken over de klassen van morgen en overmorgen. De bespiegeling tot op dit punt is mooi – hoop ik – en uit het hart gegrepen, maar welke consequenties hebben docenten, auteurs, en examenmakers eruit te trekken?

Mijn tussentijdse conclusies zijn ongetwijfeld persoonlijk gekleurd. Sluitende logische argumenten heb ik tot op dit punt nog niet aangedragen, maar de psychologische kant van de zaak ligt er niet om.

Welnu, ik stel voor

- om in N&G natuur en gezondheid er niet met de haren bij te slepen en liever 'kale' wiskunde te doen dan wiskunde in een context die *fake* (gemaakt) is
- om op een of ander moment expliciet het verschil te bespreken tussen de werkelijkheid en een modelmatige beschrijving ervan, die alleen 'under favorable conditions' of alleen in grove benadering opgaat
- om met enige regelmaat echte onderwerpen uit de hoek van natuur en gezondheid in de wiskunde-uren te integreren, om daar deskundigheid van collega's van andere vakken bij in te roepen of – vaak nog beter –

praktijkmensen erbij te betrekken

- om veel gebruik te maken van eigen ervaringen, van de docent en van de 'zonnebloemen' van leerlingen.

Sommige verrassingen zul je dan op de koop toe moeten nemen. Er zullen zaken opduiken die onderzoek en uitleg vragen die niet tot het examenprogramma behoren. Anderzijds zal de benodigde wiskunde soms heel platvloers zijn (van het type 'maak een grafiekje en herken de periodiciteit van een verschijnsel') en lijkt het tijdverspilling om daar aandacht aan te besteden. Maar ik verwacht dat de herkenning die het bij leerlingen oplevert altijd de moeite loont.

'Echte' onderwerpen uit de hoek van natuur en gezondheid passen op allerlei plaatsen in de verplichte stof (de 'domeinen') van N&G: functies en grafieken, discrete analyse, combinatoriek en kansrekening, meetkunde, differentiaal- en integraalrekening, goniometrische functies, continue dynamische modellen, normale verdeling en toetsen. Het profiel heeft nog 40 studielasturen (slu) 'extra ruimte', die vrij besteed kan worden aan één of meer domeinen. Verdere mogelijkheden liggen in het keuzeonderwerp ('zebra') van 40 slu en in het profielwerkstuk.

Ik zal dit stuk besluiten met het schetsen van een onderwerp dat rechtstreeks uit de hoek van de medische wetenschap komt en dat me zeer geschikt lijkt voor het keuzeonderwerp of voor een profielwerkstuk: het electrocardiogram.

Het cardiogram, herinneringen

De eerste grafiek waarmee ik, net de luiers ontgroeid, vertrouwd raakte, was het electrocardiogram (ECG). Het maken van een ECG was een belevenis. Uit een grote houten kast kwamen allemaal draden tevoorschijn met aan het eind een zuignapje. Daar deed een mevrouw een grijs stroopje op en dan werden de napjes op mijn armen, benen en borst vastgezogen. Vervolgens moest je een tijdje stilliggen, dat was het moeilijkste van alles en dan hoorde je de naald over het papier krassen. De antiek aandoende houten kast stamde vast nog uit de tijd van Einthoven, die voor de introductie van het ECG in 1924 de Nobelprijs voor medicijnen kreeg.

Tijdens ziekenhuisopnamen waren ECG-stroken goed voor nuttige tijdpassering, naast pitriet vlechten en leren lezen in de Daantje-serie van Leonard Roggeveen. Regelmaat herkennen in het patroon en in later jaren tellen en rekenen, het ECG was er goed voor.

In het profiel N&G leent het ECG zich eveneens voor bestudering op allerlei niveaus. In sommige methoden komt het nu ook al voor als illustratie van een periodieke functie van de tijd. Wat er precies op de verticale as uitgezet is, kun je in het midden laten, maar het wordt meteen al interessanter als je erbij meldt dat één periode één complete hartslag weergeeft. Nog spannender, en voor de dokter eigenlijk ook de enige reden om een ECG te maken,

