Zakrekenmachine

Een kwalitatief onderwijsonderzoek; deel 2.

F.J. van den Brink
OW & OC, R.U. Utrecht

Summary

Handheld calculators and qualitative research in teaching.
The research reported in the present and previous issues (see: Nieuwe Wiskrant nr. 1, 1981) deals with the use of handheld calculators by kindergarten and elementary school children.
It is three kinds of research:
1. Research on ideas of children about calculators and about their use of the calculators.
2. Research on dialogues in groups of two children during their use of the calculator for a certain subject.
3. Research on the use of calculators in real class situations.
The aim of the research is: recommendations for instructions with calculators based on the use of handheld calculators by children. Besides towards the children's behaviour the study is directed towards some mathematical subjects, didactical situations and principles that can be important for the instruction of the calculator.

Inleiding

In het vorige nummer van de Nieuwe Wiskrant zagen we vier verschijnselen die sterk in het oog sprongen bij observaties naar het gebruik van de zakrekenmachine (1) door kleuters en lagere schoolleerlingen:
Alle kinderen, van welke leeftijd ook, gaan zodra ze een rekenmachine in handen krijgen *rijen symbolen maken.*
Op de tweede plaats blijkt, dat oude-vertrouwde rekenmodellen, notaties en manieren, die het *officiële rekenen* belichamen, een "sterk" bestaan hebben bij de kinderen tegenover de vlotte rekenmachine.
Ten derde gaan alle kinderen, zij het op verschillend niveau, op zoek naar de *automaat* in de rekenmachine (hoe moet je de machine hanteren?).
En ten vierde blijkt er een zekere *geaardheid* te bestaan bij kinderen tijdens het hanteren van de rekenmachine.
Ze maken bijv. heel snel (druk)fouten en zijn zich dat ook terdege bewust. Als remedie zijn ze geneigd spontaan zichzelf hun handelen te dicteren.
In datzelfde artikel werd uitgebreid aandacht besteed aan het eerste verschijnsel: Rijen symbolen rijgen. De andere drie komen nu aan bod.

Vertrouwd zijn met het rekenen en vertrouwen hebben in de rekenmachine

Het officiële rekenen is sterk bepaald door vertrouwde notatiewijzen, modellen en rekenmaniertjes.
Het rekenen wordt door de kinderen zelfs met deze middelen vereenzelvigd. Het uit-het-hoofd-rekenen steunt er bijv. op. Je kunt "zien" hoe je rekent. De rekenmachine daarentegen sluit de kinderen van dit vertrouwde rekenen af.
"Hij doet eigenlijk alles al" zegt Tamara (9; 3e klas). "Hij rekent uit. Je hoeft zelf alleen maar die dingetjes in te drukken." Rekenen leer je er niet mee.
Er is daardoor een zekere schroom bij de kinderen om de rekenmachine tot het "rekenen" te laten behoren. Hij laat niet zien hoe je zelf moet rekenen. Hij is meer anti-rekenen. Is dat wel te vertrouwen? Notaties, modellen en rekenmanieren laten je wel zelf rekenen. Zij vormen het echte rekenen.
Kinderen geven blijk dat het echte rekenen met zijn modellen enz. bestaansrecht blijft houden. Ook al omdat je *zonder* rekenkennis op een erg laag niveau met de rekenmachine blijft spelen. Ze zijn anderzijds ervan overtuigd dat de machine zelf geen rekenfouten maakt. Wat dat betreft, stellen ze wel veel vertrouwen in het apparaat.
"Hoe weet je dat 69 de goede uitkomst is?" vraag ik aan Patrick ((8;3), 3e klas, mei) nadat hij de opgave 53+9+7= heeft ingedrukt. "Ik heb alle goeie cijfers aangedrukt" zegt hij. Of de machine wel goed rekent, is boven alle twijfel verheven.
Ze stellen wel vertrouwen in de machine, maar daarmee is de rekenmachine nog niet een vertrouwd apparaat voor de kinderen. Hoe wordt nu de plaats van de rekenmachine aangegeven door kinderen binnen het geheel van vertrouwde rekenmodellen, manieren en notaties? Dat is de vraag waarop we in deze paragraaf ingaan.

Zelf uitrekenen of op de machine?

