Op een aantal kernscholen van het TWIN-project is voor het eerst een examen afgenomen gericht op de doorstroomkwalificatie naar het HTO. **Maarten Jaspar** en **Henk van der Kooij** gaan in op het gebruik van de grafische rekenmachine bij dit examen.

GRM ervaringen bij het eerste TWIN-examen

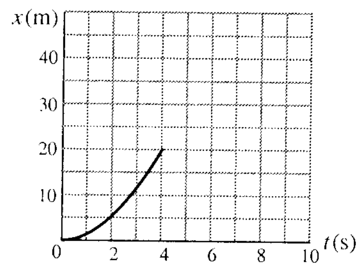
Inleiding

In het TWIN project is een nieuw wiskundeprogramma ontwikkeld voor BOL 4 van de Sector Techniek binnen het ROC (dit is ingewijden-taal; voor gewone leken: de voormalige vierjarige MTS-opleiding voor middenkaderfuncties).
In de semesters 1, 2 en 3 (en eventueel 4) wordt een verplicht wiskundeprogramma afgewerkt dat leidt tot de zogenoemde basiskwalificatie. In de semesters 6 en 7 volgen degenen die naar het HTO gaan nog een programma voor de doorstroomkwalificatie. De eindtermen bij dat programma zijn gelijk aan die van HAVO, profiel N&T. De nadruk ligt op de analyse; de ruimtemeetkunde is in het basisprogramma al voldoende aan bod geweest.
In Januari 2000 werd op de kernscholen van het project een eerste examen afgenomen. Dit examen[1] is tevens een voorbeeld van de eindtoetsen zoals die vanaf januari 2001 worden aangeboden door de Landelijke Examen Commissie Wis- en Natuurkunde.
In dit artikel willen we met name bekijken hoe leerlingen de Grafische Rekenmachine (GRM) hebben gebruikt bij het examen.

Het examen: de onderliggende leerstof

Bij het bekijken van het werk is het goed te weten wat er als leerstof aan dit examen vooraf is gegaan. In principe is dit het analyseprogramma van HAVO, met specifieke aandacht voor de soorten functies die in de techniek veel voorkomen. Zoals gebruikelijk bij projecten van deze omvang is het bedoelde totaalprogramma in de eerste ronde niet volledig gehaald.
De 79 leerlingen van de vier kernscholen en hun docenten leden erg onder tijdsdruk bij de behandeling van de differentiaalrekening. In een tijdsbestek van een maand moesten zowel het begrip als de technieken worden behandeld en dat is te veel van het goede. De leerstof werd beperkt tot een uitgebreide verkenning van het begrip afgeleide en de behandeling van een paar meetkundig (be)grijpbare regels: de afgeleide van x^n en de invloed op de afgeleide bij transformaties van grafieken. Verder zijn de somregel en de afgeleide van standaardfuncties aan bod gekomen. De afgeleide wordt bij TWIN aangekaart als lineaire voortzetting vanuit een gegeven punt van een kromme. Ter illustratie een klein stukje tekst uit het betreffende hoofdstuk:

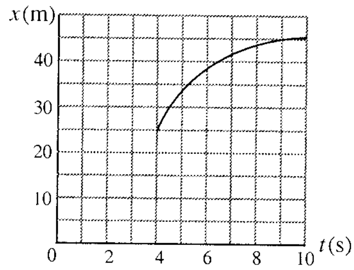
4. Yaëll stapt op haar racefiets en vertrekt. Na vier seconden heeft ze de snelheid bereikt waarmee ze wil blijven fietsen. Je ziet de *x-t* grafiek van die eerste vier seconden.



a. Teken het verdere verloop van de grafiek.
b. Met welke (constante) snelheid fietst Yaëll uiteindelijk?
Als ze op $t = 2$ gestopt was met versnellen, dan zou ze zijn doorgereden met de snelheid die ze op dat moment had.
c. Hoe kun je, met dit gegeven in je achterhoofd, de snelheid die ze op $t = 2$ had met de grafiek bepalen?
d. Voer je plan van **c** uit.

De lijn van **4a** en **4c** heet de *lineaire voortzetting* (LV) van de grafiek in een punt. De helling van die lineaire voortzetting kun je in dit voorbeeld opvatten als de snelheid die je had op het moment van waar je de LV tekent.

