

In de hedendaagse maatschappij wordt heel veel informatie op visuele wijze gepresenteerd en 'grafische verwerking' maakt, als onderdeel van de statistiek, tegenwoordig deel uit van het leerplan wiskunde. **Wim Neeleman** en **Heleen Verhage** hebben zich verdiept in de geschiedenis van de grafische verwerking en geven een overzicht van de ontwikkeling.

## Historische hoogtepunten van grafische verwerking

### Inleiding

In boeken, tijdschriften en kranten, maar ook op de televisie en op het internet, wordt veel gebruik gemaakt van grafieken. Tegenwoordig zijn wij zó gewend aan het gebruik van de meest uiteenlopende soorten grafieken, dat we geneigd zijn te vergeten dat ook de grafische weergave van gegevens zijn eigen geschiedenis heeft.

In dit artikel willen we, zonder aan systematische geschiedschrijving te doen, een paar hoogtepunten van de geschiedenis van de grafische verwerking van kwantitatieve gegevens de revue laten passeren. Daarbij gaan we min of meer chronologisch te werk, maar daar waar een thematische behandeling zinvoller leek, wordt van die strikte tijdslijn afgeweken.

De belangstelling voor de vraag aan welke criteria een grafiek moet voldoen om een goede grafiek te zijn, is de laatste tijd sterk gestegen, zoals bijvoorbeeld blijkt uit het commerciële succes van de boeken van Edward Tufte en Howard Wainer (zie de bibliografie aan het einde van dit artikel). Een deel van de informatie in dit artikel is op die boeken gebaseerd.

### Het prille begin

De techniek van het weergeven, in verkleinde vorm, van de bekende omgeving is al duizenden jaren oud – er is een kleitablet gevonden met een kaart van het noorden van Mesopotamië erop dat uit circa 3800 v. Chr. dateert – en werd in de loop van de tijd steeds verder geperfectioneerd. Bij een kaart corresponderen de beide dimensies van de afbeelding met de dimensies waarin je je beweegt. Het duurde millennia voordat de stap werd gezet die dimensies door andere variabelen te vervangen; dat lag blijkbaar niet voor de hand.

Het weergeven van de *tijd* als een doorlopende lijn is een idee waarvan het ontstaan in de nevelen van de geschiedenis is gehuld. In zijn *Physica* vergelijkt Aristoteles de tijd met een rechte lijn.

Een ander voorbeeld is de geschreven muzieknotatie. Het notenschrift zoals wij dat nu kennen, heeft zijn oorsprong in de Middeleeuwen en is te beschouwen als grafische

weergave van een tijdreeks.

Het oudst bekende voorbeeld van een grafiek met op de horizontale as de tijd, komt uit een manuscript uit de tiende of elfde eeuw dat aan het einde van de vorige eeuw werd teruggevonden (figuur 1). Het is een soort diagram dat de bewegingen van de planeten (Venus, Mercurius, enzovoort) aangeeft ten opzichte van de Dierenriem (zie Funkhouser, 1936).

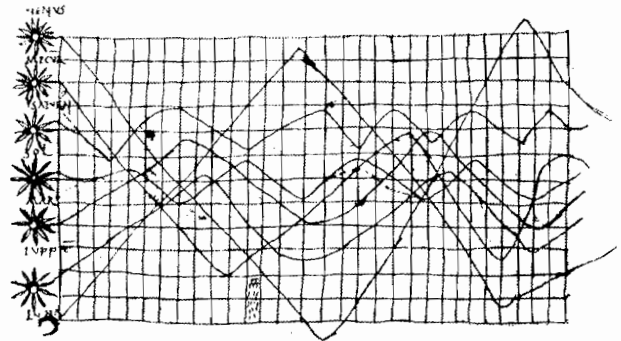


fig. 1 Grafiek van planetenbanen; tiende of elfde eeuw

Om het tekenen te vergemakkelijken, heeft de tekenaar de horizontale as in dertig en de verticale as in twaalf stukjes verdeeld, waardoor een soort ruitjespapier is ontstaan. Het zou nog tot ongeveer 1850 duren voordat het gebruik van grafiekenpapier min of meer gemeengoed werd.



fig. 2 Uit Oresme's 'Tractatus de latitudinibus formarum'

Nikolaas van Oresme (1323-1382) beschreef in de veertiende eeuw hoe veranderlijke grootheden kunnen worden weergegeven door middel van lijnstukjes; door de opeenvolgende waarden als strookjes naast elkaar te leg-

gen (figuur 2) kunnen de verschillende soorten veranderingen grafisch worden weergegeven.

De Egyptische landmeters maakten al gebruik van coördinaten, maar toen Descartes had laten zien hoe krommen in algebraïsche vergelijkingen kunnen worden omgezet, en – aan het einde van de zeventiende eeuw – het functiebegrip was ontwikkeld, konden grafieken gebruikt worden voor het weergeven van (theoretische) functies.

Een vroeg voorbeeld van het gebruik van grafieken vinden we in de brieven die Christiaan Huygens (1629-1695) in 1669 schreef aan zijn broer Lodewijk over een theoretisch verband dat de Engelsman John Graunt enkele jaren eerder meende te hebben vastgesteld. Graunt stelde, op grond van empirische sterfketabellen, dat er van iedere 100 nieuw geboren na 6 jaar nog 64 overleven, na 16 jaar nog 40, enzovoort. Christiaan maakte van de getallen van Graunt de grafiek uit figuur 3 en gebruikte deze onder meer om er zijn berekeningen over de levensverwachting op verschillende leeftijden mee te illustreren.

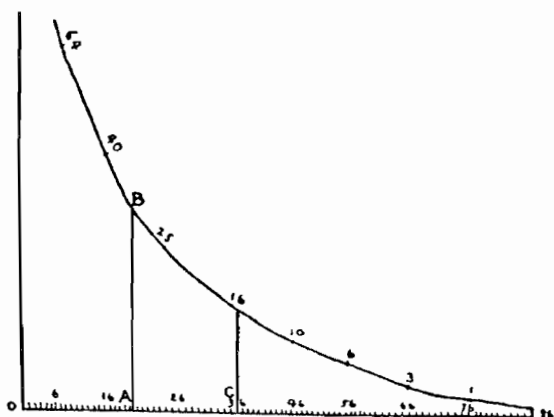


fig. 3 Levensverwachting op verschillende leeftijden. Christiaan Huygens, 1669

In de tweede helft van de zeventiende eeuw raakten de thermometer en de barometer min of meer ingeburgerd in de wetenschappelijke wereld. In een artikel uit 1686 schreef Edmond Halley (1650-1742) over waarnemingen die waren gedaan met een kwikbarometer op verschillende hoogten. Hij legde uit dat de waarnemingen konden worden geïnterpreteerd als punten op een hyperbool en hoe daarmee het verband tussen luchtdruk en hoogteverschil kon worden gegeneraliseerd. Halley's grafiek (figuur 4) was geen grafische weergave van observaties, maar een theoretisch hulpmiddel.

Het gebruik van de grafische methode bleef beperkt tot enkele geïsoleerde gevallen. De vele meteorologische observaties uit die tijd werden vastgelegd in tabellen. Zelfs toen er, in de achttiende eeuw, instrumenten waren die de metingen automatisch grafisch registreerden, zoals de 'weerklok' van Christopher Wren (1632-1723), werden de door deze instrumenten geproduceerde grafieken eerst in tabellen 'vertaald' alvorens de resultaten werden geanalyseerd.

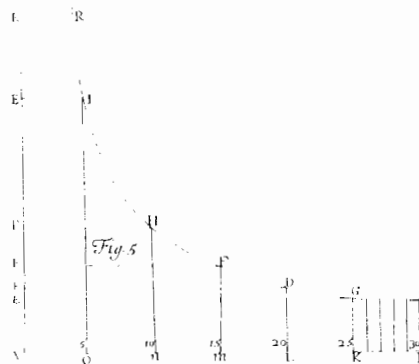


fig. 4 Grafiek van Edmond Halley, 1686

## Johann Heinrich Lambert

Het duurde tot ver in de achttiende eeuw voor het gebruik van de grafische weergave van gegevens als 'echt wetenschappelijk' instrument werd beschouwd. In de weinige publicaties uit die tijd waarin wel grafieken waren opgenomen, waren deze meestal uitsluitend bedoeld om de resultaten van proeven of waarnemingen weer te geven en zelden werd de grafiek zelf gebruikt om de relatie tussen variabelen te analyseren.

Een uitzondering op de regel was de Zwitser-Duitser Johann Heinrich Lambert (1728-1777). Hij maakte in zijn publicaties veelvuldig gebruik van grafieken die hij zeer zorgvuldig construeerde. Een mooi voorbeeld vormt figuur 5, waarin hij weergeeft hoe de temperatuur varieert in de loop van het jaar op verschillende diepten onder de grond. In de bovenste grafiek is goed te zien hoe Lambert door de punten die corresponderen met de waarnemingen, een 'passende' kromme construeerde. De onderste van de twee grafieken laat zien hoe deze kromme verandert met de diepte onder de grond (J.H. Lambert. *Pyrometrie*, Berlijn, 1779).

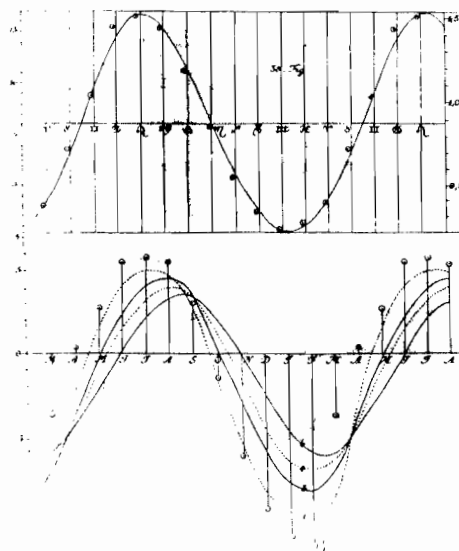


fig. 5 Temperatuurverloop onder de grond. Lambert, 1779

De volwaardige plaats die Lambert inruimde voor de grafische methode voor het vinden van het verband tussen variabelen, blijkt uit dit citaat uit zijn *Theorie der Zuverlässigkeit der Beobachtungen und Versuche*:

‘Wij hebben in het algemeen twee veranderlijke groottheden,  $x$  en  $y$ , die met elkaar vergeleken worden door middel van waarnemingen, zodat we voor iedere waarde van  $x$ , die kan worden beschouwd als een abscis, de bijbehorende ordinat  $y$  kunnen bepalen. Zouden de experimenten of waarnemingen geheel en al nauwkeurig zijn, dan zouden deze ordinaten een aantal punten opleveren waardoor een rechte of kromme lijn getrokken kan worden. Maar daar dit niet zo is, wijkt de lijn in meer of mindere mate af van de waarnemingspunten en moet daarom zodanig getrokken worden dat hij zo dicht mogelijk bij zijn ware positie komt en als het ware door het midden van de gegeven punten gaat.’

