

Een belangrijke vernieuwing die beoogd wordt met de Tweede Fase is 'zelfstandig leren'. Welke gevolgen heeft dit voor de rol van de docent? **Rijkje Dekker** en **Marianne Elshout-Mohr** onderzoeken wanneer leerlingen in kleine groepen tot niveauverhoging komen en welke rol de docent daarbij speelt.

Soms moet je ervan afblijven

Inleiding

Veel scholen voor het voortgezet onderwijs zijn dit jaar begonnen met de nieuwe Tweede Fase. Studiehuis, profielen, zelfstandig werken en leren worden op dit moment in de praktijk gebracht.

De woorden 'zelfstandig werken' en 'zelfstandig leren' worden vaak door elkaar gebruikt, maar er is een duidelijk verschil. Bij zelfstandig leren zijn oriënterende, uitvoerende en regulerende functies overgedragen aan de leerlingen. Bij zelfstandig werken is dit in mindere mate het geval: de leerfuncties zijn door de docent niet echt overgedragen, maar zitten verpakt in het studiemateriaal en de werkwijzers.

Dit laatste zie je in schoolboeken waarin de leerstof stapsgewijs wordt aangeboden en waarin zoveel opdrachten, samenvattingen en zelftoetsen zijn opgenomen, dat men zou kunnen spreken van een 'papierdocent' die de zorg voor een aantal leerfuncties van de 'fysieke docent' heeft overgenomen. De vraag is of de leerlingen zo nog tot inzichtelijk leren komen.

Bij zelfstandig leren zijn de leerlingen niet alleen actief aan het werk, maar gaan zij ook de diepte in. Zelfstandig leren hoeft niet te betekenen dat leerlingen vooral individueel bezig zijn. Het kan juist gestimuleerd worden door leerlingen in kleine groepen met daartoe ontwikkelde opdrachten te laten werken: iets waar verschillende scholen mee aan het experimenteren zijn.

Wij doen onderzoek naar het zelfstandig leren van wiskunde in kleine groepen. In een procesmodel hebben we uiteengelegd welke kernactiviteiten van leerlingen voor niveauverhogend leren van belang zijn en hoe ze elkaar, werkend in kleine groepen, daartoe kunnen stimuleren. In de volgende paragraaf gaan we daar beknopt op in. Voor een uitgebreide beschrijving van het procesmodel en de theoretische verantwoording verwijzen we naar Dekker & Elshout-Mohr, 1996 en 1998.

In dit artikel staat de rol van de docent bij het zelfstandig leren in kleine groepen centraal. Deze rol hebben we in drie 5 VWO-B klassen onderzocht.

Kernactiviteiten

Om welke processen gaat het bij het zelfstandig leren van wiskunde in kleine groepen? Wat zijn de belangrijkste activiteiten voor niveauverhogend leren? Het gaat erom dat leerlingen, samenwerkend aan daartoe ontwikkelde opdrachten, tot de volgende kernactiviteiten komen:

- het tonen van eigen werk
- het uitleggen van eigen werk
- het verantwoorden van eigen werk
- het reconstrueren van eigen werk.

Het tonen of vertellen van het eigen werk is de eerste stap tot afstand nemen. De leerling wordt zich bewust van het eigen werk. Het uitleggen gaat verder, er wordt echt nagedacht over het eigen werk, gereflecteerd. Het verantwoorden van het eigen werk gaat weer een stap verder. Aantonen dat het klopt wat je hebt, betekent toetsing aan externe criteria. Als deze toetsing niet lukt en de leerling zelf opnieuw over het eigen werk gaat nadenken en dit gaat bekritisieren, kan dit leiden tot reconstructie van het eigen werk. De reconstructie kan niveauverhoging zichtbaar maken.

Door het uitvoeren van de kernactiviteiten zet de leerling zichzelf aan tot leren. De leerling vervult zo leerfuncties met betrekking tot niveauverhogend leren.