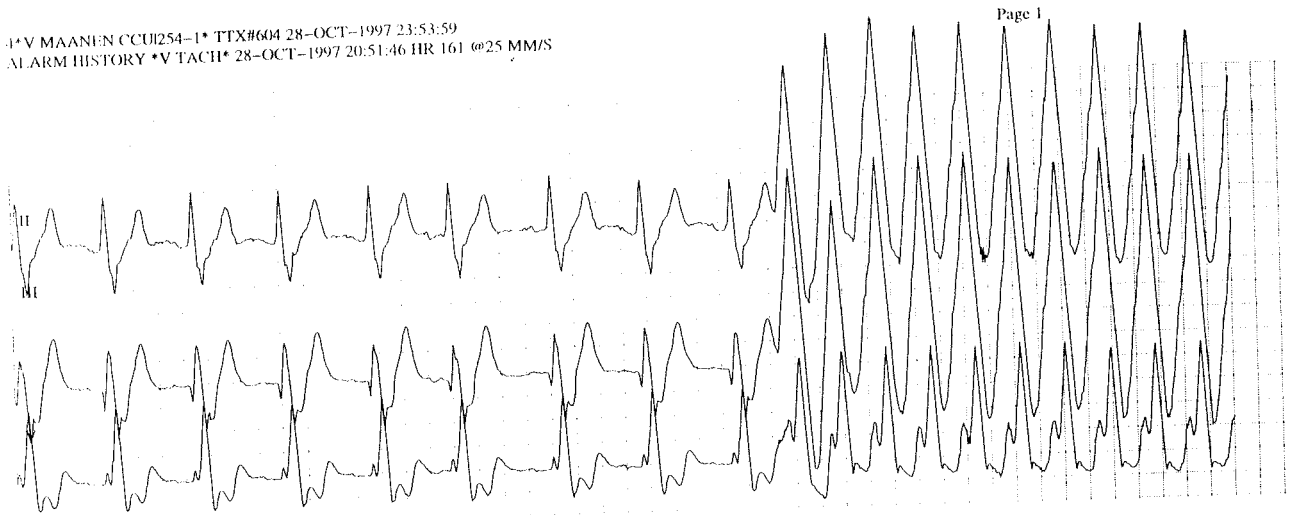


fig. 2 Een plotselinge ritmeverandering

is als er iets met het hart aan de hand is, zoals op deze strook (figuur 2), een van mijn eigen 'zonnebloemen'. De activiteit van het hart is in drie grafieken boven elkaar weergegeven. Waarom het er drie of soms nog veel meer zijn, zien we straks, voor dit moment is het het duidelijkst om naar de bovenste te kijken.

Wat gebeurt hier? Wat betekent bijvoorbeeld de mededeling 'HR161 @ 25 MM/S' in de legenda, en waar is die in de grafiek terug te vinden? Is het langzame ritme wel helemaal regelmatig?

Een ECG wordt standaard geschreven met een snelheid van 25 mm/s; vijf dik-omlijnde vakjes op het papier komen overeen met 1 seconde. Bij een ritme van 60 slagen per minuut is de periode 1 seconde, ofwel vijf vakjes. Is de periode ruwweg vier vakjes, zoals in het linkerdeel van de grafiek, dan is de pols $\frac{5}{4} \times 60 = 75$ slagen per minuut. Dat geldt voor het linkerdeel van de grafiek, hoewel het ritme daar al enigszins onregelmatig is, om vervolgens van het ene op het andere moment over te gaan in een regelmatig ritme met een veel kortere periode, dus een veel hogere pols.

Een vanuit medisch oogpunt relevante vraag voor leerlingen is:

Bedenk een snelle methode om uit het ECG het aantal hartslagen per minuut af te lezen.

Dit ECG geeft het begin van een tachycardie weer. De hartkamers worden niet meer op de normale manier aangestuurd, maar ze bepalen hun eigen tempo. Soms komt in zo'n geval het rustige tempo spontaan terug, maar meestal moet het bij mij overruled worden. Vroeger gebeurde dat tijdens een ziekenhuisopname van minstens een halve dag, maar tegenwoordig kan het met een pacemaker slimmer.