Een fraai staaltje grafische redeneerkunst is Lamberts afleiding van de verdampingssnelheid van water als functie van de temperatuur (figuur 6). In Lamberts figuur 4 – uit 1769 – stelt  $DEF$  het waterniveau in een buis voor, uitgezet tegen de tijd.  $ABC$  brengt de temperatuur gedurende diezelfde periode in beeld. Lambert bepaalde de helling van de raaklijn aan  $DEF$  in een aantal punten (getekend is  $DEG$ , de raaklijn in het punt  $E$ ) en zette die uit tegen de temperatuur.

Het belang dat Lambert hechtte aan het gebruik van grafieken werd niet gedeeld door de meerderheid van de wetenschappers uit zijn tijd. Nog in de eerste helft van de negentiende eeuw waren grafieken een zeldzaamheid in wetenschappelijke publicaties. Daar kwam maar langzaam verandering in. En pas ruim honderd jaar na Lambert begon men het gebruik van grafische technieken voor het vinden van de beste benadering van een serie experimentele gegevens in verband te brengen met de in de negentiende eeuw ontwikkelde mathematische foutentheorie.

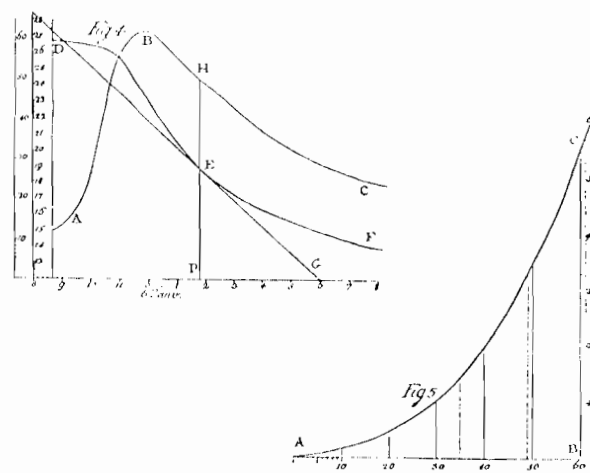


fig. 6 Verdampingssnelheid van water. Lambert, 1769

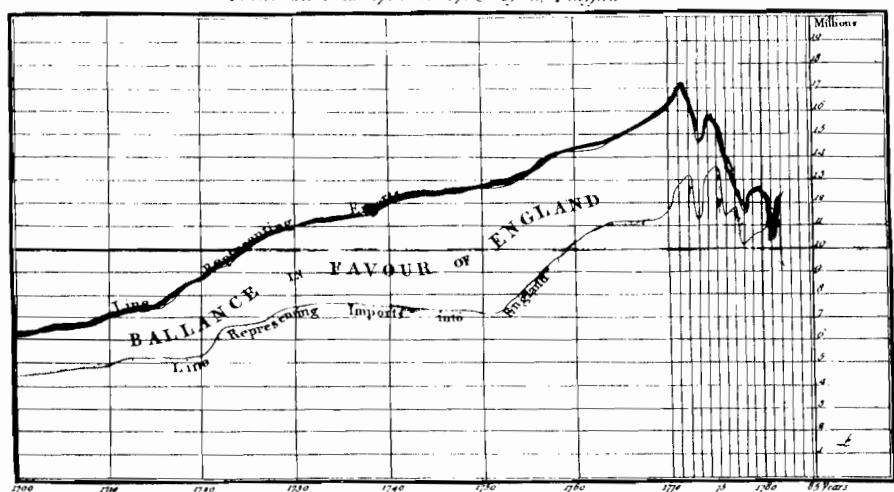
De opmars van de grafiek zou uit een heel andere hoek komen.

### William Playfair

William Playfair (1759-1823), jongere broer van de Schotse wiskundige John Playfair, wordt algemeen beschouwd als de uitvinder van drie van de meest gebruikte typen grafische voorstellingen in de statistiek: de *lijngrafiek*, het *staafdiagram* en het *sectordiagram*.

Aanvankelijk was Playfair vooral geïnteresseerd in het weergeven van tijdreeksen. De oudst bekende tijdreeksen met economische details zijn de afbeeldingen van de Engelse handelsbalans (zie figuur 7), gepubliceerd in Playfair's boek *The Commercial and Political Atlas* (Londen, 1786). Het verschil tussen de export en de import geeft de balans voor Engeland weer, wat Playfair nog eens extra

*CHART of all the IMPORTS and EXPORTS to and from ENGLAND From the Year 1700 to 1782 by W. Playfair*



*The Divisions at the Bottom, exp: ref: YEARS, & those on the Right hand, MILLIONS of POUNDS  
J. Baine Sculp<sup>t</sup> Published on the 1st day of 20<sup>th</sup> Aug<sup>r</sup> 1784*

fig. 7 Engelse handelsbalans. Playfair, 1786

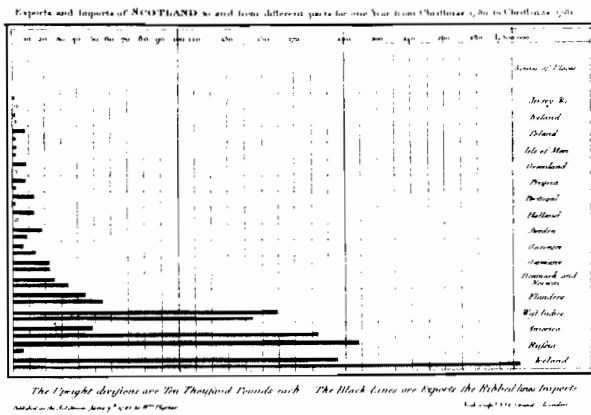


fig. 8 Import en export in Schotland. Playfair, 1786

benadrukte door verschillende kleuren te gebruiken al naar gelang die balans positief of negatief was. Playfair legde in de *Atlas* omstandig uit hoe de ordinaten van zijn grafieken begrepen moesten worden. Hij vergeleek de hoogten boven de horizontale as met stapels munten:

'Suppose the money received by a man in trade were all in guineas, and that every evening he made a single pile of all the guineas received during the day, each pile would represent a day, and its height would be proportioned to the receipts of that day; so that by this plain operation, *time, proportion, and amount*, would all be physically combined.' (Atlas 3<sup>rd</sup> ed. p. ix)

Alle afbeeldingen in het genoemde boek van Playfair waren tijdreeksen, op één na. Playfair wilde import- en exportgegevens van en naar Schotland in beeld brengen, maar hij beschikte slechts over gegevens voor één bepaald jaar (1781). Hij besloot de verschillende gegevens weer te geven met behulp van stroken (zie figuur 8) en zo ontstond het allereerste staafdiagram. Zelf was Playfair

niet erg tevreden over deze afbeelding. De ware grafiek immers, vond hij, was die welke een ontwikkeling in de tijd laat zien. Later zou hij daar wat ruimer over gaan denken.

Een heel bijzondere afbeelding van Playfair is die waarin de prijs van tarwe vergeleken wordt met het gemiddeld loon van een goed ambachtsman (zie figuur 9). Hij beschikte over reeksen van 250 jaar (!), van 1565 tot 1821. De conclusie die Playfair uit deze afbeelding trekt, luidt:

'that never at any former period was wheat so cheap, in proportion to mechanical labour, as it is at the present time'.

Playfair heeft in deze figuur ook nog aangegeven wie in Engeland de heersende vorst was. Drie variabelen in één afbeelding dus!

In een later boek, *The Statistical Breviary*, liet Playfair het idee dat een afbeelding verband moet houden met de fysieke werkelijkheid nog verder los. Een enigszins curieuze, maar wel fraaie plaat om te zien, is de grafiek van figuur 10, die oorspronkelijk in verschillende kleuren was uitgevoerd. De cirkels stellen de oppervlaktes van de genoemde landen voor. Het linker lijnstuk correspondeert met de bevolkingsomvang van het betreffende land in miljoenen. Het rechter lijnstuk stelt de belastingopbrengst in miljoenen pond sterling voor. De stippellijn verbindt de twee lijnstukken van één land met elkaar en zegt iets over de verhouding tussen die twee. Het is verleidelijk om een interpretatie te geven aan de helling van de stippellijn, maar dat gaat mis, want die wordt mede bepaald door de grootte van de cirkel. De verdeling van de cirkel die het Turkse rijk weergeeft in sectoren is het oudst bekende voorbeeld van een sectordiagram. Playfair probeert met deze afbeelding meer variabelen in één figuur met elkaar in verband te brengen: oppervlakte,

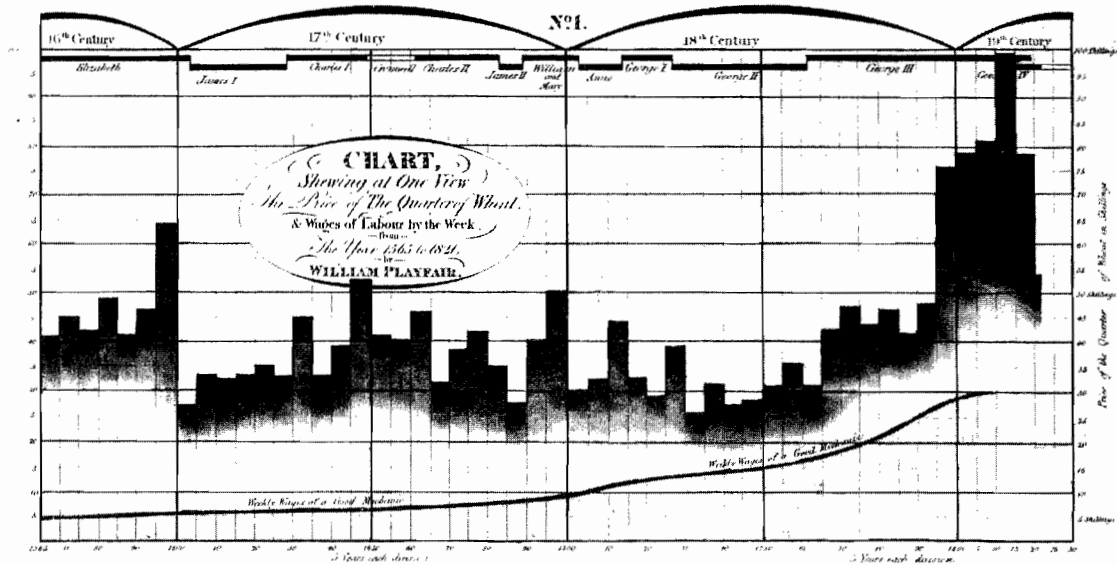


fig. 9 Tarweprijzen, lonen van een goed ambachtsman en de heersende vorst in Engeland. Playfair