Leerlingen kunnen elkaar tot deze kernactiviteiten stimuleren door middel van regulerende activiteiten als:

- het vragen naar elkaars werk ('wat doe je? wat heb jij?')
- het vragen van uitleg ('waarom doe je dat zo? hoe kom je daarbij?')
- het geven van kritiek ('maar dat is niet goed, want...').

Dit zijn activiteiten waarvan we verwachten dat ze zich in een 'natuurlijke' discussie tijdens het werken aan de opdrachten voor zullen doen. Leerlingen vervullen op deze manier dus voor elkaar regulerende functies. Voorwaarde is wel dat het werk van de leerlingen verschillend is, want het constateren van die verschillen door de leerlingen geeft de impuls tot discussie.

Opdrachten voor niveauverhoging

De speciaal ontwikkelde opdrachten betreffen opdrachten die *realistisch* of *betekenisvol* zijn voor de leerlingen, *complex* in die zin dat er verschillende vaardigheden nodig zijn om ze op te lossen, *op construeren gericht* zodat het denkwerk en de verschillen daarin zichtbaar worden, en *mikkend op niveauverhoging*. Voor ons onderzoek in 5 VWO-B klassen hebben we materiaal ontwikkeld rond de meetkundige afbeeldingen: spiegeling, draaiing, verschuiving en glijspiegeling. Door middel van diverse try-outs hebben we de niveauverhogende opbouw in de opdrachten gerealiseerd. Voor nadere achtergronden verwijzen we naar het beschreven ontwikkelingsonderzoek van Monique Pijls (1996). Voor het onderzoek hebben we een aantal opdrachten uit het materiaal geselecteerd en gereconstrueerd. Om een indruk te geven, beschrijven we de eerste twee opdrachtbladen.

Het eerste opdrachtblad heet 'Escher'. Bij het blad krijgt elk groepje een kaart met een regelmatige vlakverdeling van Escher in kleur en een kaart met een afbeelding van een regelmatige vlakverdeling uit het Alhambra. De leerlingen wordt eerst gevraagd welke meetkundige afbeeldingen ze op beide kaarten kunnen ontdekken. Ook krijgt elk groepje een zakje met blauwe en rode driehoeken om vervolgens zelf een regelmatige vlakverdeling te ontwerpen met toepassing van alle vier de meetkundige afbeeldingen. Het tweede opdrachtblad heet 'Driehoekje leggen' en wordt verderop in dit artikel besproken. Verder krijgt elk groepje een hulpblad met daarop de meetkundige afbeeldingen. Dit blad dient als ondersteuning bij het werken. We verwachten dat als leerlingen werk van elkaar bekritisieren en verantwoorden, ze daarbij naar de afbeeldingen zullen verwijzen. Het heeft dus een functie bij niveauverhoging.

De niveauverhoging die we met de opdrachten beogen, komt in het kort hierop neer. In de eerste opdrachten zijn de leerlingen met het construeren en reconstrueren van de meetkundige afbeeldingen bezig. De bedoeling is dat ze op die manier al discussiërend veel eigenschappen van de meetkundige afbeeldingen ontdekken. In termen van Van Hiele zijn dit activiteiten op het visuele niveau (Van Hiele, 1986). De afbeeldingen fungeren bij aanvang als visuele objecten, maar gaandeweg wordt het object zelf een geheel van eigenschappen.

Vervolgens worden door middel van het werken met spiegels de relaties tussen de meetkundige afbeeldingen verkend, met name de relaties tussen spiegelingen en de andere afbeeldingen. Volgens Van Hiele zijn dat activiteiten op het beschrijvende niveau. De afbeeldingen zelf zijn nu immers een geheel van eigenschappen en de relaties tussen de eigenschappen vormen nu het object van studie. Op het formele niveau kunnen de meetkundige afbeeldingen als groep beschouwd worden met de spiegeling als voortbrenger, maar dat is meer stof voor de universiteit.

