

Het ICLON in Leiden organiseerde een cursusavond voor leraren wiskunde en leraren natuurwetenschappen. De cursisten deden een serie proeven, waarbij meetapparaten werden gekoppeld aan een grafische rekenmachine. **Hans Wisbrun** en **Ineke Frederik** leggen het verband met praktische opdrachten in de Tweede Fase.

Fusion cooking met de grafische rekenmachine

Proeven aan onderzoek met gebruik van ICT

Neem een tiental wiskundeleraars, voeg hieraan een handvol docenten van andere bètavakken toe en meng deze in een lokaal vol met practicumproeven en ICT. Voeg hier nog een snufje onderzoek aan toe, een vleugje praktische opdrachten en een toefje profielwerkstuk. Dat was het recept voor een grotendeels geslaagde cursusavond binnen het DAV-programma van de lerarenopleiding van het ICLON¹ aan de Universiteit Leiden. De DAV-opleiding is een deeltijdopleiding die tweedegraads leraren schoolt tot eerstegraads.

Dit artikel beschrijft de achtergronden van de avond, het verloop, de verslaglegging met ons eigen commentaar daarop, en onze conclusies. Verder geven we nog de resultaten van een kleine enquête onder alle deelnemers.

We hebben dit experiment gedaan met leraren. Toch denken we dat onze conclusies ook van toepassing kunnen zijn bij het onderwijs aan leerlingen in de Tweede Fase, met name binnen de profielen N&G en N&T. Vandaar dat u dit artikel leest in een blad voor leraren en niet in een blad voor lerarenopleiders.

Overwegingen vooraf

Wij plaatsten deze avond in het teken van de inzet van ICT als onderzoeksinstrument bij wiskunde en in de natuurwetenschappen (natuurkunde, scheikunde en biologie). In concreto betekende dat de inzet van de TI-83 van Texas Instruments met daaraan gekoppelde meetapparaten, de CBL (Calculator Based Laboratory) en CBR (Calculator Based Ranger)². Over deze laatste apparaten later meer. Ook paste de avond binnen het thema 'praktische opdrachten'. Voor wiskunde in de natuurprofielen vormen de natuurwetenschappen immers een voor de hand liggend onderzoeksterrein. Praktische opdrachten van twee (of meer) vakken kunnen (ter keuze van de school) gecombineerd worden.

Bewust werd gekozen voor het samenbrengen van leraren wiskunde en leraren natuurwetenschappen, zodat de avond ook in het kader van het 'profielwerkstuk' ge-

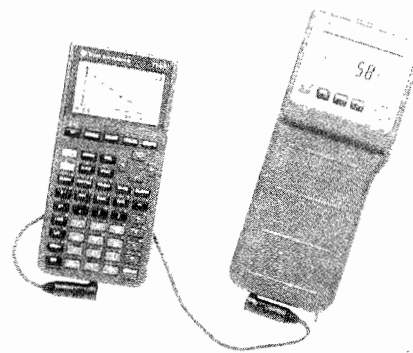


fig. 1 CBL gekoppeld aan grafische rekenmachine



fig. 2 CBR en grafische rekenmachine

plaatst kon worden. Op scholen kunnen deze docenten gezamenlijk betrokken raken bij de begeleiding en beoordeling van profielwerkstukken die beide terreinen omvatten. (Sinds de laatste wijzigingen in de examenprogramma's is het echter niet meer verplicht dat het profielwerkstuk twee vakken omvat; ook hierin beslist de school.) Bovendien hadden wij het idee dat zo ook 'synergie'

verkregen zou kunnen worden: leraren wiskunde zijn doorgaans meer met de grafische rekenmachine (in het vervolg: GR) vertrouwd, terwijl leraren natuurwetenschappen meer ervaring hebben met onderzoek doen. Verder wilden we dat in het verslag dat ingeleverd moest worden zowel natuurkundige als wiskundige aspecten aan de orde zouden komen. Overigens: een profielwerkstuk zou, wil het die naam tenminste verdienen, naar onze mening wel degelijk vakoverstijgend moeten zijn.

We beseften vooraf dat de inzet voor deze avond behoorlijk hoog was. Wijzelf hadden geen enkele ervaring met zo'n opzet. Onze wiskundecursisten wisten weinig van natuurwetenschappelijk onderzoek en onze cursisten natuurwetenschappen weer weinig van de GR. En, last but not least: er is behoorlijk wat organisatie vereist om zo'n avond als ons voor ogen stond van de grond te tillen en van de grond te houden.