Als je kinderen voor het eerst zelfstandig een rekenmachine laat uitproberen, worden altijd opgaven gekozen die *uit het hoofd* kunnen worden opgelost. Ze kunnen daardoor eenvoudig controleren of ze de rekenmachine goed hanteren. Maar voortdurend zelf uitrekenen van opgaven belemmert de kinderen echter om de rekenmachine te gebruiken als "rekenmaatje" in moeilijke rekenpartijen. De machine wordt hoogstens als controleur gebruikt van hetgeen al berekend is.
Kijken we nu naar kinderen voor wie de rekenmachine wat vertrouwder is, dan wisselen die "het werken op de rekenmachine" af met "het zelf uitrekenen". Dit wisselen gebeurt echter op de meest onverwachte momenten, zoals ze ook andere rekenmodellen naar eigen inzicht en behoefte te hooi en te gras gebruiken. Als criteria voor het wisselen tussen "zelf uitrekenen" en "op de machine" konden we alleen de vertrouwdheid en de werktijd vinden. De tijd die je nodig *denkt* te hebben om een opgave uit het hoofd uit te rekenen of om hem in te toetsen bepaalt het afwisselen.
We zullen het één en ander illustreren met observaties.
Er is van een zekere fasering sprake:

- leerlingen rekenen eerst zelf alles uit.
- het onderwijs poogt de rekenmachine als vertrouwd "rekenmaatje" aan te bieden. En tenslotte
- de situatie van de vertrouwde rekenmachine.

- *Alles eerst zélf uitrekenen*

José en Albertine, beide 7 jaar en uit een tweede klas hebben elk een rekenmachine. Ze geven elkaar opdrachten. Albertine dicteert de som 7+3= : "Op de 7 drukken, op de "erbij" (+). Heb je hem al? Drie. Is (=)". José kijkt op het venster en zegt: "Klopt, 7 erbij 3 is 10".
De kinderen blijven zichzelf steeds kleine getallen geven. Die kunnen ze gemakkelijk controleren. Het gaat immers niet om de uitkomst, maar om de rekenmachine te leren hanteren.
"Kunnen jullie niet wat grótere getallen maken?", vraag ik. Albertine reageert door aan José de opgave 9+9+9= te dicteren.
Een "groter getal maken" wordt geïnterpreteerd als een gedurige som maken, waarbij ze de controleerbaarheid van de opgave handhaven. We willen die controleerbaarheid doorbreken om de kinderen wat meer te laten steunen op de rekenmachines. Maar daartoe zullen we wat meer moeten ingrijpen.
"Goed. Dan geef ik een sommetje op." (7+• =100.) "Zeven. Erbij (+). Ja, er moet iets bij, en dan moet er 100 uitkomen." (Een "mondelinge stipsom"). De kinderen zitten te trillen van opwinding. Zo groot vinden ze het getal 100. José: "Oei.... Even tellen.... 7, erbij,.... (Ze telt zachtjes en dan:) 93. Want 7 erbij 3 is 10." Weer uit het hoofd. "Nou, en?" zeg ik nog. José: "Nou 100 min 7, dan heb je 93. 93 moeten erbij."
Ze doet dit allemaal *uit het hoofd*. Terwijl de machine, die voor haar ligt, niet geraadpleegd wordt. Ze is te goed in rekenen.

Hoe kun je dat uit-het-hoofd-rekenen doorbreken? Hoe kun je de noodzaak van de machine stimuleren? Ik probeer het nog eens met een ander soort stipsom: *"Albertine heeft 13 staan en ze moet er 213 van maken. Wat moet er gebeuren?" Albertine zelf maakt eerst: 131 ("Eén erbij bij de één die er al stond") en daarna 13200. (Ze weet dat er 200 bij moet, maar ze vergeet de* $\boxed{+}$ *in te drukken). José past deze trial-and-error-werkwijze van Albertine niet toe. Ze denkt het eerst aan het "gewone" rekenen en vertaalt het daarna in handelingen met de machine. Ze gebruikt de machine niet als rekenmaatje, maar meer als "controlerende rekenmeester" achteraf na het hoofdwerk.*

