

Onlangs promoveerde Marjolein Kool op een schitterend proefschrift over Nederlandstalige rekenboeken in de vijftiende en zestiende eeuw. **Jan Hogendijk** heeft het voor u gelezen en geeft zijn opinie.

## Wiskunde in de lage landen: die conste vanden getale

Op 9 februari 1999 promoveerde Marjolein Kool in Utrecht op het proefschrift *die conste vanden getale: een studie over Nederlandstalige rekenboeken uit de vijftiende en zestiende eeuw, met een glossarium van rekenkundige termen*. Dit proefschrift was de afronding van haar veelzijdig onderzoek, waarin zij begeleid werd door niet minder dan drie promotores: Prof.Dr. H.J.M. Bos, hoogleraar geschiedenis van de wiskunde, Utrecht; Prof.Dr. W.P. Gerritsen, hoogleraar Nederlandse taal- en letterkunde, Utrecht, en Mw.Prof.Dr. R. Jansen-Sieben, hoogleraar letteren en wijsbegeerte aan de Vrije Universiteit te Brussel.

Geschiedenis van de wiskunde wordt soms gezien als een soort hooggebergte van grote namen en grote ontdekkingen. Zo gezien steekt Nederland in de gouden eeuw boven de wolken uit, met toppen als Huijgens, Hudde, en Jan de Witt, maar in de vijftiende en zestiende eeuw was het vooral een laagland. Dit vlakke land is ook interessant, want hier liggen de wortels van veel wiskunde die gewone mensen in Nederland elke dag gebruiken.

Het proefschrift van Kool is ongewoon, omdat het voor gewone mensen te volgen is (met middelbare school, maar wiskunde A of B is niet noodzakelijk). In hoofdstuk 1, over de verspreiding van het Hindoe-Arabische cijfersysteem en hoofdstuk 2, over scholen en rekenonderwijs in middeleeuwen en renaissance, wordt alle noodzakelijke voorkennis behandeld. Dat gaat op zo'n ontspannen manier, dat je vergeet dat je een proefschrift aan het lezen bent.

Het oudst bekende Nederlandstalige rekenboekje is een handgeschreven tekst uit 1445. Kool heeft alle Nederlandstalige rekenboekjes in de periode tot en met 1600 onderzocht, in totaal twaalf handschriften en 24 gedrukte boekjes. In de hoofdstukken 3 en 4 geeft zij een systematische behandeling van de inhoud van deze teksten, met vele citaten geïllustreerd. Deze zijn moeiteloos te volgen door een handige opmaak in twee kolommen: links het citaat en rechts de moderne Nederlandse vertalingen van eventuele onbegrijpelijke Oudnederlandse woorden. De resultaten van de hoofdstukken 3 en 4 van het proefschrift zijn te zien als een aanvulling op de studie van Smeur over in de Nederlanden gedrukte rekenboeken.<sup>1</sup>

De schrijvers van de rekenboeken gingen ervan uit dat de lezer zelf eenvoudige optellingen in woorden kon uitvoeren (zoals drie plus vijf). De meeste boekjes beginnen met een voorwoord en een hoofdstukje over 'numeratie', dat wil zeggen, het schrijven van positieve gehele getallen in het systeem dat heden ten dage 'Hindoe-Arabisch' genoemd wordt. Daarna komen de rekenkundige bewerkingen met die getallen aan de orde: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen (met als bijzondere gevallen het verdubbelen en halveren). Het delingsalgoritme doet nog sterk denken aan de manier waarop al-Khwārizmī in de negende eeuw de deling van twee getallen in een zandbakje uitvoerde (figuur 1, p. 87).