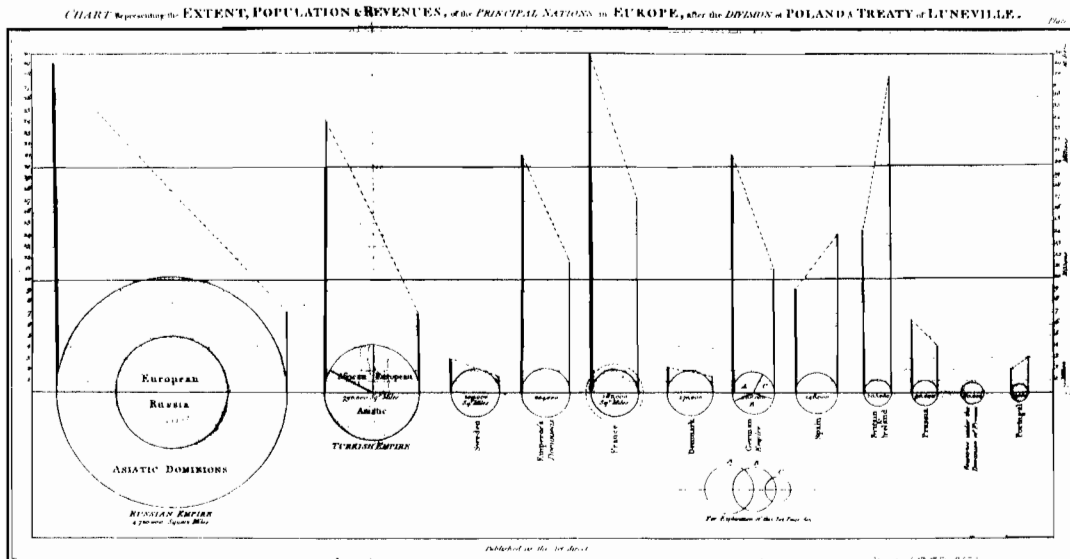


fig. 10 Oppervlaktes, bevolkingsomvang, belastingopbrengst. Playfair

bevolkingsomvang en belastingopbrengst; een voorbeeld van multivariate analyse dus.

Playfair had enige tijd als tekenaar voor James Watt gewerkt. Het is bekend dat deze op zijn stoommachines een apparaat had gemonteerd dat automatisch de druk en het volume registreerde. Het is mogelijk dat deze automatische registratie Playfair op het idee van zijn grafische weergave van tijdreeksen heeft gebracht.

Playfair zelf zei dat hij was geïnspireerd door zijn broer John en door de biografische tijdlijn van de Engelsman Joseph Priestley. Priestley (1733-1804) – beter bekend uit de scheikunde als de ontdekker van zuurstof – had in 1765 zijn *Chart of Biography* gepubliceerd, een grafiek van enorme afmetingen die de periode van circa 1200 v. Chr. tot 1750 n. Chr. besloeg en waarop de levens van bijna 2000 mensen waren gemarkeerd. De afbeelding (figuur 11) toont een klein stukje van deze grafiek.

Priestley had meerdere bladzijden nodig om te beargmenteren waarom het redelijk is de tijd voor te stellen door middel van een horizontale lijn. Dat was voor zijn tijdgenoten blijkbaar niet zo voor de hand liggend. Priestleys 'chart' sloeg aan en moest ettelijke malen herdrukt worden. In latere edities kwam Priestleys omstandige uitleg niet meer voor; blijkbaar was die overbodig geworden.

Overigens was Priestley niet de eerste die dergelijke grafieken maakte. Al in 1753 had de Fransman Jacques Barbeu-Dubourg (1709-1779) zijn *chronographie* gemaakt, een achttien meter lange grafiek met een tijdlijn vanaf de Schepping tot aan Dubourgs dagen met daarop onder meer de namen van belangrijke personen. De grafiek was aan beide zijden opgerold en in een metalen behuizing geplaatst, waardoor hij stukje bij beetje kon worden bekeken (zie Wainer, 1998).

## A Specimen of a Chart of Biography.

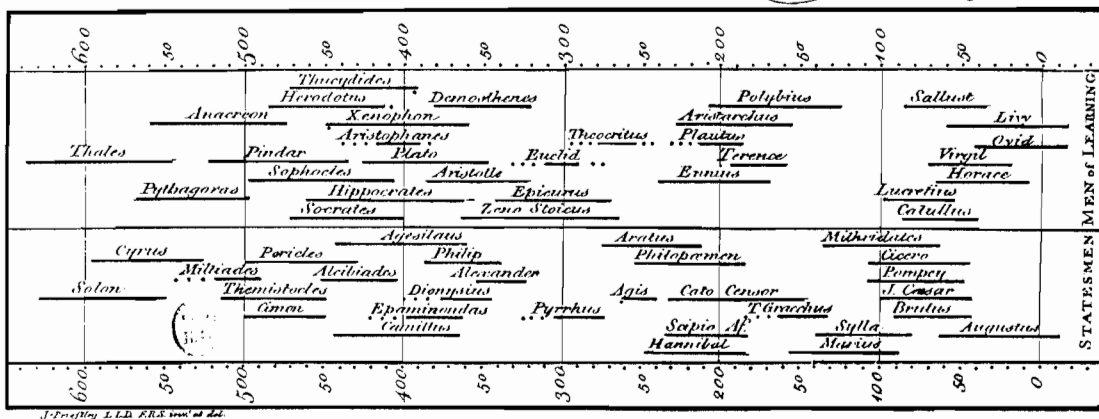


fig. 11 Een stukje van de 'Chart of Biography'. Priestley, 1765

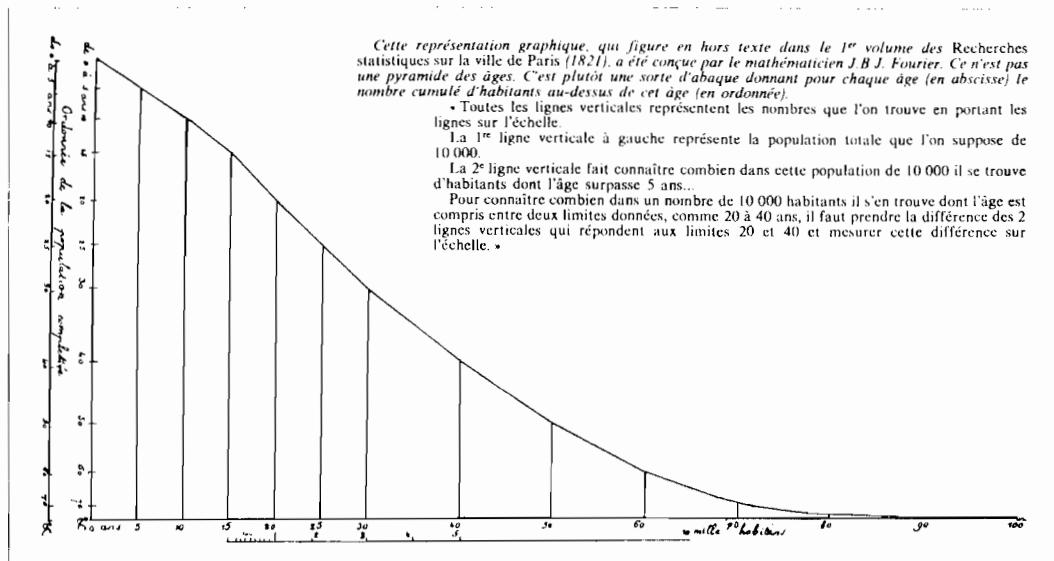


fig. 12 Leeftijdsopbouw van de mannelijke bevolking van Parijs in 1817. Fourier, 1821

Playfair publiceerde tussen 1786 en 1822 in totaal zes verschillende boeken met grafieken. Hij vond in Engeland niet veel navolging. Zelfs nog gedurende de hele eerste helft van de negentiende eeuw beperkten Engelse statistische publicaties zich tot het geven van getallen in tabelvorm. In Frankrijk echter vond zijn methode een wat beter onthaal.

### Adolphe Quetelet

Een ander gebied waarop grafieken een zekere rol hebben gespeeld, was het onderzoek naar zaken als de samenstelling en de groei van de bevolking van een land; dit soort onderzoek vormde vanaf de zeventiende eeuw een belangrijke impuls voor de ontwikkeling van de statistiek. Een van de eersten die in dit verband grafieken toepaste (afgezien van de reeds genoemde correspondentie tussen de gebroeders Huygens) was J.L. d'Alembert (1717-1783), maar hij beperkte zich tot hypothetische grafieken, die niet gebaseerd waren op reële gegevens. Adolphe Quetelet publiceerde in 1828 grafieken waarin hij de mortaliteit in België vergeleek met die in Frankrijk.

De wiskundige J.B.J. Fourier (1768-1830) maakte uitgebreide grafieken van de resultaten van de Franse volkstelling van 1817. In een artikel uit 1821 gaf hij de leeftijdsopbouw van de mannelijke bevolking van Parijs weer in wat waarschijnlijk de eerste cumulatieve frequentiekromme is geweest (zie figuur 12). Hij legde onder meer uit hoe deze grafiek kon worden gebruikt om bijvoorbeeld af te lezen hoeveel mannen er waren tussen twee leeftijdsgrenzen.

Over de Belgische wetenschapper Lambert Adolphe Jacques Quetelet (1796-1874) heeft Ida Stamhuis een uitvoerig artikel in *Euclides* geschreven (Stamhuis, 1966a). Quetelet, van oorsprong wis- en sterrenkundige, begon zich te interesseren voor de statistiek, en dan vooral de sociale statistiek. Hij was betrokken bij de eerste grote

volkstelling, die in 1830 plaatsvond in de toenmalige Nederlanden. Quetelet ontwikkelde het idee van de 'gemiddelde mens' en modelleerde menselijke eigenschappen (zowel lichamelijke als geestelijke) met behulp van de normale verdeling, die hij kende uit de foutenanalyse in de sterrenkunde.