Het onderzoek

In dit artikel richten we ons op het onderzoek dat in één VWO-B klas plaatsvond met tien leerlingen. De leerlingen werken twee keer in de week gedurende twee aaneengesloten lesuren (blokuren) aan de opdrachten. Per blokkuur wordt er door de groepjes aan twee opdrachtbladen gewerkt. Elk groepje krijgt één opdrachtblad op A3-formaat. Ze werken dus telkens samen aan één product.

Al het materiaal hebben we aantrekkelijk proberen uit te voeren om de leerlingen te stimuleren aan de opdrachten te werken en verzorgd werk te leveren. De leerlingen hebben voorafgaand aan het werken aan de opdrachten individueel een voortoets gemaakt met daarop allerlei opdrachten over het construeren en reconstrueren van meetkundige afbeeldingen en over hun onderlinge relaties. Bij de voortoets hebben ze het hulpblad als steun gekregen. Na de lessen hebben we een natoets afgenomen waarbij het hulpblad ontbrak. De natoets is een parallelversie van de voortoets. Op grond van de resultaten op de voortoets hebben we drietallen gevormd die heterogeen zijn wat de voorkennis betreft. We hopen daardoor het optreden van verschillen tussen leerlingen te stimuleren.

Twee docenten vergeleken

Grote vraag in het studiehuis met leerlingen die zelfstandig in kleine groepen werken is hoe de docent dit het beste kan begeleiden. We zijn ervan uitgegaan dat de docent zijn (minimale) hulp maar op één ding tegelijk goed kan richten: óf op het proces van overleg tussen leerlingen, óf op de wiskundige voortgang van de groepjes. Vanuit ons procesmodel hebben we de hypothese geformuleerd dat de leerlingen bij de docent die zich op het proces richt, dat wil zeggen op het optreden van de vier bovengenoemde kernactiviteiten bij de leerlingen, meer vooruitgaan dan de leerlingen bij de docent die op de wiskundige voortgang let. Bij de proces-docent zullen namelijk de kernactiviteiten meer optreden en die leiden tot niveauverhoging, is onze veronderstelling.

In de genoemde 5 VWO-B klas met tien leerlingen hebben we de klas op grond van de voortoets in twee vergelijkbare helften verdeeld en in elke helft een heterogeen drietal en een tweetal geformeerd. De docent van de leerlingen heeft op eigen verzoek de wiskundige rol op zich genomen, één van de onderzoekers de procesrol.

Waar kwamen de rollen op neer?

De wiskundige rol bestond daaruit dat de docent van tevoren zijn hulp aanbood aan de leerlingen: 'Ik ben er voor om jullie te assisteren'. Ze mochten vragen stellen. En als ze vragen hadden, probeerde de docent de leerlingen met kleine hints wiskundig verder te helpen: 'Als je ook let op de lichte figuurtjes die ertussen zitten ...'. De wiskundige voortgang zoals te zien aan het werk van de leerlingen op de opdrachtbladen, was daarbij de belangrijkste informatiebron voor de docent. We kunnen de hulp van deze do-

cent samenvatten als product-hulp. In de praktijk heeft de product-docent de hulp aan de leerlingen beperkt tot kleine, goed geformuleerde hints, vaak in vraagvorm. Als de hints echter niet het door de docent gewenste effect hadden, het verbeteren van de producten, dan ging de docent meer expliciet op de gewenste verbetering aansturen. De leerlingen vroegen daar ook om.

De proces-docent gaf aan het begin expliciet zijn rol aan: 'Ik ga jullie niet inhoudelijk helpen, maar ik wil wel dat jullie zéér met elkaar overleggen, dus erg in discussie gaan, elkaar je werk laten zien, uitleg geven aan elkaar, daar leer je van, kritiek geven aan elkaar, zodat het werk beter wordt.' De proces-docent kon goed zien of de discussie intensief was en of iedereen goed participeerde en ging er vanuit dat bij intensief overleg rond deze opdrachten de kernactiviteiten als vanzelf op zouden treden. Als iemand niet mee leek te doen of af dreigde te haken, greep de docent in door deze leerling aan te spreken met regulerende opmerkingen als 'Gaaf het wel goed wat ze aan het doen zijn?' of 'Als je zit te puzzelen over iets, zeg het dan'. In de praktijk heeft ook deze docent weinig ingegrepen.