- *Rekenmachine als rekenmaatje of rekenkameraadje*

Ook in hogere klassen is het moeilijk het gebruik van de rekenmachine als "rekenmaatje" (rekencompagnon) te laten ontdekken. De kinderen gebruiken wel grote getallen, maar rekenen uit het hoofd.
"Maak zelf eens een som, op de machine, Hugo."
Hugo (8,9; 3e klas) maakt de opgave 999×1000 op de machine en zegt dat de uitkomst 999000 goed is: "Dat weet ik uit mijn hoofd."
Dan geef ik een stipsom op:
422 plus iets en dan moet er 1000 uitkomen (422+• =1000)
Astrid ((8,3); 3e klas): "Ja, 600, eh nee, 60. Nee, 680?" Ik noteer deze mogelijkheden: 600, 680. Hugo kijkt naar het getal 422 dat op het venster staat en schat: "zeshonderd acht en ...eh.....zeventig." "Dus, 600 of 680 of 678" zeg ik. "Probeer het maar eens."
Hier breken we eindelijk door de zekerheid van het "zelf kunnen uitrekenen" heen. Er worden zinvolle schattingen gemaakt vooraf, maar de rekenmachine moet ons wel de oplossing aan de hand doen. Hij is nu niet meer alleen "controleur" van dé enig juiste uitkomst. Kinderen hebben hem nu écht nodig. Het is duidelijk, dat we met de werkwijze van het schatten op grond van het positiestelsel (of orde van grootte) het image van de rekenmachine kunnen veranderen.

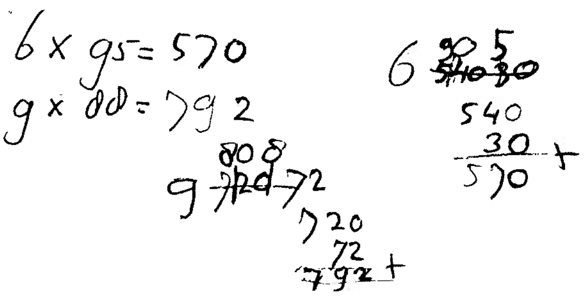
- *De situatie van de vertrouwde rekenmachine*

In de 4e en 5e klas wordt het *"samenspel"* tussen het "uit-het-hoofd-doen" van sommen en "op de machine" nog evenwichtiger. Bij kinderen die vertrouwd zijn op de machine blijkt de werktijd een criterium te zijn om de rekenmachine al of niet te gebruiken.
Ikos ((10,11); 4e klas) werkt vaak met de zakrekenmachine. Hij moet 20 sommetjes "uit het hoofd" doen. (4). Nu eens gebruikt hij de rekenmachine (bij: 320–60= en 1450–300=) dan weer niet (bij: 7946-300= en 1000–80=).
Doe je al die sommen uit je hoofd?
"Ja, alleen als het lang duurt, doe ik het met de rekenmachine" en hij betoogt de opgave wel allemaal uit het hoofd te kunnen, maar dat hij het om den tijdswille maar met de rekenmachine heeft gedaan.
Per opgave vindt er dus een afweging plaats van de tijd die nodig is om de toetsen in te drukken en de tijd om

de opgave uit het hoofd te doen. Er is nu geen sprake meer van een behoefte om te controleren of je wel juist hebt ingedrukt. De rekenmachine komt geleidelijk aan binnen de collectie van vertrouwde modellen van de leerling, maar verdringt daarmee de andere modellen niet! De rekenmachine wordt door de leerling geïncorporeerd in het vertrouwde rekenen.
Het reken-onderwijs krijgt daarbij een belangrijke taak om kinderen attent te maken op het gebruik van de machine binnen bekende algoritmen zoals het kruispuntenmodel (vermenigvuldigen), onder elkaar schrijven (optellen) en staartdelingen.

Kruispuntenmodel en onder-elkaar-schrijven

Hugo ((9;2); 3e klas, mei) krijgt een aantal opgaven om uit te rekenen. Al of niet met de rekenmachine, dat mag hij zelf kiezen.
"Wat doe je eigenlijk het liefst?"
"Gewoon uitrekenen", zegt hij, terwijl hij toch veel met de rekenmachine heeft gewerkt, maar: "....ik ben altijd het eerst klaar, dus...."
Uit zijn hoofd schrijft Hugo de uitkomst op van 70×80= en 900×800= .
Hij rekent 6×95= en 9×88= op een kladblad uit met het z.g. kruispuntenmodel en het "onder-elkaar-optellen".

