

Wiskundige wereldoriëntatie – een onderzoek naar wiskunde bij kinderen

F.J. van den Brink

Summary

Children's ideas of mathematical objects often disagree with those of adults. This leads to conflicts and surprising situations.

Using rather than shirking these situations is a didactical principle we try to exploit for teacher's instruction. Its use is shown by a few examples: growth, weight, volume and the use of the handheld calculator.

Het nieuwe van de Nieuwe Wiskrant is o.a. dat ze ook een stukje heeft ingeruimd voor wiskunde in kleuter en lager onderwijs. Wiskunde – als je bijvoorbeeld denkt aan differentiëren en integreren – komt op de kleuterschool natuurlijk niet voor. Toch kun je niet ontkennen dat kleuters op gezette tijden zich voor wiskundige problemen gesteld zien.

Groei.

Op het schoolplein spelen een groepje kleuters het aftelspel “Zat een klein zigeunermeisje huilend op een steen” De kleuters staan in een kring dit liedje te zingen, terwijl een meisje binnen de kring zit of rondloopt. Aan het eind van het lied kiest ze er nog een “zigeunermeisje” bij en de kring zet nu in met “Zaten twee zigeunermeisjes”.

Maar dan komt de aanleiding tot het probleem: aan het einde van het lied mag *elk* van de twee kleuters een ander kiezen. Het aantal kinderen binnen de kring groeit daardoor snel aan ten koste van de kring zelf: eerst 1, dan 2, 4, 8 kleuters in de kring en het spel is afgelopen: er is bijna geen kring meer over. Wat nu! Sabine weet een oplossing: “Eén meisje moet 'm zijn”. En ja, als slechts één steeds kiest, groeit het aantal veel minder snel: 1, 2, 3,.... Daardoor kunnen ze het spel een flink aantal keren spelen – en daar is het hem om te doen.

De snelheid waarmee een getal groter wordt (exponentieel, lineair, of nog anders) speelt blijkbaar niet alleen op het wiskundige niveau van limieten e.d. een reële rol. Ook in de “alledaagse speelwereld” worden kleuters ermee geconfronteerd. In het kleuteronderwijs proberen we die conflict- of verrassingssituaties waarin kleuters “van nature” verzeild kunnen raken, expres uit te lokken.

Misschien hebben 15- en 16-jarigen ook wel eigen denkbeelden waarvan we bijvoorbeeld in ons onderwijs van limieten gebruik kunnen maken. Maar wat weten wij eigenlijk van die denkbeelden?

Op een conferentie zei één van de deelnemers (1) het

aldus: “Je indoctrineert de kinderen wat ‘oneindigheid’ betekent, maar ze houden toch aan eigen ideeën vast”.

Gewicht.

Een ander voorbeeld van een conflictsituatie. Eerste klassers zijn naar de schooldokter geweest. Ze zijn gemeten en gewogen. Juf heeft voor die gelegenheid ook de personenweegschaal meegenomen. Peter mag er op gaan staan. De anderen staan er omheen. Hoeveel weeg je? Peter leest de schaal af. Dan vraagt juf: “Kan je je ook zwaarder maken?” Peter zet dikke wangen op – het lukt niet. De anderen helpen hem met suggesties: “Je moet op één been gaan staan”. Je lijkt dan inderdaad zwaarder (is het “arbeid” of “gewicht?”), maar het helpt Peter niet; de weegschaal blijft onveranderd.

“Je moet gaan zitten of op de weegschaal gaan liggen”.

“Als je slaapt, ben je zwaarder”.

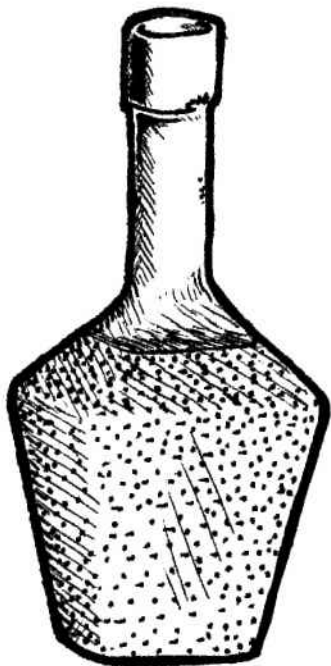
“Je moet heel veel eten, joh”.

Allerlei suggesties en voorspellingen worden gedaan om het onveranderlijke gewicht te beïnvloeden of te verklaren.

In de tweede klas gebruiken we twee weegschalen: één onder het ene been en één onder het andere. Dan is het gewicht per weegschaal wel te beïnvloeden. Een probleem met nieuwe verrassingen.