Samengevat komt het erop neer dat de product-docent zich geconcentreerd heeft op zo goed mogelijke producten van de leerlingen. De proces-docent heeft zich gericht op zo intensief mogelijk overleg tussen de leerlingen. Bij beide docenten overlegden de groepjes zeer intensief, hetgeen wij toeschrijven aan de zorgvuldig ontworpen opdrachten.

Twee groepjes vergeleken

We hebben in het onderzoek in deze klas allerlei gegevens verzameld: voor- en natoetsgegevens van de tien leerlingen, al hun opdrachtbladen, observaties en reflectieve opmerkingen van de proces- en de product-docent. Van het overleg van de twee drietallen hebben we gedurende de twee blokken audio-opnamen gemaakt. Het eerste drietal: Maaike, Stefan en Rolf, werkte bij de product-docent, het tweede drietal: Jelmer, Rafik en Thomas, bij de proces-docent. Laten we de producten van beide groepjes bekijken. In figuur 1 staat het opdrachtblad met leerlingenwerk van het eerste groepje. Het betreft het blad 'Driehoekje leggen'. Het was het tweede opdrachtblad van het eerste blok.

De spiegeling en verschuiving lijken probleemloos gereconstrueerd. Het opdrachtblad verradt daar weinig schets- en gumwerk. De draaiing over 180 graden was lastiger, gezien de hulplijnen die doorschemerend. De 'gewone' draaiing is helemaal goed gereconstrueerd. Het draaipunt is gevonden als snijpunt van de middelloodlijnen op de verbindinglijnen van overeenkomstige hoekpunten. De glijspiegeling is niet goed, want de aangegeven verschuiving loopt niet parallel aan de spiegelas. De aangegeven hoeken van 36 graden verraden dat de spiegelas gereconstrueerd is vanuit de hoek die de twee verlengde rechthoekszijden met elkaar maken. De verschui-

ving langs de rechthoekszijde die volgt op de spiegeling is daar wellicht bij aangepast.

Driehoekje leggen

In het onderstaande ontwerp kun je het zwarte driehoekje met telkens één meetkundige afbeelding op een wit driehoekje leggen. Kun je ontdekken met welke?

Onthul de constructie van het ontwerp door (glij)spiegelingen, verschuifpijlen, draaipunten en draaihoeken zo nauwkeurig mogelijk weer te geven.