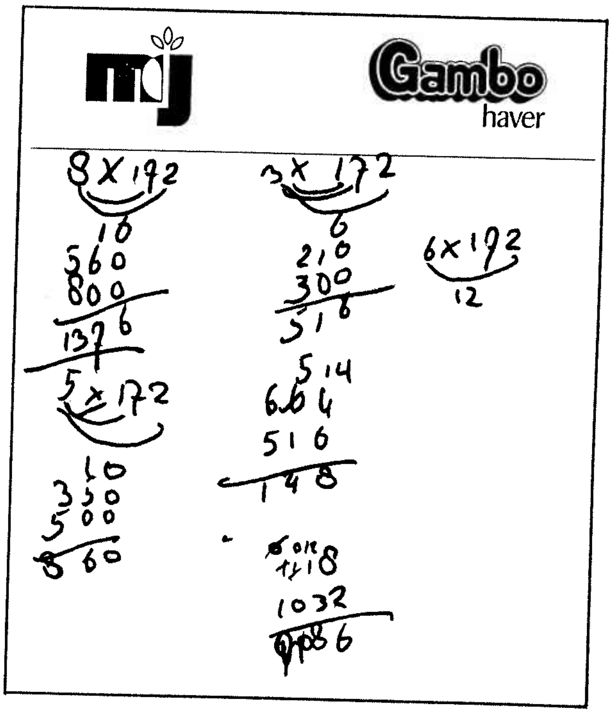


Maar een optelling, zoals 9827+586= , gaat plotseling veel langzamer. Hij pakt nu wél de rekenmachine erbij en rekent de opgave uit.
Ik praat nog even met hem na.
O. *"Zou je 70×80, de eerste som die je deed, op de rekenmachine moeten doen?"*
H. *"Nee, dat kan je makkelijk uit je hoofd."*
O. *"Die som van 6×95 deed je met het kruispuntenmodel, terwijl je toch weet dat ie met de rekenmachine heel vlot gaat."*
H. *"Ja. Omdat ik het altijd zo doe".*
O. *"Bij de optellingen werd het plotseling veel moeilijker zag ik. Je gebruikte toen wel de rekenmachine."*
H. *"Ja, omdat we op school die sommen altijd onder elkaar zetten. Hier staan ze naast elkaar." (9827+586=)*

De vertrouwdheid met een model of een notatiewijze uit het "gewone" rekenen is bepalend voor het *niet* gebruiken van de rekenmachine.
Nog niet eens zo zeer de tijd die Hugo er voor nodig heeft.

Staartdeling

Als Ikos ((11;1); 5e klas, augustus) de opgave 6664780:172= moet uitrekenen (5), noteert hij eerst 172 / 6664780\ in zijn schrift, berekent dan op de rekenmachine *de uitkomst en noteert die erachter:*
172 / 6664780 \ 3865
Het antwoord is hem dus nu al bekend.
Toch gaat hij daarna gewoon de staartdeling uitvoeren.
"Dat getal (3865) schrijf je erachter en dan pas ga je het uitrekenen? Heeft dat voordelen?" vraag ik hem.
Ikos: "Ja, want anders moet ik het getal (3865) de hele tijd onthouden."
Hij maakt bij het uitrekenen geen enkel gebruik van de uitkomst. Alle produkten die hij nodig heeft worden apart op een kladblaadje uitgerekend.



Slechts één keer gebruikt hij de rekenmachine: om 7×8 uit te rekenen! Een produkt dat hij eigenlijk uit het hoofd moet kennen. Kan het gebruik van de rekenmachine niet wat rijker? Kan de machine met name in de staartdeling niet een bredere functie vervullen?
De *preventieve controle* van een rekenmachine is bijv. een didactisch principe bij het gebruik van de rekenmachine in het oefenen van algoritmen. Door de uitkomst *van te voren* vast te stellen met de machine en deze te vergelijken met de uitkomst die de leerling berekent, wordt de leerling een *indicatie* gegeven op welke plaats in zijn berekening hij een fout heeft gemaakt. De algoritme zélf blijft dus centraal staan bij deze "van-te-voren-controle" en niet de uitkomst. Opvallend is ook dat leerlingen niet "vanzelf" gebruik maken van de uitkomst bij hun berekening, en dat ze steeds maar weer de deelprodukten gaan schatten en apart uitrekenen.