De grafiek van figuur 13 stamt uit 1827. Het is waarschijnlijk een van de eerste voorbeelden van een grafische weergave van het chronologisch verloop van bevolkingsgegevens.

In de grafiek zijn het aantal geboorten en sterftes in Brussel per maand – gemiddelden over een periode van achttien jaar – uitgezet, samen met het temperatuurverloop. De afwerking van de grafiek is tamelijk simpel, een verticale schaalverdeling ontbreekt.

In een andere grafiek (figuur 14) maakte Quetelet een vergelijking tussen het aantal geboortes, sterftes en huwelijken in de verschillende Nederlandse provincies (waar in 1827 ook België nog onder viel). In deze grafiek zijn opgenomen: de verhouding totale bevolking : aantal sterftgevallen, bevolking : geboorten, bevolking : huwelijken en geboorten : huwelijken. Quetelet is waarschijnlijk ook de eerste geweest die gebruik maakte van frequentieverdelingen. Hij tekende een grafiek waarin hij het percentage misdaden begaan in elke leeftijdsgroep weergaf. Quetelet was ook de initiatiefnemer van het eerste internationale Statistische Congres, dat in 1853 in Brussel werd gehouden. Op dit eerste congres volgden tot 1876 nog acht andere. Op het derde congres (Wenen, 1857) werd de grafische weergave van statistische gegevens uitgebreid besproken en er ontstonden heftige discussies, onder meer over de vraag of de grafische methode wel wetenschappelijk was. Op de volgende congressen kwam het onderwerp regelmatig terug en werd onder andere gestreden over de vraag in hoeverre het Congres aanbevelingen moest doen over de standaardisering van grafieken (*Van taarten en balken*, p. 11; Funkhouser, 1937, p. 310 e.v.).



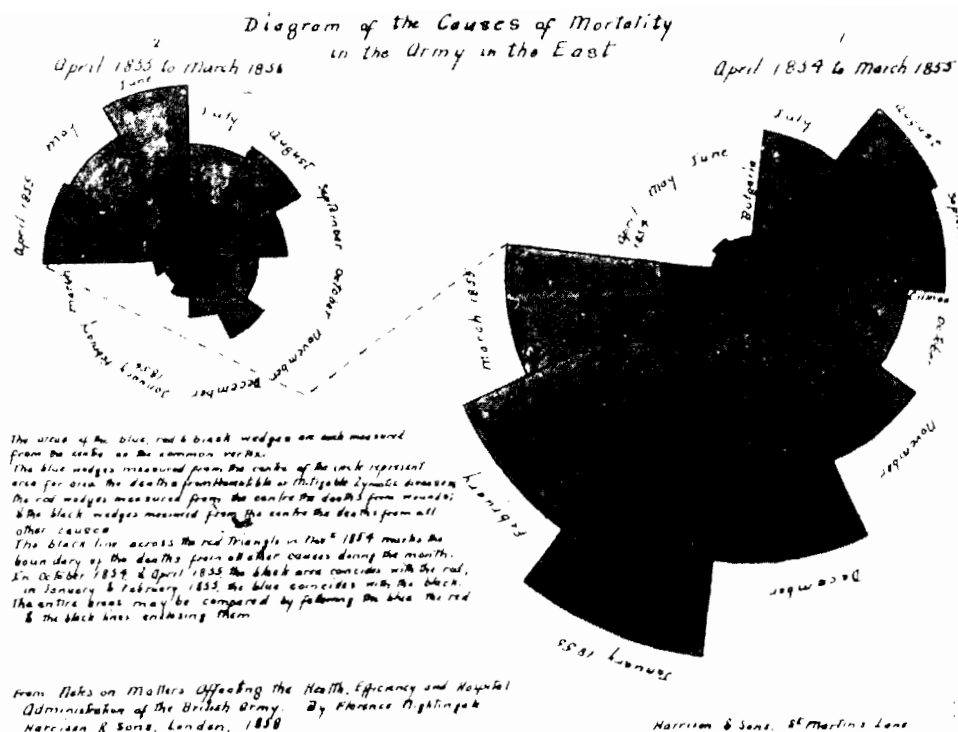


fig. 16 Sterfte naar doodsoorzaak in de Krimoorlog. Florence Nightingale, 1858. Bron: Funkhauser, 1937

## Florence Nightingale

Een tijdgenote van Quetelet was de Engelse Florence Nightingale (1820-1910). Van de hand van Ida Stamhuis is in *Euclides* een artikel over haar leven en haar betekenis voor de statistiek verschenen (Stamhuis, 1996b). Bekend geworden is het diagram waarmee ze de sterftegevallen in de Britse militaire hospitalen ten tijde van de Krimoorlog in 1855 in beeld bracht (figuur 15).

Met dit diagram wilde Nightingale de Engelse politici duidelijk maken dat de sterfte onder de soldaten vooral een gevolg was van slechte hygiënische omstandigheden en veel minder van het oorlogsgeweld.

Het is enigszins merkwaardig dat Edward Tufte Nightingale helemaal niet noemt in zijn boeken, want uit het oogpunt van grafische vormgeving zijn haar afbeeldingen zeker bijzonder. In de figuur zijn de oppervlakten van de cirkelsegmenten de maat voor het aantal slachtoffers. Een dergelijk diagram was nog niet eerder ontworpen. Wainer (1997) noemt Nightingale wel. Hij besteedt een hoofdstuk aan haar grafiek en moderne varianten erop.

## Charles Minard

Een van de grote vernieuwers van de grafische weergave was de Franse ingenieur Charles Minard (1781-1870). Hij heeft een bijzonder groot aantal grafieken op zijn naam staan en heeft een aantal nieuwe technieken ont-

wikkeld. Minard was als ingenieur vooral betrokken bij de ontwikkeling van zeehavens en het zich snel uitbreidende spoorwegnet. Hij ontwierp onder meer grafieken die de hoeveelheid vervoerde goederen op een bepaald traject moesten laten zien (figuur 16). In deze grafiek zijn de afstanden op de horizontale as evenredig met de afstanden tussen de verschillende stations. Daardoor zijn de oppervlakten van de rechthoeken een maat voor de opbrengsten op elk deeltraject. De donker gearceerde strook onderaan geeft de transitogoederen aan, de goederen die van het ene uiteinde van de lijn naar het andere werden vervoerd. Minard maakte talloze kaarten waarop statistische gegevens grafisch waren verwerkt. Zo maakte hij bijvoorbeeld kaarten waarop de hoeveelheid vervoerde goederen of passagiers was aangegeven door ieder deeltraject af te beelden met een dikte die evenredig was aan de weer te geven hoeveelheid.

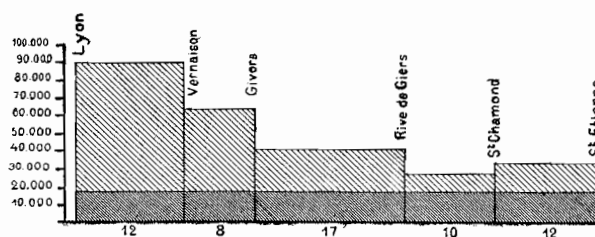


fig. 16 Hoeveelheid vervoerde goederen op de verschillende delen van een spoorlijn. Minard.



Een voorbeeld van een dergelijke kaart, gemaakt volgens de methode-Minard, is die in figuur 17, die de verkeersintensiteit aangeeft op de wegen tussen Rouen en Évreux.

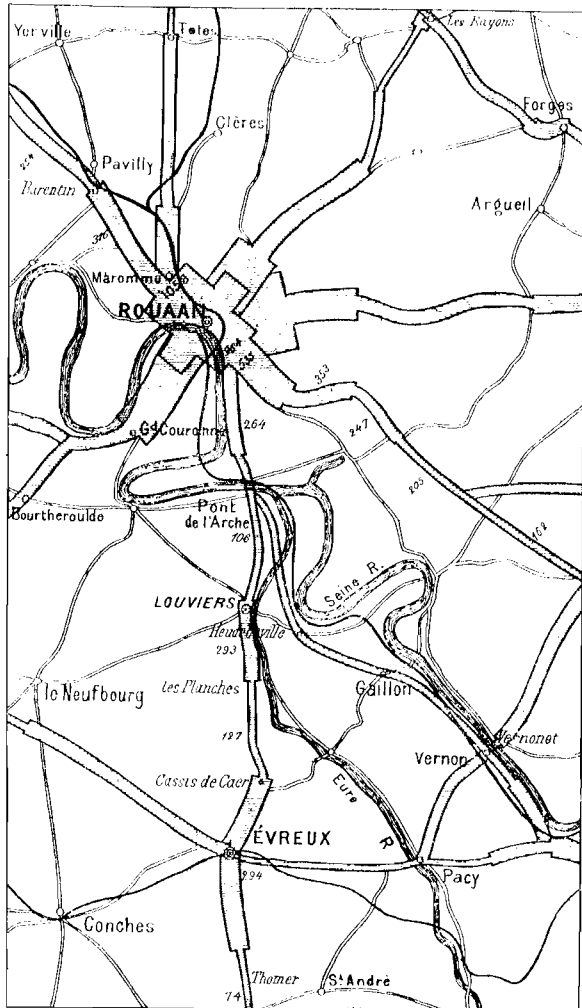


fig. 17 Verkeersintensiteit tussen Rouaan en Évreux. Minard

Op ditzelfde principe berust ook de wellicht bekendste creatie van Minard, de kaart over de Franse veldtocht naar Moskou in 1812 (zie figuur 19). Enkele jaren geleden is deze afbeelding al eens in de *Nieuwe Wiskrant* opgenomen (Verhage, 1993). Op deze kaart uit 1861 is bijzonder veel te zien, in feite wordt er een compleet verhaal verteld. Edward Tufte zegt van deze kaart (1983, p. 40) 'It may well be the best statistical graphic ever drawn'. Minard maakte ook nog grafieken waarin hij kaarten combineerde met andere vormen van grafische representatie.

## Statistische kaarten

Fraaie staaltjes van grafische vormgeving zijn van oudsher te vinden in de cartografie. Thematische kaarten zijn al vrij oud. De oudst bekende geologische kaart met daarop de verspreiding van grondsoorten en mineralen is

van 1755. De eerste die dergelijke kaarten gebruikte om economische gegevens weer te geven, was de Duitse professor A.W.F. Crome. Hij publiceerde in 1782 de *Producten-Karte von Europa*, een ware statistische atlas. Maar zijn werk bleef tamelijk onbekend.