Wij moesten ons daarom op andere fronten inhouden. Bewust kozen we voor tamelijk eenvoudige proeven: eenvoudig qua niveau (stof uit de onderbouw) en eenvoudig qua opzet (voorgestructureerde proeven, een 'kookboek-practicum'). Je kunt dit soort experimenten en de daarbij behorende verslaglegging dan ook alleen maar zien als een aanloopje naar een profielwerkstuk. In onze ogen wordt daarbij toch duidelijk meer gevraagd: het vakniveau ligt hoger en het onderzoek heeft een opener karakter. Maar, je moet je bordje nooit voller laden dan erop kan.

Opzet

In een lokaal konden onze cursisten apenkoeien langs acht proefopstellingen³. Hieronder staat een volledig overzicht, met de oorspronkelijke Engelse titels. De proeven waren ontleend aan het boek *Physical Science with CBL* van Donald L. Voltz en Sandy Sapatka.

Titel	Sensoren
Insolation Angle	Temperatuur
Solar Homes and Heat Sinks	Temperatuur
Conductivity of Saltwater	Geleiding
Frictional Forces	Kracht
How Bright is the Light?	Licht
Magnetic Field Explorations	Magnetisch veld
Gas Temperature and Pressure	Temperatuur & Druk
Momentum: A Crash Lesson	Beweging

Er werden gemengde (wiskunde én natuurwetenschappen) groepjes van drie à vier personen gevormd, die de beschikking kregen over GR's en CBL's, dan wel CBR's.

De CBL, Calculator Based Laboratory (figuur 1) is een apparaatje dat je met een kabeltje aan een GR kunt koppelen en waar sensoren op aangesloten kunnen worden om temperatuur, licht, kracht, geluid, elektrische spanning, enzovoort, te meten. De CBR, Calculator Based Ranger (figuur 2), is een ultrasone detector van bewegingen; je kunt er afstanden mee meten. De GR wordt zowel gebruikt om vooraf de meetinstellingen vast te leggen (zoals: aantal metingen, duur van een meting, eenheden, meetgebied, ...), als om de resultaten van de metingen op te slaan in de vorm van tabellen (lists). De meetresultaten kunnen op de GR uitgezet worden in grafieken. Dat laatste kan ook tijdens de meting (RealTime) en zo heb je een snelle controle of je meetresultaten wel zo ongeveer kloppen. Analyse van de gegevens achteraf (bijvoorbeeld regressie-analyse) kan ook met de GR gebeuren.

In maart 2000 komt overigens een nieuw model CBL op de (Amerikaanse) markt dat samen met een GR in een slede past, waardoor je eigenlijk één handzaam apparaatje krijgt (www.ti.com/calc/docs/cbl2demo/).

Elk groepje moest drie à vier experimenten doen en van eentje moest een wat uitgebreider verslag gemaakt worden, waarin wat vragen uit het boek beantwoord moesten worden. Grafieken in de verslagen waren ofwel schermbeelden van de GR of werden verkregen door de meetresultaten vanuit de GR naar een computer te verzenden en ze daar tot een (mooiere) grafiek te verwerken met de daar aanwezige software (Excel, IP-Coach, ...). Het is trouwens ook mogelijk om de CBL en CBR direct aan de computer te koppelen, maar dat laatste apparaat is (nog?) niet zo handzaam dat je er langs allerlei opstellingen mee kunt snellen, laat staan dat je er makkelijk mee naar buiten kunt om 'veldproeven' te doen.

Hieronder beschrijven wij een paar experimenten en nemen daarbij stukjes op uit de verslagen van onze cursisten, gevolgd door ons commentaar.