Hier liggen taken voor het rekenonderwijs. Het gebruik van de rekenmachine in vertrouwde modellen stelt in zekere mate het inzicht van de leerling in het model aan de kaak.

Modellen vergelijken

Het voorgaande geeft aanleiding tot didactisch interessante situaties waarin modellen met elkaar worden vergeleken. Dat kan bijv. in een soort rekenwedstrijd. De handigheid en beperktheid van een rekenmodel (waartoe we nu ook de rekenmachine rekenen) staat dan ter discussie.

Een wedstrijd

Dennis (8;1) en Patrick (8;3) uit de 3e klas (mei) hebben optelsommetjes gemaakt met het telraam, de abacus en de rekenmachine.
"Met welke vond jij het het gemakkelijkste gaan?" vraag ik. Dennis noemt het telraam. Maar als ik een "wedstrijd" voorstel om een sommetje te maken waarbij Dennis op het telraam en Patrick op de rekenmachine zal werken, wil Dennis ook met de machine: "In het begin vond ik het wel moeilijk, maar nu toch liever met de rekenmachine," legt hij uit. De kinderen zitten te trillen door de wedstrijdsfeer. Ik geef de opgave: 39+1+6. Ze barsten los. Patrick vindt: 416 (=399+11+6) – terwijl je toch de opgave zo uit het hoofd kunt doen ....
Ook kunnen we een wat rustiger situatie scheppen waarin rekenmodellen worden vergeleken. Nadat Hugo (9;2) een aantal opgaven met het kruispuntenmodel heeft gemaakt, vraag ik hem of hij een som kan bedenken, die je niet *met het kruispuntenmodel kunt maken.*
"Nou, dat moet dan wel een hele hoge zijn" reageert hij en hij drukt 95995678 × 999999 = in de rekenmachine. Er ontstaat 959955.82 knipperend. De totale uitkomst zou 95995582004322 moeten zijn, maar er zijn maar 8 plaatsjes op het venster. De machine werkt blijkbaar in blokken van 4 cijfers (en niet zoals wij gewoonlijk doen in blokken van 3). Hij rondt af en laat het bepalen van de plaatswaarde over aan de gebruiker! Ik vraag wat 999999 wordt als je er één bij optelt .... en samen zo pratend vinden we de benadering: 95995678 × 1000000 = 95995678000000 die we vergelijken met de knipperende uitkomst 959955.82 op de machine.

Op zoek naar de automaat: de werking van de rekenmachine

Kinderen gaan altijd enthousiast op zoek naar hoe ze de rekenmachine moeten hanteren. Hoe ze hem moeten aanzetten, het venster moeten "schoonmaken", enz. enz. Kleuters ontdekken daarbij, dat niet elke toets in het venster verschijnt en dat om voor hen duistere redenen je niet elk rijtje symbolen op het venster kunt krijgen. Om dat te begrijpen is rekenkennis onontbeerlijk. Zodra die er is – in de eerste klas – kunnen kinderen elkaar *mondeling dicteren,* een aardig spel om de machine nog beter te leren kennen. Een wezenlijke verandering in het zoeken naar hoe de machine werkt, vindt plaats als je de toets-opdrachten niet mondeling maar *schriftelijk* meedeelt. De kracht van schriftelijke notaties ligt vooral in het *voorspellen* van wat de machine zal gaan doen, als je bijv. $\boxed{3}$ $\boxed{+}$ $\boxed{1}$ $\boxed{c}$ $\boxed{2}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ indrukt. Voorspellingen van deze aard zorgen, dat kinderen redeneren "vanuit de machine" en zich zijn functioneren bewust worden. Daarna heeft het *beschrijven* van de machine in *geschreven algemene* regels aanleiding tot een eerste *algebraïsering* van hoe de automaat werkt. Daarom is de stap naar bijv. *geschreven* handleidingen van groot belang.

Wat kan de rekenmachine wel en wat niet, denk je?

