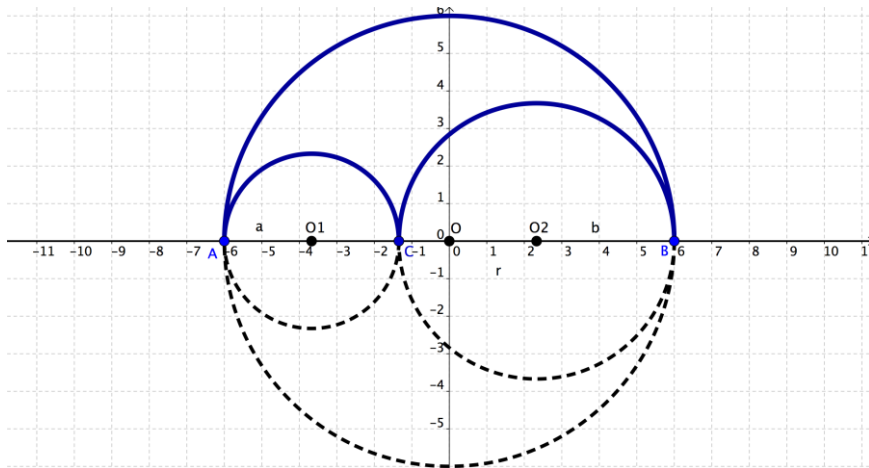


Inleveropdracht 6 V wD: Halve en hele cirkels

Drie halve cirkels vormen één speciaal figuur. Zie de tekening hieronder. Het is één van de figuren die in de klassieke Griekse meetkunde werd bestudeerd. Het figuur bestaat uit drie halve cirkels waarvan de begin- en eindpunten twee aan twee samenvallen. Die drie punten liggen bovendien op één lijn, en de halve cirkels liggen allemaal aan dezelfde kant van deze lijn.



Dit figuur heeft door de eeuwen heen mensen gefascineerd door de verrassende verbanden en de soms vreemde tegenintuïtieve eigenschappen. De volgende opgaven gaan daarover.

Afspraken:

- 1 De stralen van de halve cirkels met diameter AC en BC noemen we a en b , de straal van de grote halve cirkel met diameter AB noemen we r . Dus $a+b=r$.
- 2 De middelpunten van de halve cirkels met diameter BC en AC noemen we O_1 en O_2 en het middelpunt van de grote halve cirkel noemen we O .
- 3 Als we coördinaten gebruiken dan leggen we de oorsprong in O . AB is dan de x-as, $A(-a-b,0)=A(-r,0)$ en $C(-r+2a,0)=C(a-b,0)$.
- 4 De cirkel met middelpunt O_1 en straal a noteren we als volgt: $\odot(O_1, a)$, zo ook $\odot(O_2, b)$ en $\odot(O, r)$.

De oppervlakte.

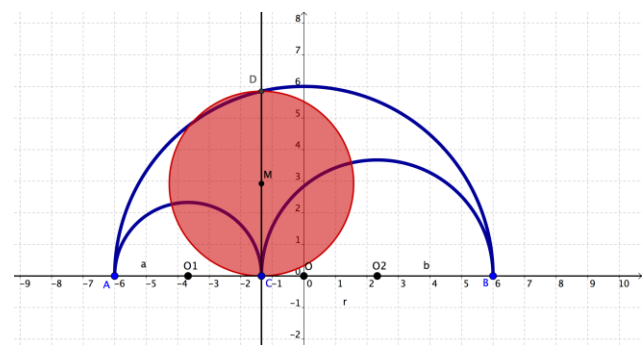
Teken in punt C de gezamenlijke raaklijn aan de twee halve cirkels die elkaar raken in C. Deze raaklijn snijdt $\odot(O, r)$ in punt D. M is het midden van CD.

Opgave 1

Bewijs dat de oppervlakte van het gebied binnen de drie halve cirkels gelijk is aan de oppervlakte van $\odot(M, MC)$.

Opgave 2

Bewijs mbv de stelling van Thales dat $CD = 2\sqrt{ab}$.



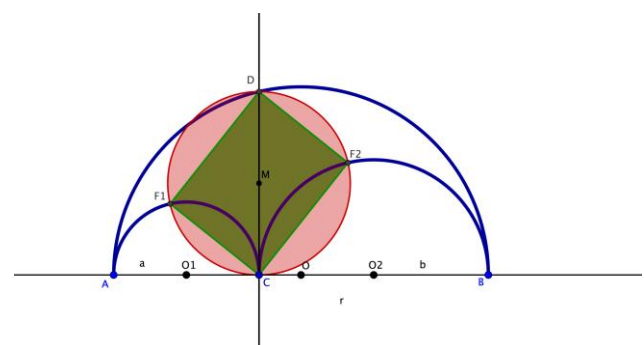
F_1 is het snijpunt van $\odot(M, MC)$ en $\odot(O_1, a)$. F_2 is het snijpunt van $\odot(M, MC)$ en $\odot(O_2, b)$.