Solar Homes and Heat Sinks

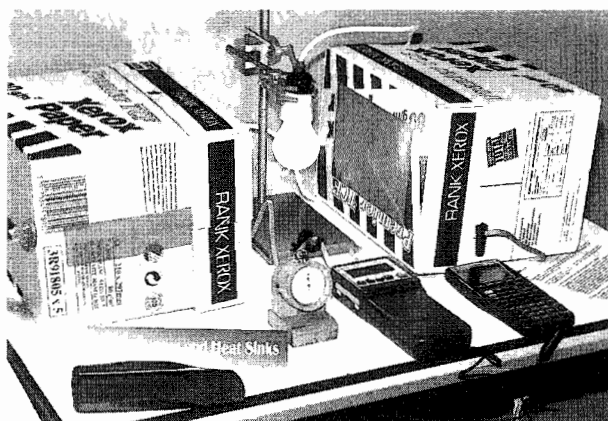


fig. 3 Proefopstelling om het effect van thermische massa op temperatuurstijging te meten

Bestudeerd werd het effect dat een 'thermische massa' heeft op het opwarmen en afkoelen van een 'huis'. Twee identieke kartonnen dozen (de 'huizen') werden verwarmd door een lamp, die precies tussen de dozen in hing. In één van de dozen lag een fles water, die dienst deed als 'thermische massa', in de ander zat niets. Van beide dozen werd 40 minuten lang elke 4 minuten de temperatuur gemeten door middel van een CBL met twee temperatuursensoren. Na 40 minuten werd de lamp uitgedaan, maar de temperatuurmetingen gingen dan nog 40 minuten door.

Hieronder staan de bijbehorende grafieken uit het verslag van een van de groepjes. U weet vast zelf wel te achterhalen welke reeks bij welke doos hoort.

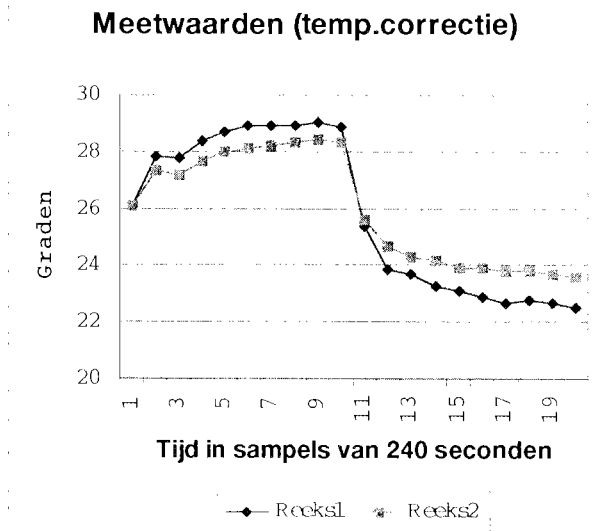


fig. 4 Meetwaarden verkregen bij de proef met door de 'zon' verwarmde 'huizen'

Als antwoord op de vraag wat de overeenkomst en het verschil tussen de twee grafieken is, schreven de cursisten het volgende in hun verslag.

Beide modellen hebben een temperatuuroename volgens een e-macht. Ook bij het afkoelen gebeurt dit volgens een e-macht. Het verschil zit in de factoren van de e-macht. Zonder thermische massa is de e-macht steiler dan mét thermische massa.

Commentaar

Dit groepje werd al direct geconfronteerd met de harde werkelijkheid van het leven. Bij de derde meting viel de elektriciteit zonder aanwijsbare oorzaak even uit (vandaar die plotselinge daling in de temperatuur) en bovendien bleek na afloop van het experiment dat er al bij de eerste meting (toen de lamp aanging) een temperatuurverschil (van ongeveer een halve graad) was tussen de twee 'huizen'. Men weet dit aan een verschil tussen de twee sensoren en heeft toen achteraf alle meetwaarden van de ene sensor met dat verschil verhoogd, een zinnig

idee.

De vraagstelling uit het boek, die wij ongewijzigd hadden overgenomen, nodigde niet echt uit tot diepere analyses. Maar uiteraard hadden wij graag gezien dat onze cursisten bij de beantwoording van de vraag te voorschijn waren gekomen met formules voor beide grafieken. Ze komen een eindje, met die 'e-machten', maar wat waren nu die 'factoren'?

Verder viel het ons op dat in de (hier niet gepubliceerde) tabel met meetwaarden gewoon de getallen stonden zoals ze door de sensoren werden gemeten. Significantie van cijfers en foutenberekening vallen buiten het wiskunde-programma, dus zo verwonderlijk is dat niet (hoewel, er zat een natuurkundecursist in dit groepje ...). Maar zou hier binnen de wiskunde ook geen aandacht aan moeten worden geschonken, om die wiskunde écht realistisch te maken?

How bright is the light?