5. Op $t = 4$ begint een auto, die tot dan toe met een constante snelheid reed, te remmen om vervolgens op $t = 10$ tot stilstand te komen. Van het remmen zie je een *x-t* grafiek.



a. Wanneer reed de auto het bordje '0 m' voorbij?
b. Welke snelheid had de auto toen hij begon te remmen?
c. Wat is het meest opvallende verschil tussen deze LV en die van opgave **4a**?

Onder andere met behulp van het programma LINVOORT voor de GRM[2] wordt dit fenomeen getalsmatig verder verkend. Dit programma genereert voor een in te voeren functie, in een op te geven punt de lineaire voortzetting naar links of naar rechts.
Uiteindelijk voert het getalsmatig beschouwen van een lineaire voortzetting voor iedere x tot de algemeen bekende uitdrukking voor het differentiequotiënt (met H>0 voor de rechtervoortzetting en H<0 voor de linkervoortzetting). Met de GRM is deze procedure mooi te automatiseren voor elke willekeurige functie die bij Y1 wordt ingevoerd en een zelfgekozen waarde van H:

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=
\Y2=Y1(X+H)-Y1(X
)
\Y3■Y2/H
\Y4=
\Y5=
\Y6=
```

Op deze manier wordt al te zwaar algebraïsch manipuleren vermeden en blijf je als leerling en docent dichter bij de betekenis van de afgeleide functie.
Bij een kleine waarde van H is Y3 al een heel realistische benadering van de hellingfunctie.

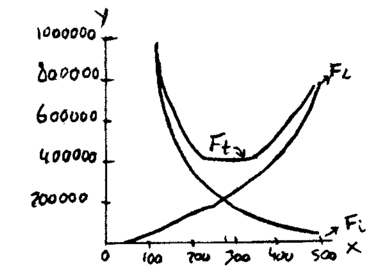
Het examen: het gebruik van de GRM

Een van de doelen van het TWIN-project is de integratie van ICT-middelen in het leerproces, met name het gebruik van de GRM. Vandaar dat we in het examen ook expliciet aandacht wilden schenken aan het gebruik ervan. De opgaven 3 en 4 bevatten elk een aantal onderdelen die niet zonder GRM kunnen worden opgelost. Daarnaast gebruikten leerlingen de GRM ook bij onderdelen waarbij dat niet expliciet de bedoeling was.

VLIEGEN met de GRM

Vraag 9 van opgave 3 (zie hiernaast) van het examen dwingt de leerlingen de GRM te gebruiken. De vertaling naar X en Y en het invullen van G maken deze vraag net iets meer dan alleen maar reproductie. De windowinstelling werd voorgeschreven om het nakijken voor de docenten iets makkelijker te maken.

Eén voorbeeld van de vele goede aanpakken:



GRM: $Y_1 = 3 \cdot x^2$

$Y_2 = 7.5E{-4} * (4E6^2/x^2)$

$Y_3 = Y_1 + Y_2$

OPGAVE 3 VLIEGEN

Een vliegtuig ondervindt twee soorten weerstand van de lucht.

- De *luchtweerstand* F_l

Deze weerstand is recht evenredig met het kwadraat van de snelheid.
Voor een Boeing 747 geldt:

$$F_l = 3 \cdot v^2$$