Opgave 3

Bewijs dat vierhoek $C F_2 D F_1$ een rechthoek is.

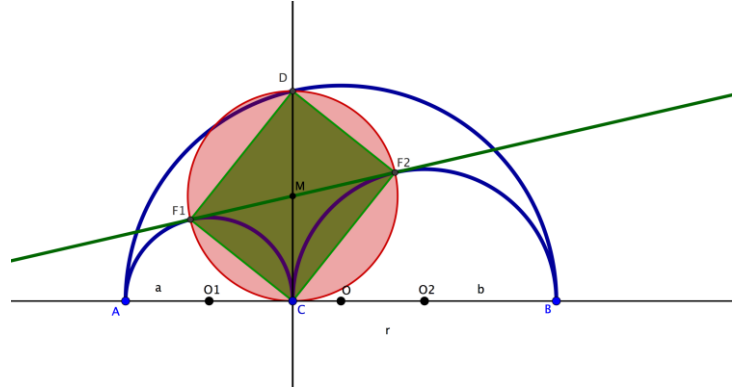
Opgave 4

Bereken de oppervlakte van de rechthoek $C F_2 D F_1$.

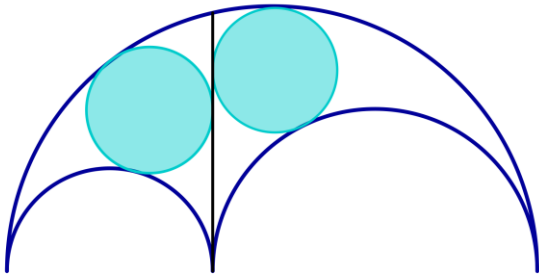


Opgave 5

Toon aan dat ook de andere diagonaal F_2F_1 van de rechthoek een gezamenlijke raaklijn is van $\odot(O_1, a)$ en $\odot(O_2, b)$.



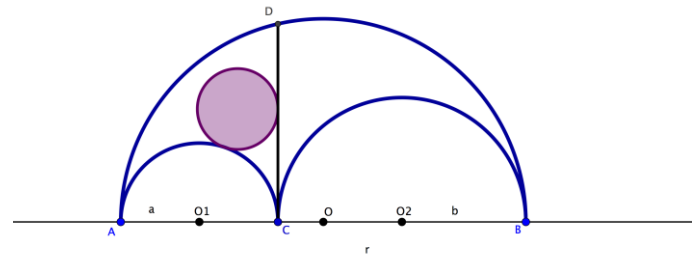
Tweelingen.



Hiernaast zie je twee speciale cirkels, ze raken aan twee halve cirkels én ook aan de gemeenschappelijke raaklijn. Ze lijken even groot, maar zijn ze dat ook? Dat ga je na in de volgende opgaven.

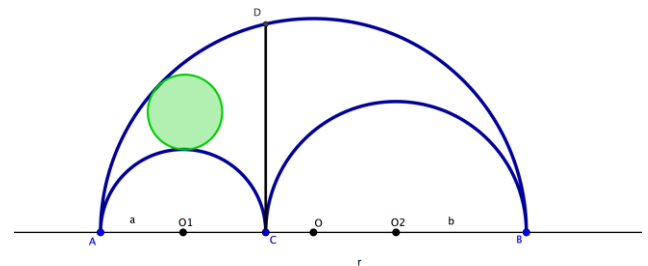
Opgave 6

In de tekening hiernaast zie je een nieuwe cirkel. Deze raakt $\odot(O_1, a)$ en CD . Het middelpunt van deze cirkel ligt even ver van CD als van $\odot(O_1, a)$. Op welke kromme ligt dit middelpunt?



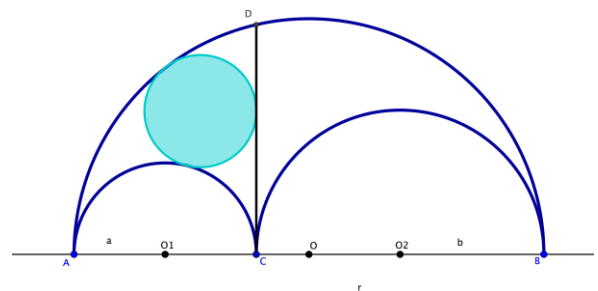
Opgave 7

In de tekening hiernaast zie je nog een nieuwe cirkel. Deze raakt $\odot(O_1, a)$ en $\odot(O, r)$. Op welke kromme ligt dit middelpunt?



Opgave 8

Construeer in Geogebra de cirkel die raakt aan $\odot(O_1, a)$, aan $\odot(O, r)$ én aan CD . Construeer ook de andere cirkel die raakt aan $\odot(O_2, b)$, aan $\odot(O, r)$ én aan CD .



Opgave 9

Bewijs dat de beide cirkels uit opgave 8 congruent zijn.

Extra:

Zoek zelf een verrassend verband, bewijs dit en maak er een uitdaging van voor de andere WD'ers.