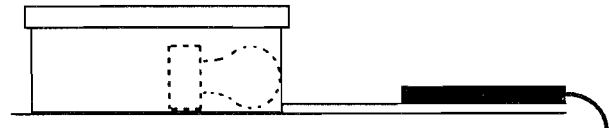


fig. 5 Schematische opstelling van de proef over lichtsterkte

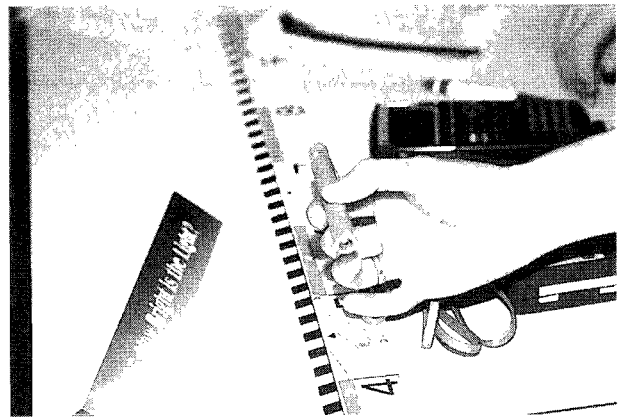


fig. 6 Het meten van de lichtsterkte

De inmiddels bekende kartonnen doos diende ditmaal als behuizing voor een kleine lamp. Het licht daarvan scheen door een klein gaatje in de wand. Met een lichtsensor, verbonden met de CBL, werd op afstanden, variërend van 10 tot 40 cm, de lichtsterkte gemeten. De meetwaarden moesten achteraf nog gecorrigeerd worden voor de aanwezige achtergrondstraling.

Eén van de groepjes produceerde de volgende grafiek (figuur 7).

Grafiek 3: De Bijgestelde intensiteit.

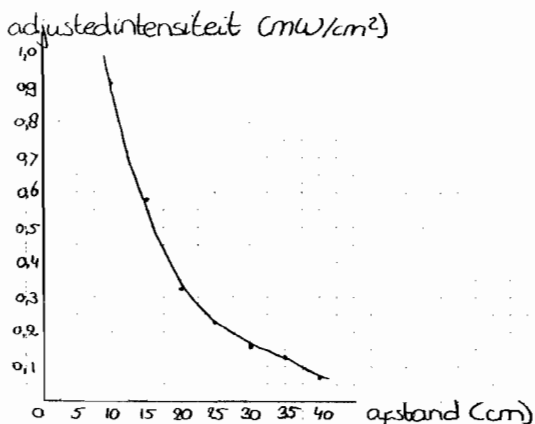


fig. 7 Grafiek bij de proef over lichtsterkte

Zij trokken als conclusie:

Er zijn (vergeleken met de grafiek op het stencil) niet echt grote (globale) verschillen. Onze 'curven' zien er ook mooi uit, dachten we.

Een ander groepje kwam in hetzelfde experiment tot de volgende grafiek.

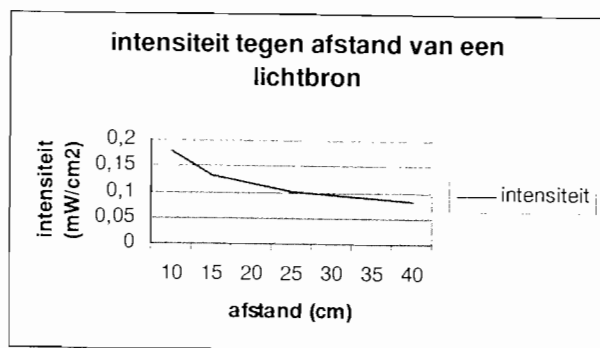


fig. 8 Grafiek bij de proef over lichtsterkte

Dit groepje trok als conclusie:

Volgens theorie zou er een grafiek volgens de functie $1/x^2$ moeten lopen. Dit is niet het geval; de grafiek loopt minder rond.

Commentaar

Wat bij vergelijking opvalt, is dat de meetwaarden bij beide ploegen aanzienlijk verschillen, vooral bij de kleine afstanden, terwijl het toch precies dezelfde opstelling was. Hier moet bij één van de groepjes (vergelijking met een derde groepje leerde: het tweede) iets misgegaan zijn.