Deze conflict- of verrassingssituaties staan in het wiskunde-onderwijs als het ware tegenover het “gladjes” leren hanteren van allerlei algoritmen d.m.v. oefenen. Van Hiele (2) wijst op een zekere schroom bij leraren om hun leerlingen in dergelijke “denkcrises” te plaatsen, terwijl juist deze situaties de behoefte om iets te leren erg groot maken.

Bij het creëren van conflict- of verrassingssituaties speelt het maken van een *voorspelling* van wat de uitkomst van een probleem zal zijn een fundamentele rol.



Inhoud.

Een ketchupflesje met een smalle hals wordt voor de helft met water gevuld. Dan gaat de dop er op; er kan geen druppel meer in of uit. Daarom zijn de kinderen ook erg verbaasd als je het flesje omdraait. Er zit nu plotseling voor méér dan de "helft" water in het flesje! Hoe kan dat? Is inhoud dan niet alleen afhankelijk van de hoogte?

In verrassingssituaties gaan de kinderen na waarvan grootheden (zoals gewicht en inhoud) afhangen en hoe processen (zoals groei) kunnen worden beïnvloed.

Rekenmachines

Ook de rekenmachine is in het kader van conflict-situaties te plaatsen in het onderwijs op de lagere school:

Brigitte drukt op de cijfertoets. De cijfers verschijnen op het venster. Dan drukt ze op de plus-toets en kijkt naar het venster. Ze wacht, er gebeurt niets. Tenslotte zegt ze: "Die doet niks".

Vanuit dergelijke kleine conflictsituaties ontdekken de kinderen hoe je de machine kunt gebruiken. Daarbij steunen ze sterk op hun rekenkennis en rekengewoontes. Juist daarom ontstaan conflictsituaties die een uitbreiding van wiskundige activiteiten inluiden.

Bij opgaven als $7 + 18 = \square$ hebben de tweede klassers geen enkele moeite om met de machine de oplossing te vinden. Hetzij als controle op het zelf berekende, hetzij als directe uitvoering. Ofschoon er toch altijd enkelen zijn die tevergeefs naar de toets 18 gaan zoeken. Maar "stipsommen" zoals $\square - 9 = 24$ eisen van de kinderen iets meer om dit in "machine-taal" om te zetten. Vrijwel elke tweede klasser volhardt in zijn poging deze opgave uit het hoofd op te lossen – met de rekenmachine naast zich op tafel. Velen lukt het niet om op die manier de oplossing te vinden. Je zegt nog: "Met de rekenmachine gaat het gemakkelijk" – en het conflict is geboren: hoe die machine dan te gebruiken? Wat belemmert de kinderen toch? De rekenmachine heeft voor hen een controlerende taak, achteraf, nadat de opgave gemaakt is. Hij kan aangeven of je de som goed of fout hebt. Dat je de rekenmachine ook kunt zien als een soort *compagnon*, als een *rekenmaatje* in moeilijke rekenpartijen dringt moeizaam door.

Benjamin (tweede klasser) zegt tenslotte bij de opgave $\square - 9 = 24$, "Ik zal 30 eens proberen". (Hij vindt op de machine $30 - 9 = 21$). "Ik denk 33, want het moet meer zijn dan 21" (De uitkomst moet immers 24 zijn). De durf om maar eens een getal te proberen en vandaar uit op het juiste antwoord te komen, is een belangrijk soort rekengewoonte op de lagere school die de rekenmachine o.a. eist.

We hebben u met deze voorbeeldjes enkele momenten laten zien uit ons onderzoek rondom het aanvankelijk getalbegrip en de "wiskundige wereldoriëntatie". De bedoeling van het onderzoek is enerzijds kennis te verwerven over denkbeelden die kinderen erop na houden en die van belang voor het wiskunde-onderwijs kunnen zijn. Anderzijds onderzoeken we hoe het onderwijs moet zijn ingericht om aansluitend op die kinderlijke denkbeelden wiskundige begrippen en activiteiten te induceren. Het gebruik maken van bijvoorbeeld conflict- of verrassingssituaties vormt in dat onderwijs een belangrijk principe. In volgende bijdragen hopen we ook andere praktische didactische principes te belichten.

- (1) Tall, D., Universiteit van Warwick (UK), tijdens de Vierde Conferentie van de International Group for Psychology of Mathematics Education.
- (2) Hiele, P.M. van: *De problematiek van het inzicht, gedemonstreerd aan het inzicht van schoolkinderen in meetkunde-leerstof, 1957, Meulenhoff, Amsterdam, pag. 128.*