Zelfs in de kleuterschool kun je al praten over wat de rekenmachine wel en niet kan. Hij kan "als een politieauto" knipperen. Maar kun je hem ook sneller laten knipperen? Kan je je naam erop schrijven of een liedje erop spelen? (6)

> Kan hij ook iets onthouden?
> *Hugo (3e klasser) denkt dat als je de machine uit doet, dat hij dan allerlei dingen onthoudt. Zeker toch één ding: hoe hij moet rekenen!* Kan hij rekenen? De meeste kinderen zijn ervan overtuigd. Maar: *"Niet met Romeinse getallen", zegt Ikos ((10,11)(4e klas)). 'Wel, als je dit (wijst op de Romeinse getallen in zijn rekenboek) in Nederlands vertaalt, dan wel."*

Terug naar de kleuters.
We voorspellen eerst wat dingen. Dan gaan de kleuters op zoek. Al vroeg leren ze dat *niet* alle knoppen hetzelfde doen:
Kikkie (4;11) doet de machine aan. Er verschijnt 0 in het venster. Ze drukt op de $\boxed{-}$ *en kijkt naar het venster. "Hé", ze is verbaasd dat er niets gebeurt met de 0. Dan drukt ze op de* $\boxed{=}$ *toets. "Niks" zegt ze. "Of wel?" Ze vermoedt dat er iets gebeurd is, maar dat ze het niet heeft gezien. En ze drukt drie maal op de* $\boxed{=}$*, op de* $\boxed{\div}$ *toets, de* $\boxed{+}$ *en tenslotte op de 3 . "Ja, die kan wel" zegt ze opgelucht.*
Kleuters willen blijkbaar elke toets op het venster zien verschijnen. Dat is immers verklaarbaar voor ze.
Kikkie tikt 422 in en dan door een trilling van haar vinger op de 7 ontstaat 42277777. De machine gaat knipperen. "Hoe komt dat nou?" vraag ik. En ze verklaart. "Want ik ging heel lang tik tik tik tik tik tik tik tik tik tik tik tik tik tik tik tik tik. Toen ging ie knipperen."
Maar zoiets lukt weer niet met de nul: je kunt niet een rijtje van alleen nullen maken.
" 't Gaat niet" zegt Kikkie als ze het toch probeert. "Alleen gaat ie op de één." Een rijtje enen lukt wel.

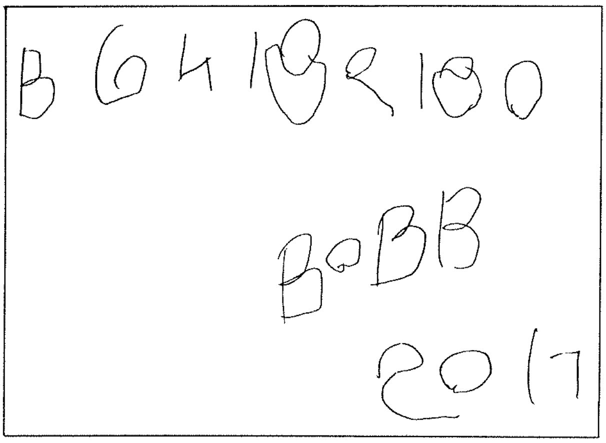
Dicteren

Om de machine te leren gebruiken is het dicteren aan elkaar van toets-opdrachten een animerend spel.
Twee kinderen, beiden met een rekenmachine, vertellen elkaar wat ze ermee moeten doen.
Er zijn daarbij veel variaties te bedenken. Je kunt bijv. eerst zelf een opdracht op de machine maken en die *daarna* dicteren. Maar je kunt ook, terwijl je zelf noteert, *tegelijk* de ander dicteren.

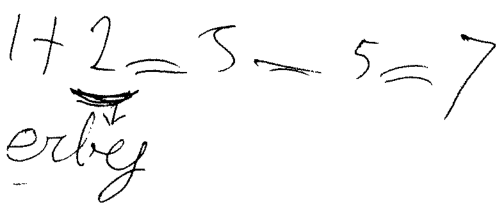
Eddie (7) vertelt Karin (6) welke toetsen ze moet indrukken.
"Eén, negen, kruisje."
"Je hebt twee kruisjes" zegt Karin en doelt op de + en de ×.
"Dat is het kruisje (+) en dit is een plus (×)" legt Ed fout uit.
"Nee, dit is de plus (+)" zeg ik.
Nu wil Karin van alles weten:
"Dat streepje en twee punten (÷) en dit (=). En hoe moet ie op de nul?"
Er is wat voorbereiding, wat rekenkennis, nodig voordat de kinderen uit de eerste klas elkaar kunnen gaan dicteren. Maar dan werkt het spel goed.