De conclusies zijn ook hier mager, we hadden op meer diepgang gehoopt. De tweede groep refereert nog aan een bekend natuurkundig verband, maar laat het hier verder

bij. Nogmaals: de opdrachten in het boek waren weinig uitdagend voor deze groep. Maar hier liggen uitstekende en vanzelfsprekende aanknopingspunten voor bijvoorbeeld regressieanalyse. In de GR zitten de mogelijkheden hiervoor bovendien ingebouwd. Daar moeten we bij een volgende gelegenheid echt expliciet naar vragen.

De grafiek van het tweede groepje is bovendien voor kritiek vatbaar. Waar zitten de meetpunten? En waarom geen vloeiende kromme door die punten? Had die verticale as voor de duidelijkheid niet beter wat opgerekt kunnen worden? Allemaal zaken die in deze natuurwetenschappelijke context extra belangrijk worden.

Eén van de groepjes keek achteraf terug op het experiment, een prima idee. Die houding is voor wiskundigen wat minder vanzelfsprekend dan voor natuurwetenschappers, die zal echt aangeleerd moeten worden. Ze constateerden dat er tijdens het experiment – voor het nemen van een foto – geflitst was en dat dát van invloed kon zijn geweest op de meetresultaten. Maar bij die suggestie bleef het. Ze keken niet meer of er een bepaalde meetwaarde was die duidelijk uit de toon viel (hetgeen niet het geval is).

Gas Temperature and Pressure

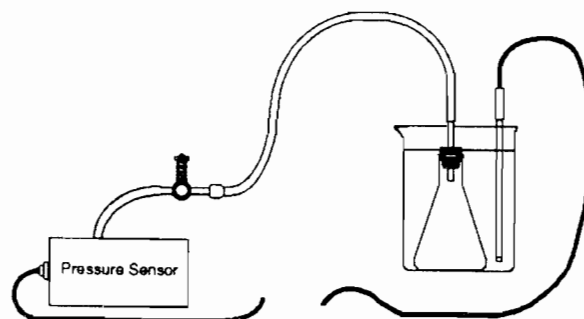


fig. 9 Schematische opstelling van de proef over luchtdruk



fig. 10 Het meten van de luchtdruk en de temperatuur

Van lucht werd de druk gemeten bij vier verschillende temperaturen. Er werden hiervoor twee sensoren gebruikt (zie figuur 9).

Eén van de groepjes kwam tot de volgende tabel en grafiek.

Temperatuur water in graden Celsius	Temperatuur water in Kelvin	Druk atm
3.45	269.7	0.888
8.86	282.01	0.913
23.48	296.63	0.962
44.88	318.03	1.023

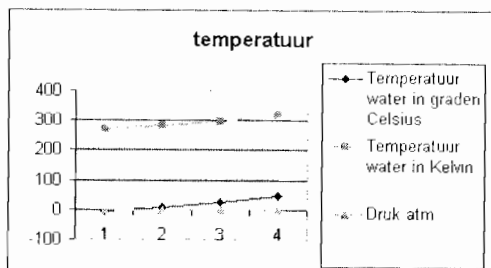


fig. 11 Meetwaarden bij de proef over luchtdruk en temperatuur

Commentaar

Als de temperatuur in Kelvin wordt gemeten, dan zou je hier theoretisch de wet van Gay Lussac moeten krijgen,

$$\frac{P}{T} = c$$

bij constant volume. Druk en absolute temperatuur zouden recht evenredig moeten zijn en de bijbehorende grafiek een rechte lijn door de oorsprong.

Dit groepje verwerkte de resultaten in Excel, maar had daar kennelijk weinig ervaring mee. Die getallen langs de horizontale as hebben weinig met de druk te maken, maar zijn gewoon de rangnummers van twee reeksen metingen, de temperatuur en de druk (de druk is op deze schaal steeds ongeveer 0, vandaar de nagenoeg horizontale lijn met driehoekjes). Zo krijg je natuurlijk geen grafiek die de relatie tussen de twee grootheden weergeeft. Wordt de tabel op een correcte manier verwerkt (zie figuur 12), met horizontaal de temperatuur en verticaal de druk (voor wiskundigen is het misschien lood om oud ijzer wat je horizontaal en wat je verticaal zet, maar fysici hebben hier toch een duidelijke voorkeur), dan krijg je een aardige rechte lijn (zie figuur 11). Een lijn die bovendien redelijk door de oorsprong gaat. Dat heeft ook fysisch een betekenis: bij 0 K, het absolute nulpunt, is de druk uiteraard nul. Zoals het groepje zelf in het verslag opmerkte, kan deze proef zelfs gebruikt worden om dat absolute nulpunt te bepalen.