Dit cardiogram (figuur 3) werd op 15 november 1997 even voor 7 uur 's ochtends in het geheugen van mijn pacemaker opgeslagen en enkele weken later uitgelezen. Behalve het ECG is ook de periode weergegeven: 520 ms (ms = milliseconde, 10^{-3} seconde), hetgeen dus correspondeert met $\frac{60.1000}{520} = 115$ slagen per minuut. Dan verandert het beeld. De verticale lijnen in het ECG zijn registraties van lichte pulsen van de pacemaker, die iets sneller zijn dan de prikkels die de kamers in hun greep hadden.



fig. 3 De pacemaker corrigeert een te snel ritme

Je kunt het vergelijken met een schommel, die je net iets sneller aanduwt dan zijn eigen frequentie. Als je dat goed aanpakt, hangt de schommel zo stil en dat is ook wat met het snelle kamerritme gebeurde. Een paar kunstmatig opgewekte slagen in een iets hoger tempo deden de kamers hun ongewenste autonome ritme vergeten. Met enige schommeling stelde zich een ritme van iets boven 60 slagen per minuut in.

ECG voor N&G?

Beschrijf wat je op grond van het ECG over het hart kunt zeggen. Hoe werkt het ECG?

Dit zou een mooi thema voor een keuzeonderwerp of profielwerkstuk zijn. Allerlei beschikbare of haalbare kennis uit het profiel N&G komt van pas:

- uit de biologie: over de anatomie en de fysiologie van het hart en over prikkelgeleiding
- uit de natuurkunde: over elektriciteit
- uit de wiskunde: over periodieke functies en ruimtemeetkunde.

Mijn beknopte lekenuitleg over het ECG zal deze beweringen toelichten.

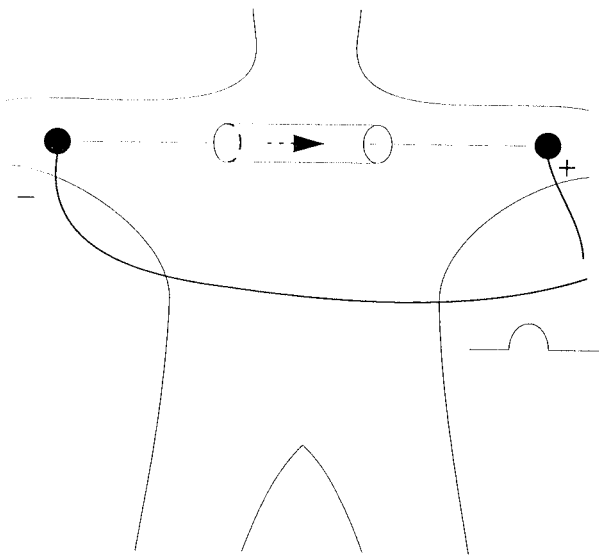


fig. 4 Het ECG als het hart een holle cilinder zou zijn die van de rechterkant van het lichaam naar de linkerkant samentrekt

Het hart is een spier die samentrekt als hij geprikkeld wordt. Die prikkeling ontstaat op één punt in het hart zelf en veroorzaakt een actiepotentiaal die zich als een golf-front langs de spier verspreidt. De spierkernen worden door de actiepotentiaal snel gedepolariseerd, trekken onder invloed van de depolarisatie samen, waarna de oorspronkelijke polariteit zich langzaam herstelt (de fase van de repolarisatie).

De potentiaalverschillen zijn aan het lichaamsoppervlak waarneembaar. Je meet ze tussen twee elektroden, waar-

van je de ene als negatief en de andere als positief aanmerkt. De conventie is om de depolarisatiegolf op het papier als een uitslag naar boven (ofwel positief) weer te geven als hij zich naar de positieve elektrode toe beweegt en negatief als hij zich van de positieve elektrode af beweegt.

Stel voor het gemak eens (we blijven wiskundigen) dat het hart een holle cilinder is die tussen de twee schouders ligt en van de rechterkant van het lichaam naar de linkerkant samentrekt. En stel, precies wat medici ook echt doen, dat we op de armen elektroden plakken, links de + en rechts de -. Dan zou dat het ECG uit figuur 4 opleveren. Als het hart een holle cilinder was geweest tussen kin en navel, dan zouden deze elektroden de slag niet waarnemen, want de depolarisatie verloopt op gelijke afstand van beide elektroden. Dat leidt tot het inzicht dat het ECG onder meer informatie geeft over de ligging van het hart en over de richting waarin het samentrekt.

Het is duidelijk dat het praktisch is om niet alleen in de links-rechts-richting naar de elektrische activiteit van het hart te kijken. Einthoven besefte dat al. Hij plaatste de elektroden op beide armen en op het linkerbeen met de in figuur 5 aangegeven polariteiten.