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 264 \\
 648 \\
 27648 \quad (768) \\
 3666 \\
 33
 \end{array}$$

fig. 1 De deling 27648 : 36 uit het rekenboek van Petri, 1567

De staartdeling was in de zestiende eeuw een nieuwheid uit Italië, die pas in 1599 in een Nederlands rekenboek verscheen. De rekenboekjes besteden uiteraard ook aandacht aan breuken, maar de decimale schrijfwijze wordt alleen behandeld in *De Thiende* van Simon Stevin (1585). De symbolentaal was nog niet erg ver ontwikkeld: + en – komen alleen voor in wat Kool de 'hogere rekenkunde' noemt (p. 111), dat wil zeggen, bij het optellen en aftrekken van wortelvormen en algebraïsche vormen. Dit zijn onderwerpen die maar in een paar rekenboekjes behandeld worden. De tekens × en = werden toen in Nederland nog niet gebruikt.<sup>2</sup> Sommige schrijvers behandelen ook het rekenen met rekenpenningen op een rekenbord, dat gezien kan worden als voorloper van het rekenen met Hindoe-Arabische cijfers. Natuurlijk staan er in de rekenboekjes veel vraagstukken.

Natuurlijk staan er in de rekenboekjes veel vraagstukken. Kool vermeldt een grappig principe dat het eerst door Jan van Maanen beschreven is<sup>3</sup>: wie een vraagstuk bedenkt, heeft de neiging de datum of het jaar waarin hij het bedenkt in het vraagstuk te gebruiken. Voorbeeld: op bladzijde 73 vinden we het jaartal 1581 in een boekje dat in 1584 verschenen is. Op bladzijde 69 komt 1596 jaar, 278 dagen, 11 uren en 40 minuten voor in een in 1600 verschenen rekenboek; de kans is groot dat dit vraagstuk bedacht is op 5 oktober 1596. Soms wordt de volgorde van de cijfers veranderd: van Halle behandelt in zijn boekje (1568) vermenigvuldigingen met het getal 6751 (zie p. 212).

In hoofdstuk 5 beschrijft Kool doelgroep, doelstelling, leerstof en didactiek. De doelgroep was vooral een jong, mannelijk, eenvoudig opgeleid publiek en sommige handgeschreven rekenboekjes waren alleen voor eigen gebruik van de schrijver. In sommige rekenboekjes staan wel onderwerpen die meer voor geleerden bedoeld waren, zoals rekenkundige en meetkundige reeksen, de 'leer van coss' (algebra) en het trekken van hogere machten. Om dit laatste te vereenvoudigen, staat in het boekje van Van der Schuere (1600) zelfs een tabel van binomiaalcoëfficiënten (figuur 2).

				20.													
				3	.	30											
			4	.	6	.	40										
			5	.	10	.	10	.	50								
			6	.	15	.	20	.	15	.	60						
			7	.	21	.	35	.	35	.	21	.	70				
			8	.	28	.	56	.	70	.	56	.	28	.	80		
			9	.	36	.	84	.	126	.	126	.	84	.	36	.	90

fig. 2 Binomiaalcoëfficiënten uit het rekenboek van Van der Schuere (1600) (p. 122)

Deze moeilijkere onderwerpen zijn meestal niet door de auteurs zelf bedacht, maar ontleend aan reken- en wiskundeboeken in andere talen. Een uitzondering hierop is de ontdekking van de decimale notatie door Simon Stevin in *De Thiende* (1585). Kool laat zien dat deze bijna – per ongeluk – een jaar daarvoor ontdekt was door Pijck in zijn rekenboek, in een hoofdstukje over delen door machten van 10 (figuur 3).

In hoofdstuk 6 bestudeert Kool de vele afhankelijkheidsrelaties tussen de 32 door haar onderzochte bronnen. Zij heeft ook relaties met niet-Nederlandstalige werken aan gegeven, maar hiervan geen systematische studie gemaakt. Dit lijkt mij een verstandige beperking van haar onderzoek. Volgens het overzicht van Smeur zijn er in de zeventiende eeuw in de Noordelijke en Zuidelijke Nederlanden, en met name in Antwerpen, meer dan twintig re-

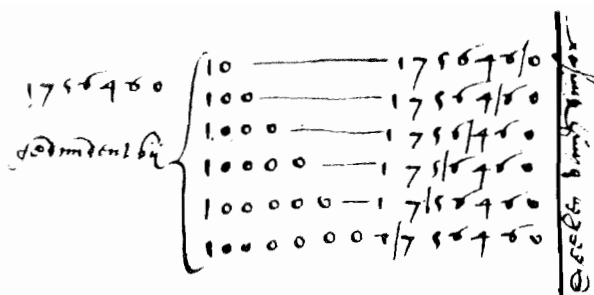


fig. 3 Handig delen door 10. Rekenhandschrift van Pijck (p. 163)

kenboeken gedrukt in andere talen (vooral Frans en Latijn). Het meest populair hiervan was het Latijnse rekenboek van Gemma Frisius (1540) dat in de zestiende en zeventiende eeuw 66 maal is herdrukt.