Conclusies

In de inleiding noemden we de avond grotendeels geslaagd. Er werd enthousiast en snel gewerkt en de samen-

Gay-Lussac?

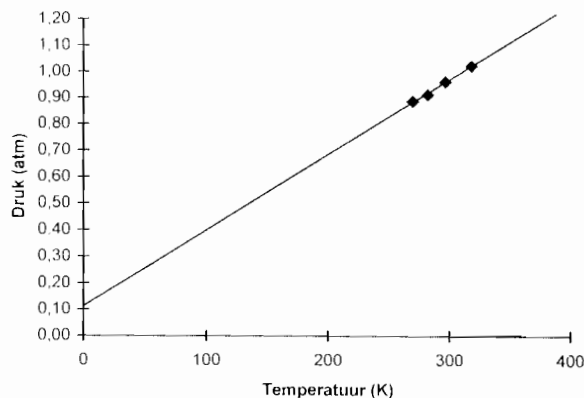


fig. 12 Druk als functie van de temperatuur bij een afgesloten hoeveelheid lucht

werking in de groepjes verliep soepeltjes. Dat was des te verwonderlijker, omdat de wiskundecursisten en de andere bèta's elkaar niet kenden. Er was zeker ook sprake van de verwachte 'synnergie'. Voor de wiskundigen opende zich een heel nieuw terrein: die GR blijkt ook buiten de wiskunde zijn gebruikswaarde te hebben, zeker als die gekoppeld wordt aan CBL of CBR. De natuurkundigen maakten kennis met de GR (die hun eigen Tweede Faseleerlingen allang kennen). Om leerlingen beter te kunnen begeleiden bij het maken van een praktische opdracht of een profielwerkstuk dat over de grenzen van het vak heen gaat, is zo'n kijkje in andermans keuken van groot belang.

Een citaat van een deelnemster:

Terugkijkend op die avond, moet ik zeggen dat ik veel heb geleerd en dat ik zeer actief bezig ben geweest. Eén van de positieve punten was dat ik het heel interessant en leerzaam vond om mensen van een andere sectie bezig te zien bij het practicum. Het blijft een vorm van onderzoek die bij de wiskunde niet zo gebruikelijk is. De meeste wiskundigen maken zich druk over het feit dat de gebruikte wiskunde wel of niet correct wordt toegepast, terwijl de natuurwetenschappers als eerste nagingen of de resultaten die uit de GR rolden inderdaad wel logisch en goed waren.

Een ander positief punt vond ik de mogelijkheden van de GR. Sluit een datalogger of CBL aan en het wordt gewoon een mobiel laboratorium. Ik vond het leuk om te zien hoe de GR bij de andere technische vakken gebruikt zal gaan worden. De mogelijkheden zijn enorm, vooral omdat het mogelijk is dat de GR genoeg geheugen bevat om meerdere proeven in het geheugen te laten staan (in het menu LIST).

We waren een stuk minder tevreden over de verslagen, al hebben we ze allemaal als 'voldoende' beoordeeld. Daar-

bij moet aangetekend worden, dat de vragen in het boek (die wij overgenomen hadden) niet erg diepgravend waren en zeker niet toegespitst op wiskundige verwerking. Er werd veel naar verklaringen gevraagd en bijvoorbeeld weinig naar formules. In die zin hebben onze cursisten gewoon gedaan wat er stond (vandaar die voldoende). Maar we hadden toch gehoopt op iets meer eigen initiatief. Als er geen diepgang in de vragen zit, dan stel je jezelf toch de vragen die die diepgang wel hebben? We hebben hieruit in ieder geval geleerd dat we bij een volgende gelegenheid, met een nieuwe groep, best relatief eenvoudige proeven kunnen kiezen (dat moet in dit kader zelfs wel: zie onder het kopje 'Overwegingen vooraf'), maar dat de vraagstelling toch uitdagender moet zijn en er meer nadruk moet liggen op verwerking in wiskundetaal.