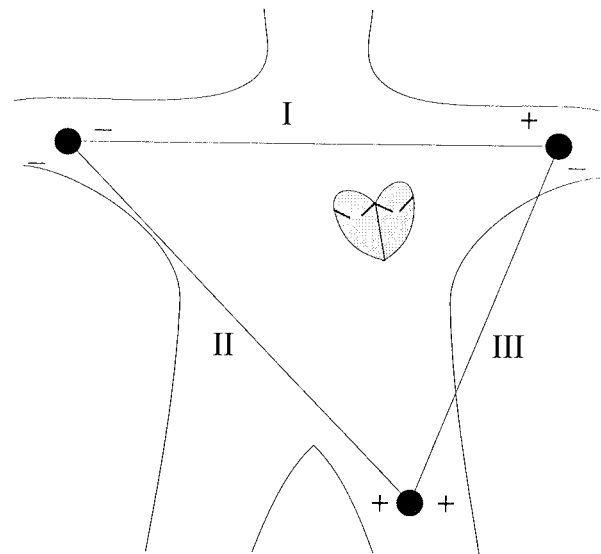


fig. 5 De drie basis-afleidingen van Einthoven

Bij een verticale stand van de holle buis zou de slag, die tussen de elektroden op de twee armen (door Einthoven 'afleiding I' genoemd) niet wordt waargenomen, wel gezien worden tussen rechterarm en linkerbeen (afleiding II) en ook tussen linkerarm en -been (afleiding III). Op deze wijze heb je gegevens om een vooraanzicht te maken van de elektrische activiteit van het hart. Deze gegevens kunnen met behulp van dezelfde drie elektroden nog worden verfijnd (met de afleidingen aVR, aVL en aVF), maar details daarover zouden hier te ver voeren.

Laten we even naar het hart zelf kijken. Het bestaat uit twee boezems en twee kamers. Van de linkerboezem kan via een klep bloed naar de linkerkamer gepompt worden en tegelijkertijd gebeurt hetzelfde rechts. Daarna legen de kamers zich. Het bloed uit de rechterkamer gaat naar de longen en vandaar weer naar de linkerboezem. Het bloed uit de linkerkamer voorziet het lichaam van zuurstof en wordt daarna weer in de rechterboezem opgevangen.

Elektrische geleiding is mogelijk tussen alle punten op de boezemwand, maar tussen boezems en kamers ligt een isolatielaag bestaande uit bindweefsel, met een kleine geleidende doorgang, de AV-knoop. Geleiding in de kamers is een verhaal apart, daarover zo meteen nog enkele woorden.

De conventie is om het begin van de hartslag te leggen bij het moment waarop beide boezems gevuld zijn en een zenuwknoop in de wand van de rechterboezem (de sinus-knoop) een prikkel afgeeft. Deze start een depolarisatiegolf die zich over beide boezems verspreidt en de boezems doet samentrekken. Omdat de richting van de golf van rechts naar links is, en iets naar beneden, correspondeert deze spieractiviteit in de afleidingen I, II en III met een positieve uitslag in het ECG, de P-top. Na de P-top wordt de prikkeldoorgave in de AV-knoop, de elektrische verbinding tussen boezems en kamers, een ogenblik opgehouden.

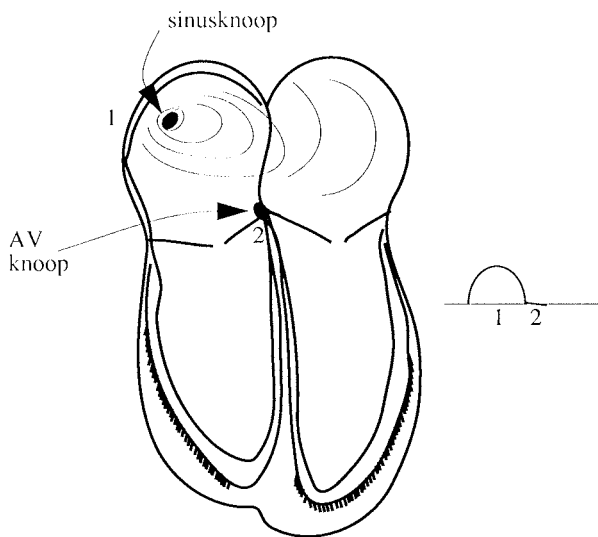


fig. 6 Het PQ-gedeelte van het ECG: boezemcontractie (fase 1) en vertraging van prikkeldoorgave in de AV-knoop (fase 2)

In het ECG is dit te herkennen als een stukje zonder uitslag. Deze tijd gebruikt het bloed om van de boezems naar de kamers te stromen. Deze fase in de hartslag is weergegeven in figuur 6.

