

Boekbespreking

Getaltheorie voor beginners

De aantrekkingskracht van de getaltheorie ligt in het contrast tussen de eenvoud van de probleemstellingen en de onverwachte moeilijkheden die men ontmoet bij het oplossen ervan. Wat is er gemakkelijker uit te leggen dan het priemtwelingenvermoeden (*er zijn oneindig veel paren priemgetallen die slechts 2 van elkaar verschillen, zoals 11 en 13, of 1997 en 1999*), of het vermoeden van Goldbach (*elk even getal groter dan 2 is te schrijven als de som van twee priemgetallen*). Toch heeft tot nu toe geen enkele wiskundige die vermoedens kunnen bewijzen of weerleggen. Maar helemaal onwetend zijn we natuurlijk niet: Euclides bewees al meer dan 2000 jaar geleden dat er oneindig veel priemgetallen bestaan en de oude Babyloniërs kenden 4000 jaar geleden al methoden om verbazingwekkend grote Pythagoreïsche drietallen te maken, zoals $6480^2 + 4961^2 = 8161^2$. De wiskunde die je ontdekt als je je in getaltheoretische problemen verdiept, bezit vaak een meeslepende schoonheid. Gezien het succes van *De Telduivel* van Hans Magnus Enzensberger zijn zelfs mensen die menen geen wiskundeknobbel te bezitten, daar gevoelig voor.

Wie meer wil weten over getaltheorie dan wat achtergronden van een paar eenvoudige getallentrucs, zal echt denkwerk moeten verzetten. Een goede gids daarbij is onontbeerlijk. Zelfs Fermat had een leidraad nodig in de vorm van de *Arithmetica* van Diophantos. De moderne lezer kan kiezen uit een heel scala aan inspirerende inleidingen. De meeste daarvan zijn echter niet in het Nederlands, hetgeen voor Uitgeverij Epsilon aanleiding was om een boek op de markt te brengen voor Nederlandstalige beginners. Zoals de meeste Epsilon-uitgaven richt ook dit boek zich vooral op eerstejaarsstudenten, wiskundeleraren en hogereklassers van het vwo. En niet te vergeten op afgestudeerden die, zoals uw recensent, vroeger wel eens wat aan getaltheorie hebben gedaan, maar de meeste details al weer zijn vergeten.

Ik moet zeggen dat ik van het boek heb genoten. Auteur Frits Beukers, een van de meest vooraanstaande Nederlandse getaltheoretici, heeft een aanstekelijk enthousiaste schrijfstijl, die persoonlijke ontboezemingen niet uit de weg gaat. Zo memoreert hij herhaaldelijk zijn eigen verbazing en enthousiasme toen hij voor het eerst allerlei getaltheoretische juweeltjes tegenkwam of zelf ontdekte. Natuurlijk behandelt hij de bekende grote succesnummers, zoals Mersenne- en Fermat-getallen, congruentierekenen, kwadraatresten, kettingbreuken, de Pell-vergelijking, irrationaliteit en transcendentie. Ook moderne

cryptografische toepassingen komen ter sprake, zoals primaliteitstesten, factorisatiemethoden, RSA en zero-knowledgeproofs. Maar de lezer treft ook een hoofdstuk aan over wetenswaardigheden rond decimale ontwikkelingen, waaronder de zogenaamde Wet van Benford. Die zegt zoets als dat bij grote getallenbestanden de lage cijfers vaker als begincijfer voorkomen dan de hoge. Ik moet zeggen dat ik over deze 'ervaringswet' zelden zulke verstandige taal heb gelezen als op de vier bladzijden die Beukers eraan besteedt.

Een andere curiositeit waar hij een klein hoofdstuk (het laatste) aan wijdt, is het $3n + 1$ -probleem, dat ook onder allerlei andere pseudoniemen (Collatz-probleem, Kakutani-probleem, Syracuse-probleem) de ronde doet. Het luidt als volgt.

Neem een willekeurig positief geheel getal n . Is het even, deel het dan door 2, is het oneven, bereken dan $3n + 1$. Ga met het resultaat op dezelfde manier door.

Voor alle getallen kleiner dan 3.2×10^{16} schijnt met computers geverifieerd te zijn dat je dan uiteindelijk op 1 terecht komt, maar een bewijs dat dit ook voor grotere n altijd gebeurt, ontbreekt. Is dit een curiositeit of een diepzinnig vraagstuk? Wie zal het zeggen? Volgens wijlen Paul Erdős is de huidige wiskunde nog niet klaar om dit soort problemen aan te pakken. Beukers laat zien dat er toch al wat bescheiden resultaten op dit gebied geboekt zijn.

Getaltheorie voor beginners zit ook didactisch goed in elkaar. Twintig kleine hoofdstukken die merendeels los van elkaar bestudeerd kunnen worden, bieden een overzichtelijke inleiding in dit fascinerende vakgebied. Bewijzen worden overzichtelijk en goed gemotiveerd gepresenteerd. Het boek heeft fraaie figuren en een plezierige lay-out, dankzij LaTeX. Voor de hedendaagse Fermats zijn alleen de smalle marges misschien een bezwaar ...

Jan van de Craats, Universiteit van Amsterdam, Open Universiteit, Heerlen

Titel: *Getaltheorie voor beginners*
Auteur: Frits Beukers
Uitg.: Epsilon Uitgaven Utrecht, 1999
ISBN: 90-5041-049-9
Prijs: f 34,50.

Epsilon catalogus online via
<http://www.wiskgenoot.nl/professioneel.html>