Verder was het taalgebruik soms onnauwkeurig, 'vergat' men grootheden en eenheden te vermelden, en van significantie van cijfers leek men nog nooit gehoord te hebben. We hebben hieruit geleerd dat we in het vervolg meer aandacht moeten schenken aan de verslaglegging. Wij hadden dit helemaal aan de groepjes zelf overgelaten, zonder veel instructie van onze kant, behoudens dan wat in het boek stond. Er waren wat organisatorische problemen (de cursisten zagen elkaar niet meer, dus het verslag moest via e-mail-contacten tot stand gebracht worden), maar daar gaat het hier niet om. Veel essentiëler is dat juist bij de verslaglegging het verschil naar boven komt tussen de 'wiskundeblik' en de 'natuurkundeblik'. Wat verstaat een natuurkundige bijvoorbeeld onder 'significantie' en wat verstaat de wiskundige daaronder? Wat betekent correlatie voor de wiskundige en is dat hetzelfde als 'fitten' voor de natuurkundige? Dit zijn mooie aanknopingspunten voor onderlinge discussies en voor het verkrijgen van inzicht in elkaars vak. Maar die discussies zijn er vermoedelijk nauwelijks geweest. We hadden tijd moeten uittrekken om die didactische discussie te voeren, we hadden onze cursisten meer moeten aanspreken op hun rol van leraar. Voor uw eigen leerlingen zal zo'n discussie te hoog gegrepen zijn, maar ook voor hen geldt, dat tijd moet worden gemaakt om hen duidelijk te maken wat voor eisen er aan zo'n verslag gesteld worden. Daarvoor is het wel nodig dat u eerst zelf zoveel mogelijk op één lijn komt met uw collega's in de natuurwetenschappen.

Organisatorisch was het een hele kluit en we moesten af en toe wel wat improviseren om alles draaiende te houden. Dat is goed gelukt: alle groepen hebben hun experimenten kunnen doen. En verder was er natuurlijk het spreekwoordelijke gebrek aan tijd. Een deelnemster schrijft:

Een groot nadeel van de avond was het gebrek aan tijd. De meesten waren zeer intensief met de proeven bezig,

omdat ze het gewoon goed willen doen, maar ook waren de meeste experimenten aan de behoorlijk lange kant. Ook was het jammer dat er niet voldoende 'gereedschap' aanwezig was. Tussen de bedrijven door was het een handje in verbindingkabels, stopcontacten, en dergelijke.

Als u voelt voor een soortgelijke happening met uw eigen klas, bijvoorbeeld bij wijze van praktische opdracht binnen de profielen N&G of N&T, dan is het een goede zaak als er ook een TOA bij kan zijn. Verder is het wenselijk om de proeven eerst zelf te doen, vooral om te kijken of de opstellingen en de meetapparatuur wel aan elkaar gewaagd zijn.

Al waren de experimenten qua meettijd meestal niet 'aan de behoorlijk lange kant', toch kostten ze wel veel tijd. Lang niet altijd is het de eerste keer direct raak, ook niet bij relatief eenvoudige onderzoekjes. In combinatie met wat hierboven gesteld is over de verslaglegging, leidt dit tot de conclusie dat er per groepje best een experimentje af zou kunnen, als dat ten goede komt aan de kwaliteit.

Enquête

Ter afsluiting hebben we onze cursisten nog een kleine enquête voorgelegd. Het merendeel vond de combinatie GR + datalogger (CBL of CBR) bruikbaar voor het werken aan vakoverstijgende onderzoeksvaardigheden. Voor wat betreft de bruikbaarheid van deze combinatie voor het onderwijs *in het eigen vak* waren de wiskundigen kritischer dan de natuurwetenschappers. Bij de wiskundigen liepen de meningen uiteen van weinig bruikbaar (meerderheid) tot bruikbaar of zeer bruikbaar. Bij de natuurwetenschappers vond de meerderheid de apparaten bruikbaar tot zeer bruikbaar, terwijl een enkeling twijfels had.

Over het succes van de avond was men eensgezind: men heeft meer kennis op dit terrein verkregen en de houding ten opzichte van GR + dataloggers is in positieve zin veranderd. Men vond in overgrote meerderheid het werken in gemengde groepen leuk tot zeer leuk.

Hans Wisbrun en Ineke Frederik, ICLON, Universiteit Leiden

Noten

- [1] Interfacultair Centrum voor Lerarenopleiding, Onderwijsontwikkeling en Nascholing.
- [2] Met dank aan Pieter Schradon van Texas Instruments en Vincent Dorenbos van het Amstel-instituut van de Universiteit van Amsterdam.
- [3] Met dank aan Wim Klijn van de opleiding Natuurkunde, Universiteit Leiden.