Na de korte pauze activeert de AV-knoop een zenuwbundel die in het schot tussen de kamers splitst in een linker- en een rechtersak. De richting van de geleiding in deze bundel volgt de hartas, die van rechtsboven naar linksbeneden gericht is. In afleiding I correspondeert dit met de

verbinding tussen de Q-top en de R-top. Wegens de richting (overwegend naar de positieve elektrode van afleiding I toe) is het een uitslag naar boven, wegens de snelheid van de prikkeldoorgave is de helling groot. Tussen Q en R is er alleen sprake van geleiding, niet van spieractiviteit. Die begint weer als de prikkel zich vanuit de onderste punt van het hart via een vernuftig vertakkingsstelsel over de wanden van de kamers verspreidt. De richting van dit golffront is bij een normaal liggend hart naar boven en overwegend naar rechts. In afleiding I is deze depolarisatie, die gepaard gaat met het samentrekken van de kamers, te zien als een uitslag naar beneden, tussen de R-top en de S-top. Er volgt nog een laatste positieve uitslag in afleiding I, de T-top, die correspondeert met de langzame repolarisatie van de kamers, maar die niet met spieractiviteit correspondeert. Deze fase van de hartslag is weergegeven in figuur 7.

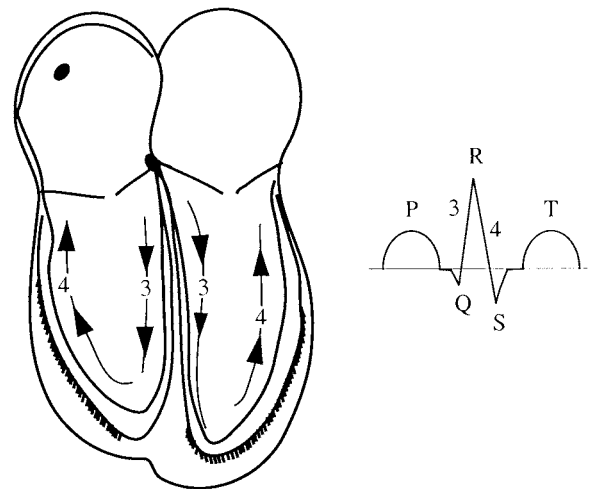


fig. 7 Het QRST-gedeelte van het ECG: prikkeldoorgave in het tussenschot tussen de kamers (fase 3) en kamercontractie (fase 4)

Wie wel eens een cardiogram heeft laten maken, zal opmerken dat er nog veel meer plakkers geplakt worden dan de drie van Einthoven. Inderdaad, en de functie daarvan wordt waarschijnlijk direct duidelijk als je je afvraagt hoe je iets over de verplaatsing van de golffronten naar voren en naar achteren in het lichaam zou kunnen zeggen. Tot nu toe projecteerden we alles op het vooraanzicht, maar het is ook mogelijk om een bovenaanzicht van de elektrische activiteit te maken. Daartoe plakt men zes plakkers in een horizontaal vlak rond de linkervoorkant van de borstkas. Door telkens één van de elektroden als de positieve te beschouwen en de andere vijf te combineren tot de negatieve is het mogelijk om waar te nemen of een golffront zich naar voren of naar achteren verplaatst. Met deze zes extra afleidingen (V1 t/m V6) in combinatie met de eerdere zes is het mogelijk om projecties te maken van de elektrische activiteit op twee loodrecht op elkaar staande vlakken en daarmee is in principe het hele geleidingspatroon van het hart ruimtelijk in kaart gebracht.

En meteen doen zich talrijke vragen voor die zowel meetkundig als medisch interessant zijn.

Hoe herken je een gestoorde prikkeloorgave in het tussenschot tussen de kamers? Hoe herken je uitval van een deel van de spier ten gevolge van een infarct? Hoe herken je een linkerkamer die jarenlang te hard heeft moeten werken? Wat is de oorzaak van een vreemd ritme?