In 1819 publiceerde Pierre Charles Dupin (1784-1873) een kaart van Frankrijk waarop met verschillende grijs-tinten de verspreiding van het analfabetisme was weergegeven, de 'carte de la France éclairée et de la France obscure'. Deze kaart maakte grote indruk op zijn tijdgenoten en is vele malen herdrukt. Zijn landgenoten Balby en Guerry pasten dezelfde techniek toe om het aantal misdrijven per departement weer te geven (zie figuur 18).

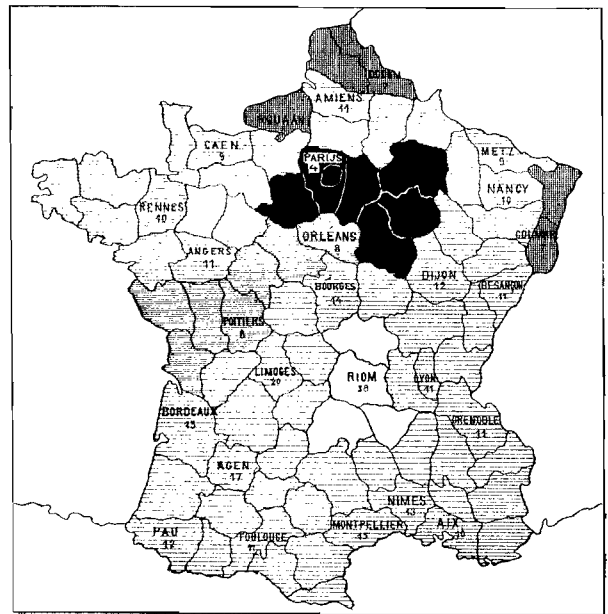


fig. 18 Aantal misdadigers per 1000 inwoners in verschillende departementen van Frankrijk in 1825, 1826 en 1827. Balby en Guerry

Een nadeel van dergelijke kaarten is dat het aantal verschillende kleuren of grijs-tinten in de praktijk beperkt is. Een alternatief zijn de zogenoemde 'reliëfkaarten'. Kaarten met daarop 'niveau-krommen', lijnen die punten verbinden die gelijke waarden aannemen op een bepaalde variabele, worden veel gebruikt in de meteorologie; denk maar aan de bekende weerkaarten met daarop de isobaren – lijnen die punten van dezelfde luchtdruk verbinden. Hoogtelijnen komen al voor op zeventiende-eeuwse Hollandse kaarten ten behoeve van de berekening van het verval van rivieren en kanalen.

In 1701 had Edmond Halley al een wereldkaart met isogonen (lijnen van gelijke magnetische declinatie) gemaakt. Cruquius gebruikte als eerste niveau-krommen om punten van gelijke diepte met elkaar te verbinden op een kaart van de monding van de Merwede uit 1730.

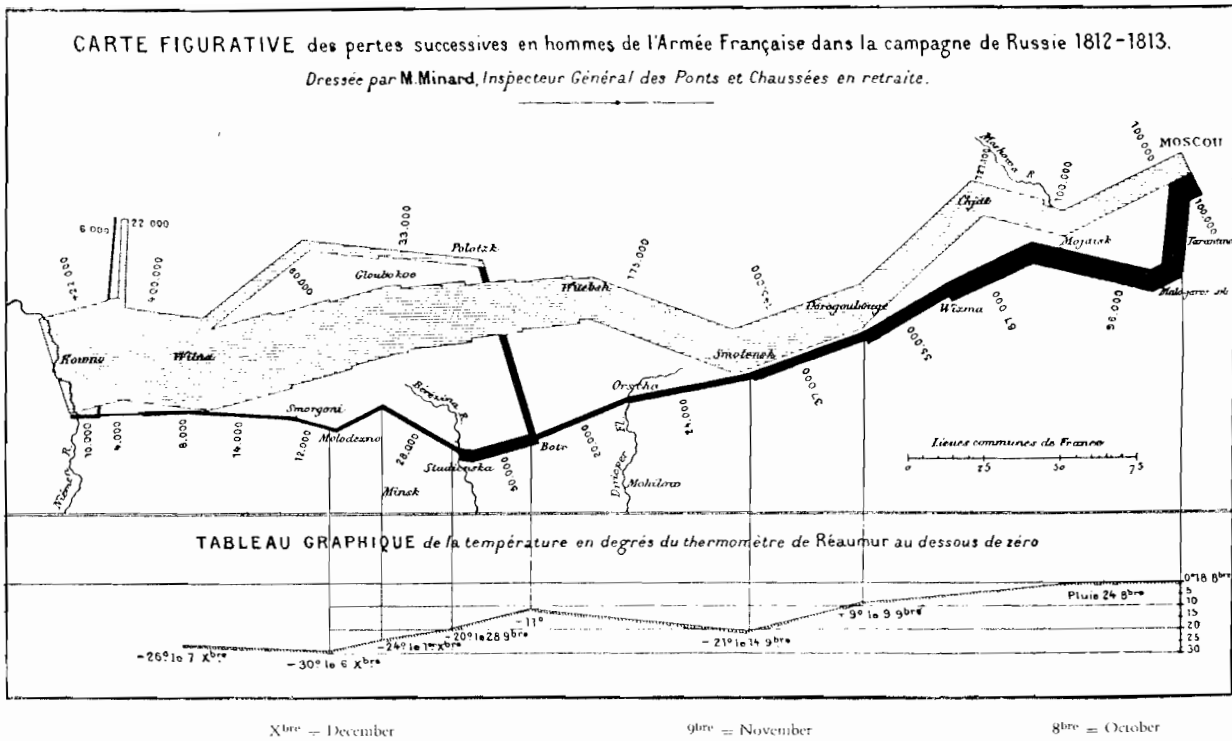


fig. 19 Napoleon's tocht naar Moskou. Minard

In Frankrijk werd de methode vanaf ongeveer 1840 toegepast door de ingenieur Léon Lalanne, op wie wij later nog terugkomen. Lalanne meende dat met deze techniek ook statistische gegevens zouden kunnen worden weergegeven, maar hij bracht dat niet in praktijk.

Pas in 1874 maakte L.L. Vauthier een kaart volgens de methode die door Lalanne was voorgesteld (zie figuur 20), waarop de bevolkingsdichtheid in de stad Parijs is af te lezen (aantal inwoners per ha). Vauthier tekende nog een hele serie van dergelijke kaarten, maar zijn methode vond weinig navolging. De belangrijkste reden daarvoor is dat de gegevens waarop dit soort kaarten is gebaseerd, meestal niet voor ieder punt bekend zijn, maar alleen berekend worden voor grotere territoriale eenheden (wijken, gemeenten, provincies en dergelijke).

Hoe nuttig een grafische analyse kan zijn, wordt geïllustreerd door de kaart die Dr. John Snow in 1854 maakte van de sterftegevallen als gevolg van cholera in het centrum van Londen (zie figuur 21). Op de kaart zijn de sterftegevallen met rondjes aangegeven en de plaats van waterpompen met kruisjes. Snow ontwierp deze kaart om zijn stelling kracht bij te zetten dat het water uit de pomp in Broad Street de boosdoener was. Hij gebruikte de kaart om het stadsbestuur van zijn gelijk te overtuigen. Op zijn aandringen werd de zwengel van de pomp verwijderd, waarna er snel een einde kwam aan een epidemie die al vijfhonderd slachtoffers had geëist. (Een uitgebreide analyse van de kaart van Snow is te vinden in Tufte, 1997, p. 27-37.)

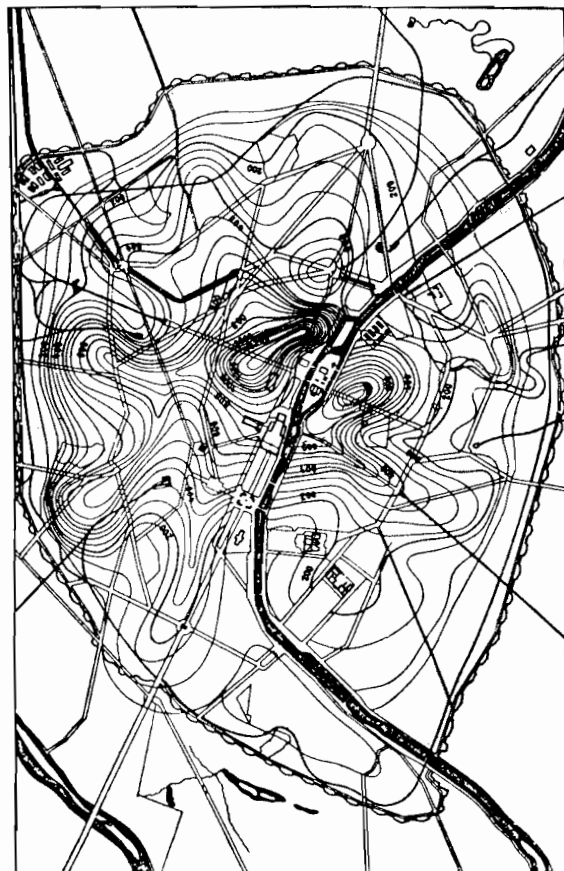


fig. 20 Niveaustrommen met bevolkingsdichtheid van Parijs. Vauthier, 1874



fig. 21 Sterftegevallen als gevolg van cholera in Londen. John Snow, 1854

## Léon Lalanne

De Franse ingenieur Léon Lalanne zag in dat reliëfkaarten zeer goed bruikbaar waren voor de weergave van de geografische variatie van allerlei variabelen. Hij maakte in de tweede helft van de negentiende eeuw meerdere kaarten volgens dit principe. Hij beseftte echter dat de methode niet alleen bij kaarten bruikbaar was, maar steeds wanneer de waarde van een derde variabele moet worden weergegeven als functie van twee andere. Een wel zeer

fraai voorbeeld is de grafiek van figuur 22, waarop de lijnen punten verbinden van gelijke gemiddelde temperatuur. Lalanne experimenteerde met volstrekt nieuwe vormen van grafische weergave. Hij maakte uitgebreid gebruik van schaaltransformaties, door hem 'meetkundige anamorfosen' genoemd. De logaritmische was daarvan de meest gebruikte, maar zeker niet de enige, zoals blijkt uit figuur 23, waarin Lalanne de mannelijke bevolking van Frankrijk in 1840 vastlegde.