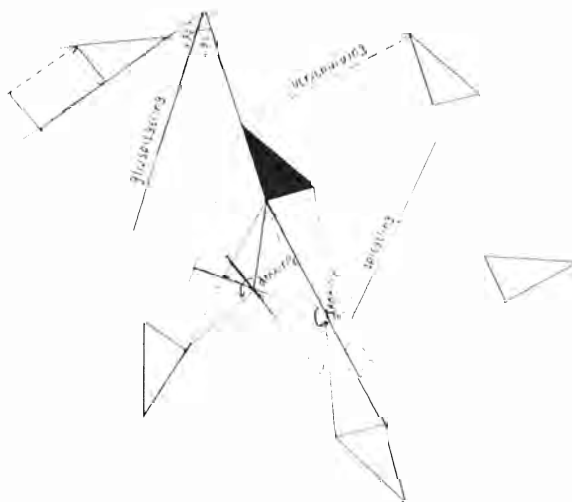


fig. 1 Opdrachtblad van het product-groepje

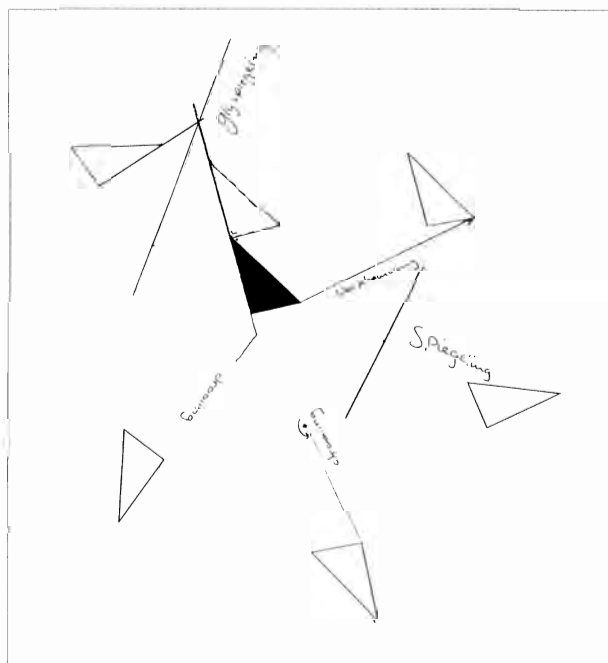


fig. 2 Opdrachtblad van het proces-groepje

In figuur 2 is het werk van het tweede groepje te zien. Dit groepje heeft zowel de verschuiving, de spiegeling als de draaiing over 180 graden zonder veel problemen gereconstrueerd. De glijspiegeling vertoont dezelfde reconstructie van de spiegelas als bij het eerste groepje. En ook hier is de verschuiving langs de rechthoekszijde gekozen in plaats van langs de spiegelas. Kennelijk zagen de groepjes geen andere mogelijkheid tot reconstructie. De 'gewone' draaiing komt bij dit groepje helemaal niet uit de verf.

Van de audio-opnamen van beide groepjes hebben we protocollen gemaakt. Daardoor kunnen we de discussie analyseren die tot deze producten geleid heeft. Wat opvalt, is dat bij het eerste groepje de docent in antwoord op vragen van de groepsleden hints heeft gegeven voor reconstructie van de draaiing. Maar de groepsleden komen er niet uit en vragen dóór, waardoor de docent de reconstructie uiteindelijk is gaan voorzeggen. Bij het tweede groepje is de tijd die er is voor het tweede opdrachtblad veel minder dan voor het eerste groepje, aangezien dit groepje heel lang heeft gewerkt aan het eerste opdrachtblad. Ze constateren zelf dat de draaiing niet goed is, maar zien geen mogelijkheid meer om uit te puzzelen hoe deze wel moet.

Als we beide producten vergelijken, kunnen we constateren dat het groepje bij de product-docent een beter product heeft geleverd dan het groepje bij de proces-docent. Omdat er bij de voortoets geen verschillen bleken te zijn tussen de leerlingen, concluderen wij dat de rol van de docent belangrijk is geweest: de instructie en hulp van de product-docent leidden tot een beter product.

En hoe zit het met het proces? Is het proces, dat wil zeggen het optreden van de kernactiviteiten, bij de proces-docent beter gegaan dan bij de product-docent? Daar kunnen we nog geen duidelijk antwoord op geven, aangezien we nog met het analyseren van de protocollen op dit punt bezig zijn. Wel valt op dat de discussie in het groepje bij de proces-docent veel intensiever is geweest dan bij de product-docent. De protocollen van het proces-groepje bevatten veertig procent meer woorden dan de protocollen van het product-groepje. Onze eerste indruk is dat het proces bij de proces-docent beter is verlopen.

En de niveauverhoging? Komen de leerlingen bij de proces-docent meer tot niveauverhoging dan de leerlingen bij de product-docent? Dat was wel onze verwachting, maar als we zien welke goede hints de product-docent heeft gegeven en daarmee een wiskundige inbreng van niveau heeft gerealiseerd, begonnen we flink te twijfelen. Laten we kijken naar de voortoets- en natoetsresultaten van de twee drietallen. We betrekken daar de toetsresultaten van de overige leerlingen, de twee tweetallen, bij.