Het bovenstaande is nog nauwelijks het begin van het begrijpen hoe het ECG in elkaar zit. Als leerlingen het onderwerp kiezen, zullen ze er zeker meer tijd aan besteden dan nodig was voor het lezen van dit stukje en ze zullen zeker uitgebreidere documentatie kunnen vinden. Het grote voordeel van een dergelijk onderwerp is dat het ergens over gaat. Niet de onderwerpen uit de domeinen bepalen wat er gebeurt, maar gezondheid staat voorop.

Conclusie

Het ontrafelen van het ECG staat model voor de activiteit waarin je wiskunde zoekt waarmee je je eigen ervaringen kunt beschrijven en analyseren. Het resultaat van die activiteit maakt meer indruk en blijft 'beter hangen' dan de sommen uit het boek. Elke docent zal zo haar of zijn eigen onderwerpen hebben waarin zij of hij goed thuis is. Leerlingen hebben hun vragen. Natuur en gezondheid hebben hun intrigerende aanbod. En altijd blijkt er wiskunde te zijn die modelleert, ordent, verklaart, voorspelt, en als ze er niet is, dan maken we die gewoon. Is dat niet

de natuur en de gezondheid van de wiskunde?

Jan van Maanen, Vakgroep Wiskunde, RU Groningen, Postbus 800, 9700 AV Groningen, maanen@math.rug.nl

Literatuur

- Batschelet, E. (1979). *Introduction to Mathematics for Life Scientists*, Third Edition. Berlin etc.: Springer.
- Boutkan, J. (1978). *ABC van het ECG: inleiding tot de electrocardiografie*, 6e druk. Utrecht: Bohn, Scheltema & Holkema.
- Dubin, D. (1997). *Snelle interpretatie van ECG's*, Utrecht: Elsevier/De Tijdstroom.
- Hutchins, C.M. (1978). *The Physics of Music, Readings from Scientific American*. San Francisco: W.H. Freeman.
- Knip, Karel (1998). 'Alledaagse Wetenschap: Koffiedobber' en 'Urinevenster'. *NRC-Handelsblad* 27 juni en 4 juli 1998.
- Lodder, J. 'Ik vrij veilig of ik vrij niet. Wiskundige modellen voor seksueel-overdraagbare ziektes'. *Euclides* 74(2) 46-50.
- Profi-team (1998). *Trajectenboek wiskunde in de profielen N&G en N&T vwo. Deel 1: wiskunde B1*, Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Stewart, Ian (1998). *Life's Other Secret. The New Mathematics of the Living World*. Londen: Allan Lane/Penguin; besproken door Jan van de Craats in *NRC-Handelsblad* 26 juni 1998.

Vakgerichte nascholing wiskunde tweede fase

Het Freudenthal Instituut en het Mathematisch Instituut van de Universiteit Utrecht bieden in het cursusjaar 1998/'99 een aantal nascholingscursussen aan.

Voor de onderstaande cursussen kunt u zich nog aanmelden.

B6: *Mathematica en het wiskundeonderwijs*

In deze cursus bekijken we het pakket Mathematica en gaan we er actief mee aan het werk. Omdat Mathematica op scholen vaak (nog) niet beschikbaar is, is directe toepasbaarheid in het VWO niet de bedoeling van deze cursus. Data: dinsdag 11 en 18 mei en 1 en 15 juni 1999.

B7: *ICT in het wiskundeonderwijs*

In deze cursus komt een breed scala van toepassingen van ICT voor de wiskunde in de tweede fase aan bod. Dit gebeurt aan de hand van onderwerpen uit de N- en M-pro-

fielen:

- Derive versus de GR en andere grafiekenprogramma's
 - Cabri in de voortgezette meetkunde van N&T
 - spreadsheets en discrete dynamische modellen
 - grafen en matrices
 - didactiek van ICT-gebruik en een blik in de toekomst.
- Data: donderdag 20 en 27 mei en 3 en 17 juni 1999.

De cursussen bestaan uit vier bijeenkomsten van drie uur (van 15.00 tot 18.00 uur) en worden gehouden op het Universiteitscomplex de Uithof, Utrecht.

De prijs per cursus bedraagt f 595,-.

Inlichtingen

Els de Vries, vakgroep Wiskunde
tel. 030-253 14 56, fax 030-251 83 94
email: nascholing@math.uu.nl