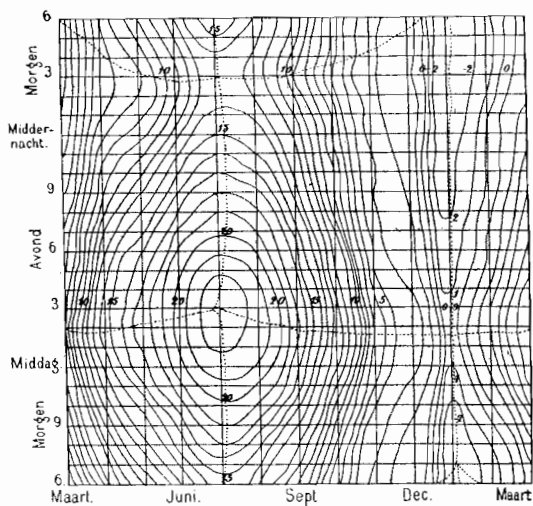


fig. 22 Lijnen van gemiddelde temperatuur te Halle. Lalanne

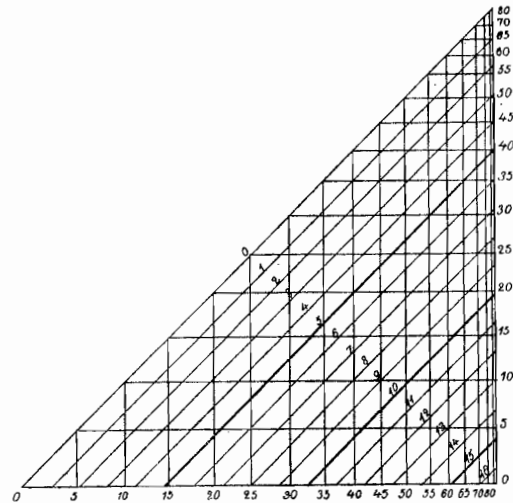


fig. 23 Nomogram van mannelijke bevolkingsopbouw in Frankrijk. Lalanne

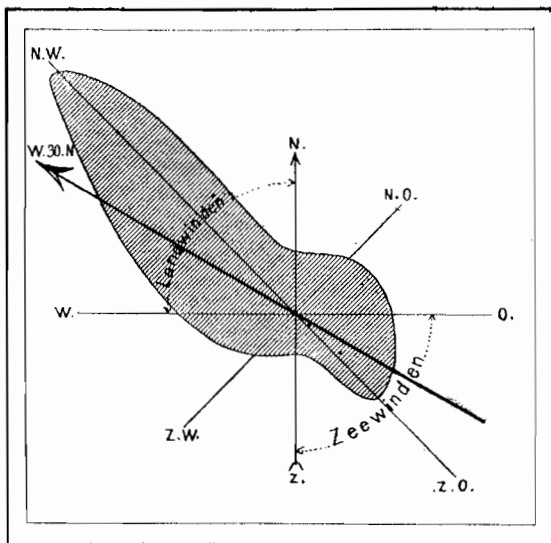


fig. 24 Verdeling van winden naar windrichting. Lalanne

De horizontale en verticale schalen zijn hier evenredig met de cumulatieve frequenties, waardoor de diagonale lijnen, die deze frequenties weergeven, op onderling gelijke afstanden komen te liggen. Om bijvoorbeeld af te lezen hoeveel mannen er waren tussen de twintig en de veertig jaar, gaat men vanaf de 20 op de verticale as naar links tot aan de verticale lijn die correspondeert met 40 op de horizontale as. Het snijpunt van de beide lijnen ligt op de diagonale lijn die een bevolking van 5 (miljoen mannen) aangeeft.

Daar waar windrichtingen grafisch moeten worden weergegeven, ligt het gebruik van poolcoördinaten voor de hand. De grafiek van figuur 20 toont op hoeveel dagen per jaar de wind in een bepaalde richting waaide. Lalanne is waarschijnlijk de eerste geweest die dergelijke grafieken maakte.

Later werd ingezien dat deze vorm van weergave nuttig kon zijn voor gegevens die zich periodiek herhalen. De Franse spoorwegen brachten bijvoorbeeld een grafiek uit waarin de wekelijkse inkomsten waren weergegeven rondom een soort wiel met 52 spaken, waarvan de lengte evenredig was met de inkomsten. Door de uiteinden van de spaken met lijnstukken te verbinden, ontstond een soort spinnenweb.

### 'The golden age of graphics'

De periode tussen 1860 en 1890 wordt door Funkhouser (1937 p. 330) 'the golden age of graphics' genoemd. Op de Statistische Congressen waren tentoonstellingen van grafieken en statistische kaarten te zien en ook op de Wereldtentoonstelling in Parijs in 1878 was er uitgebreid aandacht voor grafieken.

In deze periode verscheen ook het eerste 'handboek' over de grafische weergave van gegevens: *La méthode graphique dans les sciences expérimentales et principalement en physiologie et en médecine* (1878) van de Fransman E.J. Marey (1830-1911). Het boek werd enkele jaren later in het Nederlands vertaald door F.M. Jaeger en in 1883 uitgebracht onder de titel *De Grafische Methode. Haar aanwending in de Statistiek en Staatluishoudkunde op*

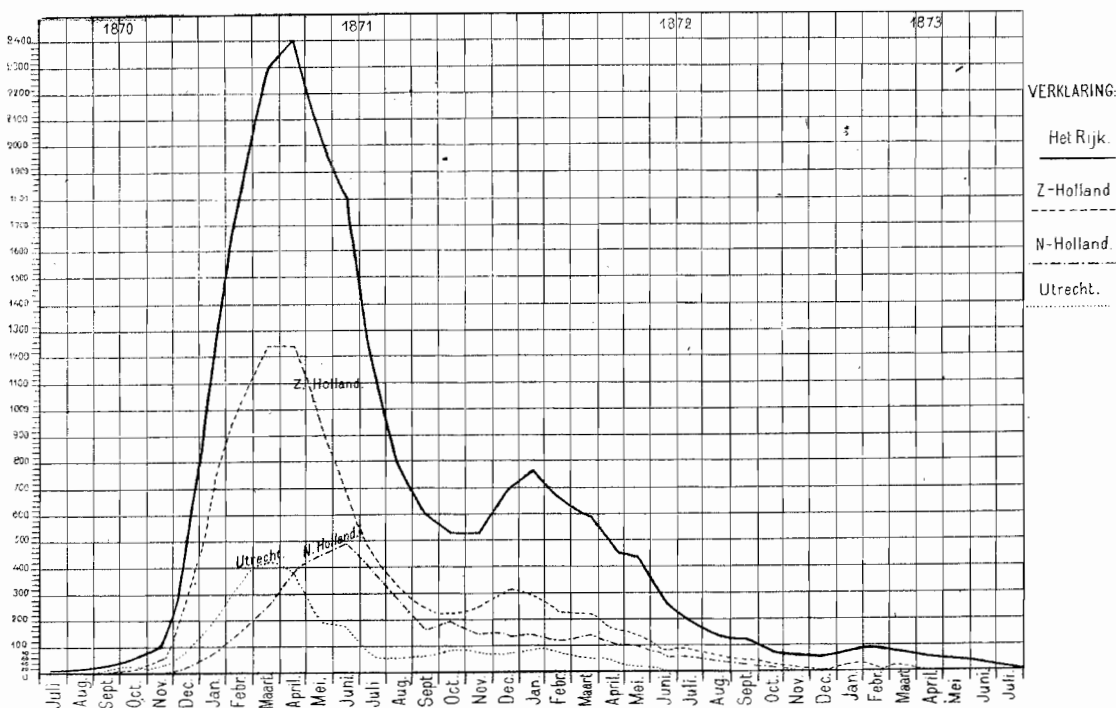


fig. 25 Sterfte ten gevolge van pokkenepidemie in Nederland van 1870-1873. Jaeger, 1883

Industrieel, Handels- en Natuurwetenschappelijk gebied en in 't Bijzonder in de Geneeskunde en Physiologie.

Jaeger voegde in deze editie een aantal voorbeelden toe van Nederlandse grafische statistiek, zoals figuur 25, die een overzicht geeft van de sterfte als gevolg van de pokkenepidemie van 1870-1873. Jaeger heeft allerlei artikelen geschreven waarin hij de voordelen van het gebruik van de grafische methode aantoonde. Ook in de geneeskunde stond de grafiek toen nog in de kinderschoenen. In het door Jaeger vertaalde boek besteedde Marey uitgebreid aandacht aan het werk van de Fransman Lorain, die het gebruik van grafieken verdedigde om het verloop van bijvoorbeeld de temperatuur van patiënten weer te geven, iets wat toen nog een nieuwigheid was.

In deze tijd werd het gebruik van grafieken in officiële publicaties geleidelijk aan steeds algemener. Een van de beste voorbeelden is het *Album de Statistique Graphique* dat tussen 1879 en 1897 jaarlijks in Frankrijk werd uitgegeven door het speciaal daarvoor opgerichte Bureau de la Statistique Graphique en alom bekendheid genoot.

Ook in de Verenigde Staten won het gebruik van grafieken veld en bekend zijn vooral de *Statistical Atlases*, gebaseerd op de gegevens van de volkstellingen. In de *Statistical Atlas of the United States Based on the Ninth Census* (1874) verscheen voor het eerst de voorloper van de nu alom bekende bevolkingspiramide (figuur 26).