De rekenboekjes zijn belangrijke bronnen in de geschiedenis van de wiskunde in Nederland, onder andere omdat veel Nederlandse woorden voor rekenoperaties er voor het eerst in voorkomen. Enkele voorbeelden in gemoderniseerde spelling, met jaartallen (zie p. 324-5): noemer, tellen, teller (1508), vermenigvuldigen (1532), deling, maal, kwadraat (1537), optellen (1562), deler, geheel getal, halveren (1567), verschil (1568), aftrekking, breuk, som (1569), worteltrekken (1578), vraagstuk (1580), gelijknamig (1600).

Hoofdstuk 7 van het proefschrift is een taalkundige studie over het ontstaan en de evolutie van de Nederlandse reken termen. De gepubliceerde Middelnederlandse woordenboeken zijn op dit gebied onvolledig. Hoofdstuk 8 is een inleiding tot een database over reken termen die op de bijgeleverde diskette staan. Wie die diskette kwijt is (zoals uw recensent), kan de database ook vinden en downloaden via [www.math.uu.nl/publications/theses/kool](http://www.math.uu.nl/publications/theses/kool)

Het spreekt vanzelf dat Kool haar proefschrift over Nederlandse wiskunde en Nederlandse taal in het Nederlands geschreven heeft. Ik hoop dat de schrijfster de conclusies in een Engels artikel zal publiceren, zodat de resultaten van haar onderzoek ook aan internationale historici bekend zullen worden.

Ik heb Dr. Henk Tennekes eens horen zeggen dat een wetenschapper pas goed bezig is als hij in gewone taal uit kan leggen waarmee hij bezig is. Het proefschrift van Kool is een schoolvoorbeeld van begrijpelijkheid.

Jan Hogendijk, *Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht*

## Literatuur

- [1] Smeur, A.J.E.M. (1960). *De zestiende-eeuwse Nederlandse rekenboeken.* 's-Gravenhage: Martinus Nijhoff.
- [2] Voor de geschiedenis van de notaties +, -, ×, :, = zie

Marjolein Kool (1998). 'Waarom kort als het ook lang kan? Wiskundige notaties in zestiende-eeuwse rekenboeken.' *Nieuwe Wiskrant* 18(1), 5-9.

- [3] Zie Jan van Maanen (1993). The Double-Meaning Method for Dating Mathematical Texts In: M. Folkerts, J. Hogendijk (Eds.). *Vestigia Mathematica: Studies in Medieval and Early Modern Mathematics in Honour of H.L.L. Busard*. Amsterdam: Rodopi, pp. 253-263; vergelijk het proefschrift p. 85.

**Titel:** *die conste vanden getale: een studie over Nederlandsestalige rekenboeken uit de vijftiende en zestiende eeuw, met een glossarium van rekenkundige termen*

**Auteur:** Marjolein Kool

**Uitgever:** Hilversum: Uitgeverij Verloren (Postbus 1741, 1200 BS), 1999

**ISBN:** 90-6550-050-2

**Prijs:** f 75,-

## Voorronde Wiskunde A-lympiade 1999/2000

In het schooljaar 1999/2000 vindt alweer voor de elfde keer de Wiskunde A-lympiade plaats. De voorronde wordt gehouden op vrijdag 26 november 1999. Deze wedstrijd is bedoeld voor leerlingen uit 5 HAVO of 5/6 VWO met wiskunde A in hun pakket (of leerlingen die een M-profiel volgen) die het leuk vinden om in teamverband (drie of vier leerlingen) een uitdagend probleem aan te pakken. De wedstrijd bestaat uit een voorronde op de scholen en een finaleweekend op de Veluwe.