F_l is in N, v is in m/s.

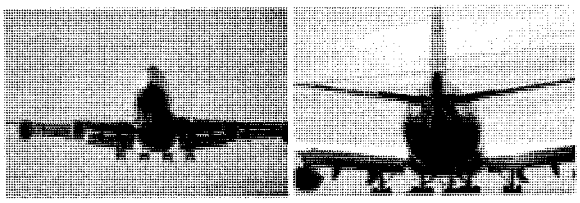
- De *inductieweerstand* F_i

Deze weerstand neemt af als de snelheid groter wordt. Bij een hogere snelheid van het vliegtuig is de luchtstroom onder de vleugels groter. En die luchtstroom is nodig om te kunnen vliegen.
F_i is onder andere recht evenredig met het kwadraat van het gewicht en omgekeerd evenredig met het kwadraat van de snelheid.
Voor een Boeing 747 geldt:

$$F_i = 7{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{G^2}{v^2}$$

F_i en G in N, en v in m/s

De totale weerstand F_t die een vliegtuig ondervindt, is de som van de luchtweerstand en de inductieweerstand. Je vliegt het meest efficiënt met de snelheid waarbij de totale weerstand het kleinst is.



Het startgewicht van een Boeing 747 is $4 \cdot 10^6$ Newton (400 ton).
Gebruik dit gewicht bij de vragen 9, 10 en 11.

6p ☐**9** Teken op de GRM de grafieken van F_l, F_i en F_t als functie van v.
Gebruik als windowinstelling voor X: [0,500] en voor Y: [0,1000000]
Maak op papier een schets van deze drie grafieken.

4p ☐**10** Bij welke snelheid vliegt een Boeing 747 het meest efficiënt? Licht je antwoord toe.

6p ☐**11** Bepaal de afgeleide van de functie F_t
Controleer met de afgeleide functie het antwoord van vraag **10.**

Tijdens de vlucht wordt het gewicht van de Boeing 747 kleiner door het enorme brandstof-verbruik van zo'n 10 ton per uur. Een Boeing 747 vliegt non-stop van Amsterdam naar San Francisco, een vlucht van 11 uur.
De piloot wil de hele vlucht op de meest efficiënte manier blijven vliegen.

6p ☐**12** Hoe moet hij zijn snelheid tijdens de vlucht veranderen?
Leg uit hoe je dat onderzocht hebt.

De totale weerstand blijkt bij ieder gewicht G minimaal bij de snelheid v waarvoor geldt: $F_l = F_i$

6p ☐**13** Toon met de formules van F_l en F_i en de afgeleiden aan dat deze bewering klopt.

Bij vraag 10 is de meest efficiënte snelheid vaak gezocht en gevonden bij het snijpunt van Y1 en Y2. Dat roept het GRM-plaatje makkelijk op, want bij die x is F_t ook minimaal. Het algebraïsch aantonen daarvan is onderwerp van vraag 13: een vraag die voor bijna alle leerlingen te hoog gegrepen was.
Een goed gedocumenteerd antwoord op vraag 10:

op het snijpunt van Y_1 en Y_2. daar
is nl de totale weerstand het kleinst
de x waarde (de snelheid) die ik vind
met intersect op Y_1 en Y_2 2nd CALC → intersect
Y_1 first curve
Y_2 second curve
guess?
de meest ideale snelheid
zou dus zijn
$251{,}49 \times 3{,}6 = 905{,}4$ km/h $x = 251{,}49$