Bij het vergelijken van de voor- en natoetsresultaten is het goed om te bedenken dat de leerlingen bij het maken

	voortoets	natoets
Maaïke	15	17
Stefan	12	8
Rolf	9	14
Joris	13	12
Bart	12	12
gemiddeld	12.2	12.6

Tabel 1: Toetsresultaten van leerlingen bij product-docent

	voortoets	natoets
Jelmer	14	17
Rafik	13	17
Thomas	9	16
Peter	13	16
David	12	15
gemiddeld	12.2	16.2

Tabel 2: Toetsresultaten van leerlingen bij proces-docent

van de voortoets het hulpblad 'Meetkundige afbeeldingen' hadden gekregen. We vonden het belangrijk dat leerlingen die niet alle vier de meetkundige afbeeldingen kenden op de voortoets toch konden laten zien op welk niveau ze zich bevonden. Bij de natoets hadden ze het hulpblad niet. Deze was dus verhoudingsgewijs moeilijker.

Vergelijking van beide groepjes maakt duidelijk dat in het proces-groepje de leerlingen alle drie goede vooruitgang boeken. Wat niveau betreft, komen ze dicht bij elkaar. In het product-groepje is er echter een leerling die duidelijk achteruit gaat. Analyse van zijn natoets laat zien dat de opgaven over draaiingen op de natoets slechter gemaakt zijn dan op de voortoets. In tegenstelling tot de voortoets (re)construeert hij op de natoets draaiingen waarbij de oriëntatie van de driehoeken omkeert in plaats van gelijk blijft. Opvallend, gezien het feit dat de docent dit groepje juist bij het reconstrueren van de draaiing zo geholpen heeft. Maar oriëntatie is daarbij niet ter sprake gekomen. Misschien is de inbreng van de docent wel juist verwarrend geweest voor deze leerling. De discussie in dit groepje met de docent vond voornamelijk plaats tussen Maaïke en de docent. Aangezien Maaïke de 'beste' leerling van dit groepje was, heeft de docent zich misschien onwillekeurig bij haar niveau aangesloten.

Toeval?

We hebben nu twee groepjes vergeleken en dat zegt op zich nog weinig. Maar hoe zit het met de andere leerlin-

gen, met de beide tweetallen? Hun toetsresultaten laten zien dat het tweetal bij de product-docent niet vooruit gaat, het tweetal bij de proces-docent gaat wel goed vooruit. Als we hun opdrachtbladen vergelijken, zijn die van het tweetal bij de proces-docent duidelijk beter. De reconstructie van de draaiing is op een eigen, maar goede manier gevonden. Het tweetal bij de product-docent heeft een hele ingewikkelde constructie staan met wel allerlei goede hulplijnen, maar een geheel verkeerd eindresultaat. Wat de invloed van de docent hier is geweest, kunnen we niet nagaan, omdat we van de tweetallen geen audio-opnamen hebben gemaakt. Ook de natoetsen van het tweetal bij de product-docent laten zien dat het vooral wat de oriëntatie bij de draaiing betreft fout is gegaan.

Inmiddels hebben we ook zicht op de resultaten van twee andere 5 VWO-B klassen en ze laten hetzelfde beeld zien. Goede en gelijkmatige vooruitgang bij de proces-docent, minder goede en over de leerlingen ongelijk verdeelde vooruitgang bij de product-docent. Het verschil in resultaten is iets minder scherp dan bij de klas die we hier beschrijven, maar wel statistisch significant. De groepen waren daar een stuk groter en daardoor is de docentrol wellicht van minder invloed.