Het open karakter van de opdracht maakt dat de teams een complete weg af moeten leggen van probleemstelling via strategiebepaling, oplossing en argumentatie naar presentatie van de gevonden oplossing. Het eindresultaat is een werkstuk waarin al deze aspecten terug te vinden moeten zijn.

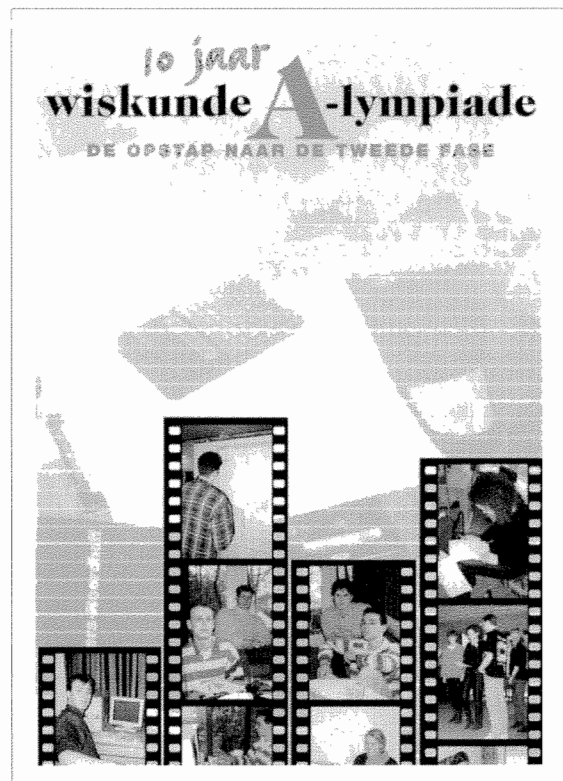
Bij de voorronde op de eigen school wordt 's ochtends om 9.00 uur de opdracht uitgereikt, waarna de teams tot 16.00 uur de tijd hebben om het werkstuk te voltooien. Door de beste werkstukken (van maximaal drie teams) in te zenden, kan een school meedingen naar een van de twaalf finaleplaatsen.

De vaardigheden die bij de Wiskunde A-lympiade getest worden, spelen een essentiële rol in de nieuwe tweede fase, met name bij de praktische opdrachten en de profielwerkstukken. Sinds twee jaar wordt de A-lympiade binnen een netwerk georganiseerd. Als school kunt u kiezen of u daaraan deelneemt of niet. Alleen als netwerkschool ontvangt u onder andere de uitslag van de voorronde en de finale.

Vorig jaar deden naast de 1002 Nederlandse teams van 113 scholen ook 80 teams van 45 Deense scholen en 20 teams van 2 scholen op Curaçao mee aan de voorronde van de A-lympiade. Voor de komende voorronde is de verwachting dat Zuid-Afrika met enkele teams mee zal doen.

Aan het begin van het nieuwe schooljaar ontvangen alle scholen een aanmeldingsformulier voor de A-lympiade.

*De Wiskunde A-lympiade wordt georganiseerd door het Freudenthal Instituut onder auspiciën van de NOCW en mede mogelijk gemaakt door een bijdrage van Texas Instruments.*



Naar aanleiding van het tweede lustrum van de Wiskunde A-lympiade verscheen onlangs het boek *10 jaar Wiskunde A-lympiade – de opstap naar de tweede fase*. In dit boek zijn ondermeer alle voorronde- en finale-opgaven opgenomen, met toelichtingen hoe de betreffende opgave als praktische opdracht ingezet zou kunnen worden. Verder treft u, naast een inleidend hoofdstuk, hoofdstukken aan over het beoordelen van werkstukken, de A-lympiade in Denemarken, ervaringen van 'finale'-scholen, de grote lijn in praktische opdrachten en het ontwerpen van A-lympiade-opdrachten.

Het boek is schriftelijk te bestellen bij:

Ank van der Heiden, Freudenthal Instituut, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht, fax 030 2660430, email: ank@fi.uu.nl  
Bestelnummer: 83, prijs: f 35,- (excl. verzendkosten)

Meer informatie over de Wiskunde A-lympiade kunt u vinden op: <http://www.fi.uu.nl/Alympiade>