Een zeer compact beargumenteerd antwoord:

Meest efficiënt bij F_t = minimum
GRM Calc optie 3: minimum
$y = 379500$ $x = 250$ vliegt het meest
efficiënt bij $v = 250$ m/sec

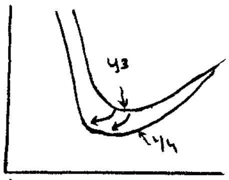
Er werd ook door diverse leerlingen op de grafiek van Y3 geTRACEd om het minimum op te sporen:

Ft is laagst/kleinst ⇒ VIA TRACE
⇒ bij $x = 250$ het kleinst punt van Ft
⇒ dus bij 250 m/s

Bij vraag 12 was het de bedoeling dat met een (paar) andere waarde(n) van G opnieuw het minimum van de somfunctie werd bepaald:

Na 11 uur heeft het vliegtuig verbruikt:
$11 \cdot 10$ ton = 110 ton
Vliegtuig weegt dan $400 - 110 = 290$ ton
$Y_1 = 3x^2$
$Y_2 = 7{,}5E{-4}(4E6^2/x^2)$
→ $Y_3 = Y_1 + Y_2$
→ $Y_4 = Y_1 + 7{,}5E{-4}(2{,}9E6^2/x^2)$

Schets



Naarmate de tijd verstrijkt en het toestel dus lichter wordt, komt het laagste punt meer naar links te liggen.
De piloot moet dus langzamer gaan vliegen

Twee leerlingen genereerden met behulp van de GRM een complete tabel van aangepaste snelheden. Per uur blijkt de snelheid met 3,2 m/s omlaag te moeten.
Opgave 3 overziende, blijkt dat leerlingen goed gedocumenteerd de GRM kunnen inzetten bij vragen die niet direct prijsgeven hoe hij moet worden ingezet (vragen 10 en 12). Het op papier weergeven van de GRM-grafieken (vraag 9) blijkt niet de problemen op te leveren die vaak worden verwacht.

De SCHAAFMACHINE met de GRM

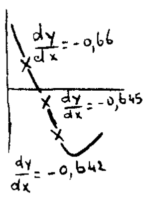
In opgave 4 (zie volgende pagina) zijn de vragen 16 t/m 20 direct gekoppeld aan de GRM. Ook voor de makers van het examen was het verrassend om te zien hoe gelijkmatig de snelheid is tijdens de schaafslag. Zoiets zie je niet zomaar aan de formule. De vragen 16 en 19 zijn heel mooi op te lossen met een meetkundige bril op. Sommige leerlingen doen dat ook. De verwachting was dat het merendeel de GRM te hulp zou roepen. Veel leerlingen bleken overigens helemaal niets te kunnen met deze serie vragen. Achteraf bezien begrijpelijk, want er zit een extra complicatie in: de grafiek op de GRM wordt in de vraagstellingen gekoppeld aan de context van de schaafmachine. Zie je die koppeling niet, dan zijn de vragen erg moeilijk.
Vraag 16 zoals hij bedoeld was:

Maximale uitwijking bepaald met GRM ⇒
menu Calc ⇒ maximum $= 0{,}577$. $t = 2{,}879$. 2
Na 2,879 sec zijn er $2{,}879 \cdot 2 = 5{,}758$ rad afgelegd
⇒ $\alpha = \frac{5{,}758}{2\pi} \cdot 360 = 330°$

Vraag 17 was al afdoende beantwoord met de opmerking dat de grafiek tussen maximum en minimum zo rechtlijnig is. Maar leerlingen zetten ook hier de GRM in. In de les hebben de leerlingen met LINVOORT hellingen bepaald:

Ik heb met Linvoort op GRM een aantal
plaatsen op de grafiek de helling bepaald.
Tussen $t = 0$ en $t = 1{,}5$ blijkt de helling
bijna vrijwel constant op dit traject.

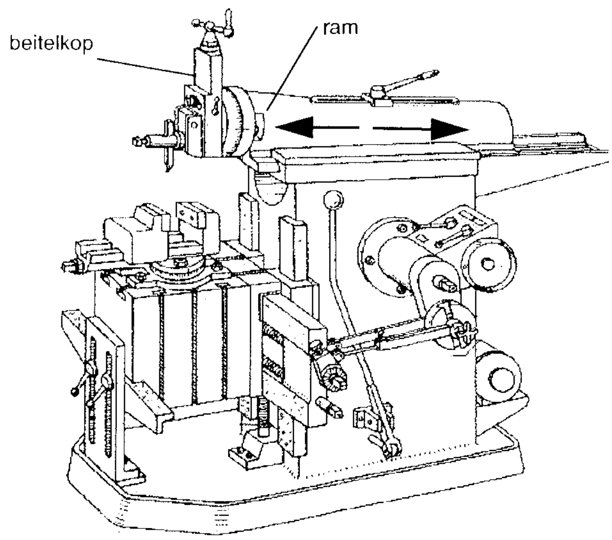
Hier een leerling die kennelijk zelf de optie *dy/dx* bij CALC heeft gevonden:



Als je met CALC → "6" $(\frac{dy}{dx})$
de RC gaat bekijken op verschillende
plekken van de U(t) grafiek, dan blijkt
dat de RC bijna overal gelijk is en dus
de snelheid vrijwel constant is
Dus de lijn van U(t) loopt vrij recht

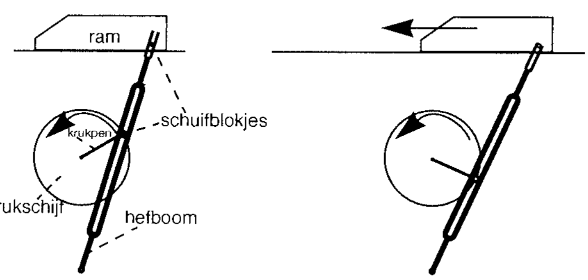
OPGAVE 4 De sterke-arm schaafmachine

Dit is een afbeelding van een *sterke-arm schaafmachine*.
Een ingenieus aandrijfmechanisme zorgt voor de heen en weer gaande beweging van de *ram*.
Alleen wanneer de ram naar links beweegt, wordt er geschaafd: de *schaafslag*.
Bij de *terugslag* (de beweging van de ram naar rechts) wordt er niet geschaafd.



In figuur 3 zie je dat aandrijfmechanisme.
Een hefboom is door middel van een krukpen en een schuifblokje verbonden aan een krukschijf. De hefboom is met een schuifblokje bevestigd aan de ram. De ronddraaiende beweging van de krukschijf wordt hierdoor omgezet in een heen en weer gaande beweging van de ram.

figuur 3

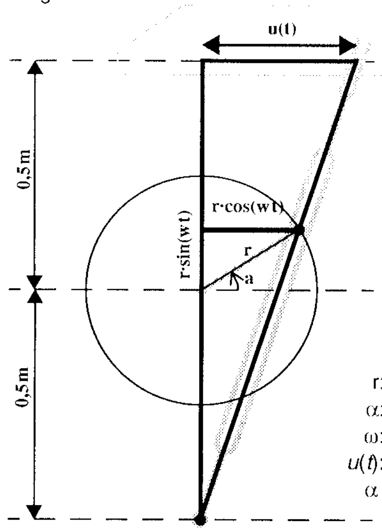


Het rechter plaatje van figuur 3 toont de stand van de hefboom aan het begin van de schaafslag.
De krukschijf draait met constante snelheid rond.

5p ❑ **14** Beredeneer aan de hand van figuur 3 waarom de schaafslag langer duurt dan de terugslag.

De beweging van de ram kan met een u-t functie worden beschreven.
Om deze formule af te leiden is in figuur 4 het aandrijfmechanisme schematisch weergegeven:

figuur 4



r: lengte krukpen
α: draaihoek krukpen
ω: hoeksnelheid krukpen
$u(t)$: uitwijking van de ram
$\alpha = \omega \cdot t$

Het functievoorschrift van u is:

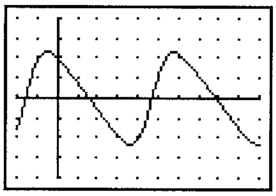
$$u(t) = \frac{r\cos(\omega t)}{0{,}5 + r\sin(\omega t)}$$

4p ❑ **15** Leg uit hoe dit functievoorschrift met behulp van figuur 4 kan worden gevonden.

De lengte van de krukpen en de hoeksnelheid worden ingesteld op r = 0,25 m en ω = 2 rad/s
Bij deze waarden ziet de grafiek op de GRM er als volgt uit:

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=0.25cos(2X)/
(0.5+0.25sin(2X)
)
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
```

```
WINDOW
 Xmin=-1
 Xmax=5
 Xscl=.5
 Ymin=-1
 Ymax=1
 Yscl=.25
 Xres=1
```