Discussie

Stel nu dat verdere analyse zichtbaar maakt dat bij de leerlingen bij de proces-docent meer kernactiviteiten optreden en deze leerlingen meer tot niveauverhoging komen dan de leerlingen bij de product-docent. Is dan onze conclusie dat docenten zich maar beter niet met de wiskundige voortgang van de leerlingen moeten bemoeien? Afblijven dus? Misschien wel. Misschien zou je kunnen concluderen dat het goed is leerlingen te stimuleren hun eigen denkkracht en die van elkaar optimaal te benutten en misschien dat ze dat pas ook echt doen als de docent uitsprekt dat hij dat van hen verwacht en hen zelf niet zal helpen. Dan komen leerlingen ook niet in de verleiding om van zijn kennis gebruik te maken en halen ze het onderste uit zichzelf, daarbij aangemoedigd natuurlijk door hun docent. Maar hier hebben we wel gewerkt met uitstekend lesmateriaal, dat speciaal ontwikkeld is om leerlingen door interactie de kans te geven om op basis van hun voorkennis tot niveauverhoging te komen. In hoeverre dit alles mogelijk is met de nieuwe boeken voor de tweede fase, is nog maar helemaal de vraag.

Een aspect met betrekking tot de rol van de docent dat we hier nog niet hebben besproken, is de klassieke discussie. In ons onderzoek heeft die niet plaatsgevonden. Toch kunnen we ons voorstellen dat op een bepaald moment de

producten van de groepjes onderwerp zijn van een klassieke discussie, geleid door de docent. Maar ook die laat zich op verschillende manieren invullen. Ook dan kan de docent de groepjes stimuleren het werk van elkaar te bekijken en te bediscussiëren en daarbij regulerend op te treden. De docent stimuleert zo weer het optreden van de kernactiviteiten, maar nu tussen groepjes. Op niveauverhoging kan nu klassikaal aangestuurd worden en daarbij blijft de rol van de docent cruciaal.

Misschien zouden we samenvattend kunnen concluderen dat de inbreng van de docent vooral een kwestie van timing is. Als de hele klas eraan toe is en ieders denkkracht benut, kan de docent juist een extra zetje tot niveauverhoging geven. Een goed onderwerp voor nieuw onderzoek wellicht.

Dit artikel komt grotendeels overeen met een artikel dat wij eerder in het Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs gepubliceerd hebben (Dekker & Elshout-Mohr, 1999).

Rijkje Dekker en Marianne Elshout-Mohr, Universiteit van Amsterdam, Instituut voor de Lerarenopleiding

Literatuur

- Dekker, R. & M. Elshout-Mohr (1996). 'Zelfstandig leren doe je niet alleen'. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs* 15(2), 20-27.
- Dekker, R. & M. Elshout-Mohr (1998). 'A process model for interaction and mathematical level raising'. *Educational Studies in Mathematics* 36, 303-314.
- Dekker, R., M. Elshout-Mohr & M.H.J. Pijls (1998). 'Interaction, self-regulated learning and the process of level raising'. In P. Abrantes, J. Perfrío & M. Baía (Eds.), *The interactions in the mathematics classroom – Proceedings of CIEAEM 49* (pp. 27-34). Setúbal: Escola Superior de Educação de Setúbal.
- Dekker, R. & M. Elshout-Mohr (1999). 'Niet het product, maar het proces'. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs* 17(2), 33-38.
- Freudenthal, H. (1978). *Weeding and sowing*. Dordrecht: Reidel.
- Pijls, M.H.J. (1996). *Spiegeltaal, over de ontwikkeling van een lesboekje voor de bovenbouw VWO*. Amsterdam: Universiteit van Amsterdam, Faculteit WINS
- Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and insight*. Orlando: Academic Press, Inc.

PME 1999

Van 25-30 juli vindt in Haifa, Israel, de jaarlijkse PME conferentie plaats. (PME: Psychology of Mathematics Education.)

Inlichtingen: Joop van Dormolen, fax: +972 4 8258071
email: joop@tx.technion.ac.il
en <http://www.members.tripod.com/~IGPME>