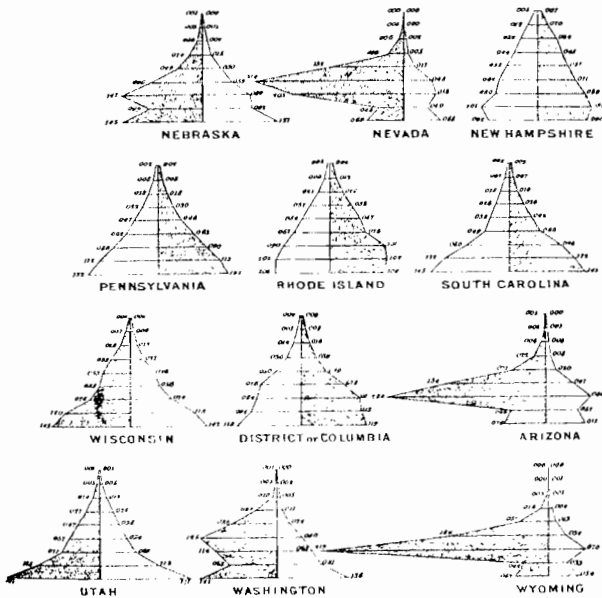


fig. 26 Bevolkingspiramides van aantal Amerikaanse Staten. 1874

Het stereogram, de driedimensionale grafiek, is een uitvinding die pas 120 jaar geleden werd gedaan. Het stereogram dat de Italiaan L.A. Perozzo in 1879 maakte op basis van gegevens over de Zweedse bevolking (zie figuur 27) was waarschijnlijk het eerste. Op de drie assen zijn af te lezen: jaartallen, leeftijden en frequenties. De gebroken lijnen tonen niet alleen het verloop van jaar tot jaar

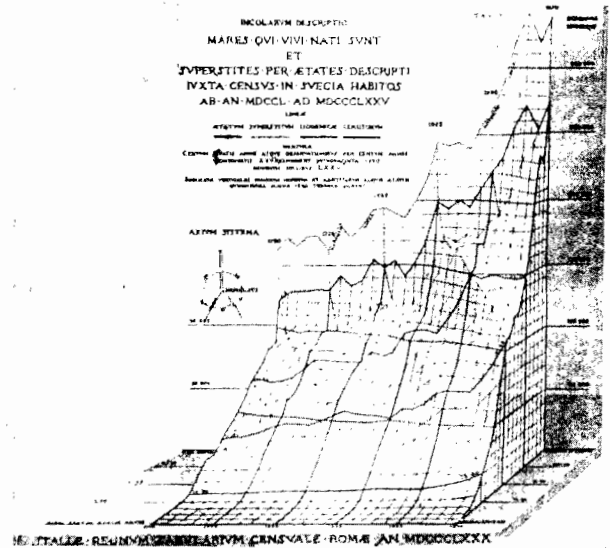


fig. 27 Groei van de bevolking van Zweden van 1750 tot 1875. Perozza, 1879

van de bevolking van een bepaalde leeftijd en de opbouw naar leeftijd van de bevolking in een bepaald jaar, maar de schuine grafieken geven bovendien een beeld van het verloop van een bepaald 'cohort', bijvoorbeeld de ontwikkeling van de groep mensen die in 1750 geboren werden.

Francis Galton (1822-1911) werd vooral bekend om zijn onderzoek naar regressie en correlatie. Ida Stamhuis schreef over hem in *Euclides* (Stamhuis 1996c). Galton maakte in zijn correlatieonderzoek aanvankelijk veel gebruik van grafische tabellen zoals die in figuur 28. Het bijzondere daaraan is dat de getallen fungeren als punten in een spreidingsdiagram en tegelijk de respectievelijke frequentie aangeven. Galton – die zei geïnspireerd te zijn door de niveaукrommen op hoogtekaarten – gebruikte dit soort diagrammen voor de grafische bepaling van de correlatiecoëfficiënt.

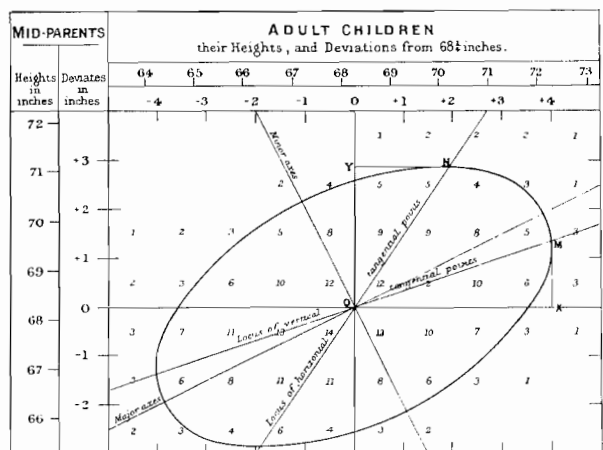


fig. 28 Grafische correlatietabel met verband tussen lengtes ouders en hun volwassen kinderen. Galton

## Pictogrammen

Het pictogram werd voor het eerst geïntroduceerd door M.G. Mullhall (1836-1900). Populair was vooral zijn *Dictionary of Statistics* uit 1884, waaraan figuur 29 is ontleend.

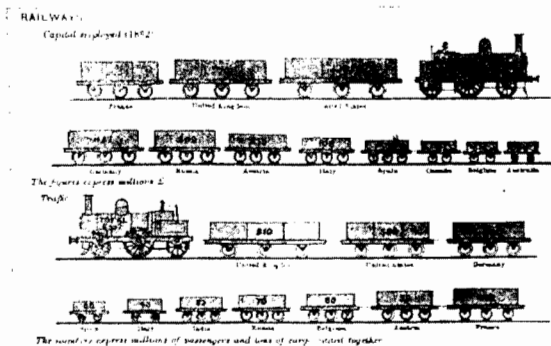


fig. 29 Pictogram van Mullhall, 1884

In de figuur zijn de wagons, die in het origineel groen en paars gekleurd waren, gerangschikt naar afnemende grootte. Iedere wagon stelt een land voor en zijn grootte is evenredig met de grootte van de weer te geven variabele.

Het gebruik van pictogrammen kwam tot een hoogtepunt in de zogenoemde 'Wiener Methode der Bildstatistik', de beeldtaal die Otto Neurath (1882-1945) ontwierp als directeur van het Gesellschaft- und Wirtschaftsmuseum dat in 1924 in Wenen werd geopend. Neurath, een van de leden van de 'Wiener Kreis', standaardiseerde de gebruikte symbolen en produceerde grote hoeveelheden pictogrammen. Deze beeldtaal zou volgens Neurath niet alleen bijdragen aan de 'Aufklärung' van de massa's, maar ook een middel zijn om te komen tot de door de Wiener Kreis nagestreefde eenheid van de wetenschap.

In de tweede helft van deze eeuw heeft het belang van de grafische representatie als uitgangspunt voor een analyse van statistische gegevens nieuwe impulsen gekregen, onder andere door het werk van John Tukey (bijvoorbeeld in zijn boek *Exploratory Data Analysis* van 1977) – de uitvinder van het stam-blad-diagram en de popularisator van de 'box plot'.

Heden ten dage is de grafiek nauwelijks meer weg te denken uit ons dagelijks leven. De media maken er uitgebreid gebruik van, niet alleen om kwantitatieve gegevens weer te geven, maar vaak ook als 'verluchting'. Niet altijd wordt er een goed evenwicht tussen die twee zaken gevonden. Met name de kranten zondigen nogal eens tegen één van de criteria die Edward Tufte aanlegt voor een goede grafiek, de maximalisatie van de 'data-ink ratio': een zo hoog mogelijk percentage van de gebruikte inkt zou moeten dienen voor het overbrengen van informatie. De opmars van de computer heeft niet alleen het ontwerpen van grafieken een stuk gemakkelijker gemaakt, maar

biedt ook mogelijkheden voor geheel nieuwe typen grafieken. Zo is het bijvoorbeeld mogelijk driedimensionale grafieken op het beeldscherm van alle kanten te bekijken. Ook komen er, met name uit de hoek van de gespecialiseerde statistische software, grafieken die echt interactief zijn, waar de gebruiker dus van alles zelf mee kan doen.

## Grafieken en onderwijs, toen en nu

De grafiek deed uiteindelijk ook zijn intrede in het onderwijs, maar niet via de wiskunde. De eerste grafieken verschenen in Franse schoolboeken voor het vak aardrijkskunde, rond 1870. Grafieken in de wiskunde lieten langer op zich wachten. In 1912 publiceerde E.G. Palmer een onderzoek naar het voorkomen van grafieken in Amerikaanse wiskundeschoolboeken: ze had er geen kunnen vinden van vóór 1902.

Het zevende Internationale Statistische Congres, dat in 1869 in Den Haag werd gehouden, deed de aanbeveling statistiek als schoolvak in te voeren op alle niveaus, van lagere school tot universiteit. Maar het zou nog tientallen jaren duren voor deze aanbeveling ook werd opgevolgd. In Nederland was vóór de Mammoetwet de rol van de statistiek in het wiskundeonderwijs beperkt: op het gymnasium  $\alpha$  kon statistiek gegeven worden als keuzeonderdeel. Pas met de invoering van wiskunde II, in 1968, werd de 'mathematische statistiek' een vast onderdeel van de wiskunde op het VWO. Ook kreeg de (beschrijvende) statistiek een plaats in het onderbouwprogramma en in de programma's van MAVO, LBO en HAVO.

In het huidige onderwijs wordt op diverse plekken aandacht besteed aan grafieken. Met de komst van wiskunde A op het VWO in het midden van de jaren tachtig is 'kritisch kijken naar grafieken' zelfs een eindterm van wiskundeonderwijs geworden. Later zijn voor HAVO A en voor de basisvorming vergelijkbare eindtermen geformuleerd.

In de nieuwe tweede fase voor HAVO en VWO is geschiedenis van de wiskunde expliciet als aandachtspunt genoemd. We hopen dat dit artikel zal bijdragen aan een grotere aandacht in het onderwijs voor de geschiedenis van de grafische verwerking en zien mogelijkheden voor bijvoorbeeld profielwerkstukken.

## Grafieken en internet

Op het internet is vrij veel informatie te vinden over grafieken. Een goed beginpunt is de 'Gallery of Data Visualization' van Michael Friendly, grotendeels gebaseerd op het werk van Tufte. Er zijn heel veel afbeeldingen te vinden van grafieken, waaronder een aantal van de in dit artikel genoemde:

<http://hotspur.psych.yorku.ca/SCS/Gallery>

Het 'MacTutor History of Mathematics Archive' bevat een indrukwekkende hoeveelheid biografieën van wis-

kundigen:

<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/history/>

U vindt er onder andere gegevens over wiskundigen als Oresme, Descartes, Halley, d'Alembert, Lambert, Fourier en Quetelet, plus veel verwijzingen naar andere web sites. Er is onder andere een pagina te zien uit Oresme's *Tractatus de latitudinibus formarum*.

William Playfair was geen 'echte' wiskundige en zijn biografie vindt u dan ook niet op bovengenoemde site. Wat schamele informatie over hem en een afdruk van de grafiek over de prijs van de tarwe is te vinden op:  
<http://www.wmich.edu/ssc/about.html>

Plannen voor een biografie van Playfair zijn er wel, zie:  
<http://psych.utoronto.ca/~spence/playfair.html>

Een biografie van Priestley is te vinden op:

<http://home.ptd.net/~sjrubin/uucsv/priestl.htm>

maar die heeft meer aandacht voor Priestleys religieuze dan voor zijn wetenschappelijke bezigheden.