Op werkblad 3 is de grafiek vergroot een aantal keer afgedrukt.
Je kunt deze afdrukken eventueel gebruiken bij de beantwoording van de vragen 16 t/m 20.

4p ❑ **16** Bepaal de hoek α (in graden nauwkeurig) die hoort bij het begin van de schaafslag.

Het mooie van dit aandrijfmechanisme is dat de schaafbeweging met een vrijwel constante snelheid verloopt.

4p ❑ **17** Waaruit blijkt dat die snelheid vrijwel constant is?

4p ❑ **18** Bepaal de snelheid van de ram halverwege de schaafslag.

4p ❑ **19** Bij welke draaihoek α (tussen 0 en 2π) heeft de ram zijn maximale snelheid?

4p ❑ **20** Bepaal de grootte van die maximale snelheid.

Bij vraag 18 moet eerst bedacht worden dat dan de uitwijking nul is. Dan kan daar met LINVOORT de helling worden bepaald.

halverwege schaafslag is de u(t) 0
op dit punt is de snelheid maximaal
u(t) = 0 berekend met 2nd calc → zero →
x = 0,795 daarna 2nd calc dy/dx →
0,79 = -0,67 = -2/3 m/s
↑ naar beneden

Of je moet bedenken dat de hoek dan $\pi/2$ moet zijn, zoals de volgende leerling weet. Hij gebruikt ook nog de 'afgeleide' zoals die in de les aan bod is geweest:

Ik heb u'(t) getekend. Dit is de v(t) grafiek.
Halverwege de slag is t : 0,785 s. Omdat de
hoekverdraaiing hier $\frac{\pi}{2}$ rad is en de snelheid
2 rad/s is de tijd : $\frac{(\frac{\pi}{2})}{2} = \frac{\pi}{4} = 0{,}785$ s.
Bij t = 0,785 s op de v(t) grafiek
is de snelheid -0,667 m/s.

Een mooie natuurkundige/meetkundige oplossing van vraag 20 van een leerling die de horizontale hoeksnelheid van de krukpen uitvergroot naar de bijbehorende snelheid van de ram:

$$V_{omtr} = \omega r = 2 \cdot 0{,}25 = 0{,}5 \text{ m/s}$$

$$\frac{V_{ram}}{\text{afstand ram}} = \frac{V_{omtr}}{\text{afstand tot punt P}}$$

$$\frac{V_{ram}}{1} = \frac{0{,}5}{0{,}5 - 0{,}25}$$

$$V_{ram} = \frac{0{,}5}{0{,}25} = 2 \text{ m/s}$$

En tenslotte: als je bij vraag 18 al slim was, komt dat bij 20 te pas:

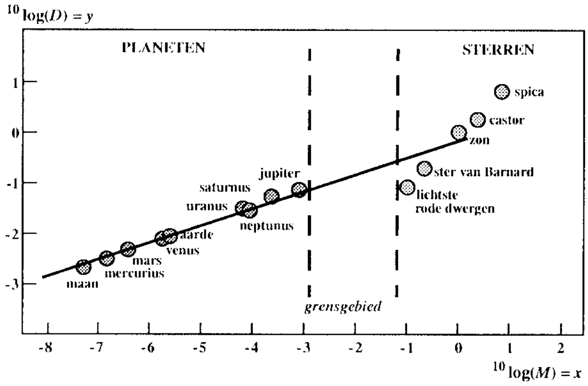
Ook bepaald d.m.v. GRM ⇒ menu CALC
⇒ maximum op de U'(t) grafiek ⇒ Y = 2
De snelheid = V = 2 m/s.

Bij opgave 4 konden de leerlingen niet met algebra aan de gang omdat ze de quotiëntregel niet hadden gehad. Er blijkt dan een rijke variatie aan aanpakken met de GRM te zijn.

And now for something completely different ......

Een aantal leerlingen heeft de GRM ook gebruikt bij vragen die daarvoor niet waren bedoeld. Bij de vragen 5 en 7 vonden we een paar originele aanpakken.

Met figuur W3 van het werkblad moesten twee vragen worden beantwoord:



5 Toon aan dat de formule $y = \frac{1}{3}x - 0.2$ de getekende lijn goed beschrijft.

7 Bepaal voor sterren een formule voor het verband tussen *M* en *D*, met behulp van figuur W3.

In het TWIN-materiaal wordt de GRM soms gebruikt om via regressie een functievoorschrift te vinden bij een functie waarvan alleen de grafiek of een tabel bekend is. Een aantal leerlingen heeft deze optie gebruikt bij de vragen 5 en 7.

Deze leerling zoekt 'mooie' punten op de lijn, waarna de regressielijn wordt bepaald met de GRM:

Je kijk in de grafiek waar de lijn
een mooie coordinaat heeft. dat zijn
dus (-5,5 , -2) & (-4 , -1,5) & (-2,5 , -1)
Je voert bij L1 (-2.5 & -4 & -5.5)
en bij L2 (-1 & -1,5 & -2)
druk op $\boxed{\text{STAT}}$ & zoek het commando
LinReg op. er komt het volgende
op je display te staan:
LinReg
y = ax + b
a = 0,33333 ≈ 1/3
b = -0,16666 ≈ 0,2
conclusie: de formule klopt.

De volgende leerling ziet bij vraag 7 direct vanuit de tabel dat $y = x$ de gezochte lijn moet zijn. Als controle laat hij deze lijn door de GRM eerst bepalen met regressie en vervolgens plotten. Ten slotte controleert hij dat deze echt door de bewuste punten heengaat.