Quetelet lijkt bij het grote publiek vooral bekend om de zogenoemde Quetelet Index, ook wel Body Mass Index of BMI genoemd, die zijn weg gevonden heeft naar de schoolboeken voor wiskunde en inmiddels ook ruimschoots is doorgedrongen tot het world wide web. Daar zijn diverse applets te vinden die op basis van lengte en gewicht uw persoonlijke Quetelet Index berekenen (gewicht in kg delen door het kwadraat van de lengte in meters), al dan niet voorzien van commentaar in de stijl van 'te mager!' Enkele voorbeelden:

<http://www.ggdwu.nl>

(daarna klikken op: 'Test uw gewicht'; een programmaatje van GGD West-Utrecht waarmee u uw Quetelet Index kunt berekenen).

<http://www.phys.uu.nl/~asvdsig/qi.html>

Een heel serieuze site over het gebruik van de BMI bij het onderzoek naar ondervoeding is:

<http://www.odc.com/anthro/docs/bmi/TOC.html>

Quetelet's biografie is te vinden op de bovengenoemde MacTutor website.

Op een site van de James Cook University in Australië:

<http://www.cimm.jcu.edu.au/hist/stats/quet/index.htm>

zijn, behalve biografische gegevens, ook hele stukken te vinden uit de Engelse vertaling van *Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou Essai de physique sociale*, Quetelet's hoofdwerk, dat hij schreef in 1835.

Quetelet's grafieken hebben we niet op het web kunnen vinden.

Ook het verhaal van Florence Nightingale staat op het web. Bijvoorbeeld op de site van het Florence Nightingale Museum:

<http://www.florence-nightingale.co.uk/>

Op deze pagina is ook informatie te vinden over Nightingale's statistisch werk en over haar grafieken.

Zie ook de webpagina die de zanger Country Joe wijdde

aan Florence Nightingale, met onder andere een goed verzorgde tijdlijn:

<http://www.countryjoe.com/nightingale/index.html>

De kaart van Minard over Napoleons tocht naar Moskou spreekt ook heden ten dage nog tot de verbeelding. Er zijn heel wat versies van op het world wide web te vinden. Een kopie van de kaart zoals die verscheen in het boek van Marey is te vinden op:

[http://www.b3e.jussieu.fr/FAURE/text\\_fr/sculp82c.html](http://www.b3e.jussieu.fr/FAURE/text_fr/sculp82c.html)

(Als onderdeel van een sculptuur van de Franse kunstenaar Faure, zie:

[www.b3e.jussieu.fr/FAURE/text\\_fr/sculpt82.html](http://www.b3e.jussieu.fr/FAURE/text_fr/sculpt82.html) )

Op sommige van die webpagina's zijn de ontwerpers met eigen toevoegingen gekomen:

[userwww.sfsu.edu/~max/institution/march.html](http://userwww.sfsu.edu/~max/institution/march.html)

In deze afbeelding is enige dynamiek gebracht, waarmee de beweging van het leger verbeeld wordt.

Een bewerkte en vereenvoudigde versie waar op geklikt kan worden voor allerlei achtergrondinformatie is te vinden op:

<http://www.ddg.com/LIS/InfoDesign97/camilla/forside.htm>

of:

<http://www.ddg.com/LIS/InfoDesignF96/Kelvin/Napoleon/map.html>

Deze pagina's zijn er twee uit een hele serie, ontworpen door studenten van de University of Texas.

Alle projecten van deze studenten zijn te bereiken vanaf:  
<http://www.ddg.com/LIS/InfoDesignF96/>

of:

<http://www.ddg.com/LIS/InfoDesignF97/>

Over de geschiedenis van de cartografie is veel te vinden op het web. Een van de meest uitgebreide sites op het gebied van kaarten, met honderden verwijzingen, bevindt zich op de server van de Universiteit Utrecht:

[http://kartoserver.geog.uu.nl/HTML/staff/oddens/maps\\_atl.htm](http://kartoserver.geog.uu.nl/HTML/staff/oddens/maps_atl.htm)

Marey wordt op het internet vooral genoemd als een van de pioniers van de film. Een pagina met wat informatie over zijn pogingen de menselijke beweging grafisch vast te leggen, is de volgende:

[http://access.tucson.org/~michael/hm\\_1.html](http://access.tucson.org/~michael/hm_1.html)

Over Sir Francis Galton is veel informatie te vinden op:  
<http://www.cimm.jcu.edu.au/hist/stats/galton/index.htm>

Hier onder andere enkele stukken uit Galton's *Memories of My Life* uit 1908.

Op het gebied van eigentijdse grafieken is er op het web heel veel te vinden. We houden het bij één voorbeeld, de 'snapshots' uit de Amerikaanse krant *USA Today*:

<http://www.usatoday.com/snapshot/news/snapndex.htm>

Het zijn goede voorbeelden van grafieken die zondigen tegen het criterium van de maximalisatie van de 'data-ink ratio', die we in dit verband misschien beter de 'data-pixel ratio' zouden kunnen noemen.



## Digitale versie van dit artikel

Het zal u inmiddels duizelen van alle webverwijzingen en hun relatie tot de in dit artikel besproken personen. Via de website van de Nieuwe Wiskrant <http://www.fi.uu/wiskrant/>

kunt u een digitale versie van dit artikel op uw scherm krijgen. Alle hier genoemde webverwijzingen zijn daarin verwerkt. Verder kunt u ook de vele afbeeldingen uit dit artikel vergroot op uw scherm krijgen.

Wim Neeleman, *Universidade Eduardo Mondlane, Mozambique*, email: [wim@stevin.uem.mz](mailto:wim@stevin.uem.mz)

Heleen Verhage, *Freudenthal Instituut*, email: [heleen@fi.uu.nl](mailto:heleen@fi.uu.nl)

## Literatuur

Benigner J.R. & D.L. Robyn (1978). 'Quantitative Graphics in Statistics: A Brief History'. *The American Statistician* 32(1), pp. 1-11.

Kort artikel met een zeer uitgebreide bibliografie.

Dupâquier, J. & M. Dupâquier (1985). *Histoire de la Démographie*. Parijs: Perrin.

Funkhouser, H.G. (1936). 'A note on a tenth century graph'. *Osiris* 1, pp. 260-262.

Funkhouser, H.G. (1937). 'Historical development of the graphical representation of statistical data'. *Osiris* 3, pp. 269-404.

Hoewel zestig jaar oud nog altijd een van de meest complete teksten over dit onderwerp; met uitgebreide bibliografie.

Knecht-van Eekelen, A. de (1985). 'De introductie van het groeidiagram in Nederland in de negentiende eeuw'. *Voeding* 46, pp. 167-174.

Marey, E.J. (1883). *De Grafische Methode*. Vertaald door F.M. Jaeger. Den Haag: Stemberg.

Oosterhuis, T. (1991). *De pijl van Zeno, de geschiedenis van de statistiek*. Baarn: De Fontein.

Robinson, A.H. (1967). The thematic maps of Charles-Joseph Minard. *Imago Mundi* 21, pp. 95-108.

Leven en werk van Minard; speciaal over zijn kaarten; geen originele afbeeldingen.

Royston, E. (1956). 'A note on the history of the graphical representation of data'. *Biometrika* XLIII, pp. 241-247.

Vooraf over Crome en Playfair.

Spence I. & H. Wainer (1997a). 'William Playfair: A Daring Worthless Fellow'. *Chance* 10(1), pp. 31-34.

Over de minder fraaie kanten van Playfairs biografie.

Spence I. & H. Wainer (1997b). 'Who was Playfair?' *Chance* 10(1), pp. 35-37.

Stamhuis, I.H. (1996a). 'De met cijfers bedekte negentiende eeuw, deel 2: Adolphe Quetelet, bepleiter van de statistische middelmaat'. *Euclides* 71(4), pp. 110-115.

Stamhuis, I.H. (1996b). 'De met cijfers bedekte negentiende eeuw, deel 3: Florence Nightingale: statistiek de belangrijkste wetenschap'. *Euclides* 71(6), pp. 182-187.

Stamhuis, I.H. (1996c). 'De met cijfers bedekte negentiende eeuw, deel 4: Francis Galton: geen statistische middelmaat maar superioriteit'. *Euclides* 71(7), pp. 218-222.

Stamhuis, I.H. en A. de Knecht-van Eekelen (red.) (1992). 'De met cijfers bedekte negentiende eeuw'. Themanummer *Genootschap GeWiNa*. Rotterdam: Erasmus Publishing.

Stigler, S.M. (1986). *The History of Statistics; the Measurement of Uncertainty before 1990*. Cambridge, London: Belknap.

Tilling, L. (1975). 'Early Experimental Graphs', *British Journal for the History of Sciences* 8-3(30), pp. 537-556.

Vooraf over J.H. Lambert.

Tufte, E.R. (1983). *The Visual Display of Quantitative Information*. Cheshire: Graphics Press.

Tufte, E.R. (1997). *Visual Explanations; Images and Quantities, Evidence and Narrative*. Cheshire: Graphics Press.

'Van taarten en balken' (1996). Kerstnummer *Grafisch Nederland*.

Een prachtig boekwerk, helaas niet in de handel.

Verhage, H.B. (1991). 'Kritisch kijken naar grafieken'. *Nieuwe Wiskrant* 11(1), pp. 36-42.

Verhage, H.B. (1993). 'Napoleon in Rusland'. *Nieuwe Wiskrant* 12(2), pp. 12-13.

Wainer, H. (1997). *Visual Revelations*. New York: Copernicus-Springer.

Wainer verzorgt de rubriek 'Visual Revelations' in het kwartaaltijdschrift *Chance* van de American Statistical Society.

Wainer, H. (1998). 'The Graphical Inventions of Du-bourg and Ferguson: Two Precursors to William Playfair'. *Chance* 11(4), pp. 39-41.

## ICTMA 9, 1999

De tweejaarlijkse ICTMA conferentie wordt dit jaar van 30 juli tot 3 augustus gehouden in Lissabon, Portugal. (ICTMA: International Conference on the Teaching of Mathe-

matical Modeling and Applications.)

Meer informatie op <http://www.fc.ul.pt/educacao/ictma9>

en per email via [ictma9@fc.ul.pt](mailto:ictma9@fc.ul.pt)