:Met behulp van Ti 83 :

ster	L_1	L_2	$\Rightarrow L_1 = L_2$
rode dwerg	-1	-1	$y = x$
Barnard	-0,8	-0,8	
Zon	0	0	controle:
Castor	0,3	0,3	linreg $(a+bx)$
Spica	0,9	0,9	L_1, L_2, Y_1

Oplossing: $y = x$

Plot $X = L_1$ $Y = L_2$
GRAPH → de lijn gaat precies door alle punten heen.

Als controlemiddel is de GRM zeker ook nuttig. Dat het niet altijd goed gaat, toont de volgende uitwerking van vraag 5:

mbv. het programma linvoort heb ik "a" bepaald, deze is in decimaal 0,33. (formule y=0,33x - 0,2 ingevoerd en helling bepaald) Ik heb vervolgens met "trace" de b-waarde bepaald en deze is -0,2 formule klopt dus.

Deze redeneerkronkel laat duidelijk zien dat de GRM de leerlingen niet al het denkwerk uit handen zal nemen. De leerling zal zich meer dan ooit af moeten vragen waar hij mee bezig is.

Aandachtspunten

Vanuit bovenstaande voorbeelden en de totaalindruk van het werk van alle 79 leerlingen zijn er een paar punten die aandacht verdienen met betrekking tot de inzet van de GRM bij een examen.

Veelkleuriger aanpak
Het toestaan van de GRM draagt bij aan een breder aanpakgedrag van leerlingen dan wanneer vragen alleen maar algebraïsch mogen worden behandeld. Direct daarmee verbonden ontstaat ook een bredere variatie aan min of meer goede aanpakken. Het waarderen met punten wordt daardoor natuurlijk moeilijker. Bewust is in de meeste gevallen bij het hier getoonde werk van leerlingen geen uitspraak gedaan over de kwaliteit van de oplossing. Uitspraken daarover hangen teveel samen met het onderwijs dat wordt getoetst en het doel waarvoor de wiskunde wordt onderwezen.

Feit is wel dat je als docent met aanpakken wordt geconfronteerd die je in het verleden niet zag en die moeten worden beoordeeld op hun correctheid. Dat leidt vanzelf tot het volgende aandachtspunt.

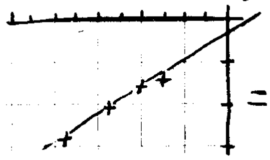
Wiskundige correctheid
De volgende uitwerking van vraag 5 werd voorgelegd aan TWIN-volgschooldocenten:

Met behulp van Ti 83:

planeet	L_1	L_2	Plot 1
maan	-7,2	-2,7	On
mars	-6,5	-2,3	$X = L_1$
aarde	-5,6	-2,0	$Y = L_2$
neptunus	-4,0	-1,6	

$Y_1 = \frac{1}{3} x - 0,2$

window: x min = -9   y min = -4
x max = 3   y max = 0
x scl = 1   y scl = 1



⇒ Schets graph Ti 83

⇓

De punten liggen bijna allemaal op een lijn en dat is: $\frac{1}{3} x - 0,2$

Strikt genomen beantwoordt deze leerling de vraag niet. Het is dus verdedigbaar om nul punten toe te kennen. Bijna unaniem waren de docenten echter van mening dat alle punten gegeven moesten worden. Belangrijkste argument: hij toont inventiviteit bij het aanpakken van een probleem en hij geeft een volledige verantwoording. Waarom zou je hem verwijten dat hij niet de platgetreden paden volgt? Eens te meer realiseerden we ons op dat moment dat binnen TWIN een programma is gemaakt waarin niet de traditionele wiskundige correctheid voorop staat, maar de bruikbaarheid van wiskundige methodieken om praktijkproblemen aan te pakken. In dat kader is zo'n aanpak met de GRM volledig verdedigbaar.

Gegeven het onderwijsprogramma en het toestaan van de GRM lijkt het goed om niet per definitie vast te houden aan traditionele waarden. Natuurlijk maakt het uit over welk programma je praat. Maar ook binnen de 'harde' variant (N&T) is herbezinning op wiskundige correctheid in het licht van de technologie op zijn plaats. Kijk bijvoorbeeld eens naar vraag 10: zonder GRM was een leerling niet eens op het idee gekomen om de 'fout' te maken een minimum te bepalen bij het snijpunt van twee grafieken. Maar even spelen met de GRM maakt zonneklaar dat minimum en snijpunt bij dezelfde X optreden. Reden temeer natuurlijk om een vraag als 13 te stellen, hoewel die voor de TWIN-leerlingen net iets te ver ging.

Extra hulpmiddelen

De leerlingen bij dit examen beschikten zomaar over het programma LINVOORT. Daarmee konden ze hun voordeel doen bij het beantwoorden van vragen of het controleren van het (reken)werk. In dit geval was dat niet erg: alle leerlingen was door hun docent verteld dat ze dit programma in hun GRM moesten meenemen naar het examen. Volgend jaar zijn er ook leerlingen die een andere methode gebruiken en die hebben dat programma dan misschien niet. Wat voor LINVOORT geldt, is natuurlijk ook algemeen geldig: een leerling kan met eigen inventiviteit (surf maar eens over het net ...) of met hulp van een docent een aardig arsenaal aan extra hulpjes opnemen in het GRM-bestand. Realiseren we ons wel hoe dit de resultaten bij een examen kan beïnvloeden?

Docent afhankelijkheid

Het is duidelijk dat het invoeren van de GRM in het TWIN-programma heeft geleid tot intensief gebruik ervan. Naast het uit handen nemen van veel reken- en tekenwerk wordt de GRM ook gebruikt als onderzoeksmiddel en als controlemiddel. Vooral bij deze laatste twee toepassingen lijkt de docent grote invloed te hebben op het al dan niet zinvol gebruiken van de GRM door de leerlingen. Opvallend bij dit examen was dat bij de ene klas de GRM alleen werd ingezet bij vragen waar dit vereist werd, terwijl in een andere klas veel leerlingen hem juist ook bij andere vragen gebruikten. Dit laatste duidt op een flexibeler en zekerder houding van de leerlingen ten aanzien van de GRM. Deze zal pas tot stand kunnen komen als de docent tijdens de les stimuleert de GRM te gebruiken. Een grote rol daarbij zal weggelegd moeten zijn voor reflectie op het gebruik van de GRM. De leerling zal moeten begrijpen wat hij op de GRM aan het doen is. Ook moet hij de mogelijkheden en onmogelijkheden van de GRM leren kennen. Als deze voorwaarden echter vervuld zijn, kunnen de leerlingen met onverwachte oplossingen komen die zonder de GRM nooit bereikt zouden zijn.

Maarten Jaspar, HvU/FEO
Henk van der Kooij, Freudenthal Instituut

Noten

[1] Het volledige examen met bijlagen en uitwerkingen is te downloaden als PDF file op de TWIN-site: www.fi.uu.nl/twin

[2] Het programma LINVOORT is als TI 83 programma te downloaden op de bovengenoemde TWIN-site. Daarvoor is wel een GRAPH-link nodig.

De Nationale Doorsnee (DND)

In het vorige nummer van de *Nieuwe Wiskrant* heeft u kunnen lezen over het grootschalige statistiekproject De Nationale Doorsnee. Dit project is bedoeld voor alle leerlingen van klas 1 en 2 van het voortgezet onderwijs. In het volgende nummer van de *Nieuwe Wiskrant* zal er meer aandacht worden besteed aan DND.
Handig om al te weten zijn onderstaande data.

Belangrijke data voor DND

Februari tot mei
Voorbereiding van het project door APS, CBS, Freudenthal Instituut, NVvW, SLO, stichting WeTeN en stichting Wiskunde 2000. Aankondigingen in *Euclides*, *Nieuwe Wiskrant* en *Nieuw Archief voor Wiskunde.*

Begin juni: Pilot, testen van de logistiek van het project.
Juni, week 25: De wiskundesecties ontvangen de inschrijfformulieren en informatiepakketten.
September, week 39: De wiskundedocenten ontvangen de deelnemerspakketten.

10 oktober, de dinsdag in de WeTeNschaps- en Techniekweek: Onthulling van De Nationale Doorsnee en de uitreiking van de prijzen.