Noteren en lezen

De *schriftelijke* beschrijving van wat een rekenmachine kan, heeft vergaande gevolgen voor een mogelijke algebraïsering. Allereerst zijn kleuters geneigd om het "intoetsen" en het "schrijven"-van-de-symbolen-op-een-blaadje af te wisselen.
Bob (5 jaar) doet een zelf bedacht spelletje. Hij noteert een 6 op papier, zoekt de betreffende toets op en drukt hem in. Zo doet hij ook met 4, 1, 8, 9 (genoteerd als e) 1, 8, 0.

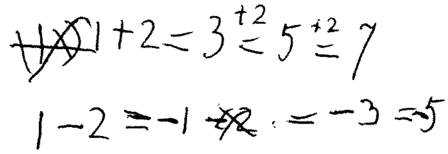


Het is een pril begin van het maken en lezen van een handleiding voor het gebruik van de rekenmachine. In de 3e klas diepten we deze taalactiviteit verder uit. We noteerden de in te toetsen symbolen.
1+2= = = bijvoorbeeld.
Hugo (8; 10) neemt dit aldus over.



Astrid (8; 4) stelt voor om in plaats van +2 nu eens −2 te nemen. Hugo en Astrid gaan aan de slag en komen in de negatieve getallen terecht.

"Hé, maar als je dan die min indrukt, dan gaat ie steeds verder." Hugo doelt op de rij 1, −1, −3, −5, ...
En Astrid noteert:



Ze kunnen blijkbaar de werking van de machine gemakkelijk met dit taaltje *beschrijven*. Kunnen ze ook *voorspellen* wat de machine zal doen?
Het blijkt dat dit schrijftaaltje een goede aanleiding kan zijn om een idee te krijgen hoe de machine werkt.
Want wat komt hieruit: 3+1 C 2 = = =

Hugo: "20, want de C haalt de 1 weg en die plus en de 3 blijft nog en dan met die twee telt ie steeds op. Dan wordt het 5 en dan 10, 15, 20."
Astrid legt haar oplossing uit:
"Die C haalt die 1 weg en dan wordt het 3, 6, 9. Dus 9" (Goed antwoord, maar foutieve verklaring: 3, 5, 7, 9 is nl. de oplossingsrij: 3, 3+2, 3+2+2, 3+2+2+2).
Even later heeft Hugo het door en hij verklaart de opgave 0+1 C 2 = = = als volgt: "0+1 is 1 en die C haalt die 1 toch weg, dus het is weer nul en dan druk je die 2 in, dan komt er twee uit en dan 4, 6, 8. Komt 8 uit."
Een formulering van wat de machine doet n.a.v. een notatie! Het is misschien de mogelijke start van een algebraïsche aanpak van de zakrekenmachine.
We vergelijken 1+2 C= en 1+2 = C.
De kinderen voorspellen dat uit 1+2 C = nul komt. Maar ze vinden: 1. En Hugo verklaart door zijn vinger op de + en de 2 vòòr de C te leggen: "Dit haalt de C weg." Bij 1+2 = C kiest Astrid voor uitkomst 1 en Hugo denkt dat er nul uitkomt.
Hij heeft gelijk en hij legt het ook goed uit:
"Als de 'is' (=) achter de C staat op het einde dan onthoudt ie dit (en Hugo wijst het eerste getal aan: de 1 van 1+2 C =). Maar als je het nou zò doet (wijst op 1+2 = C) dan onthoudt ie niks. Als die C op het eind is en daarvoor de 'is' (=) dan haalt ie alles weg."
Het is een keurige formulering in regeltjes van hoe de automaat werkt. Ze is echter niet anders te bereiken dan via de weg van voorspellen, uitproberen en je voorspelling zo nodig corrigeren. Het gaat immers om de regels bewust te worden.
Ikos (11;1) (5e klas) rekent 83625 : 375 = uit op de machine, maar drukt per ongeluk $\boxed{\times}$ *in, in plaats van* $\boxed{\div}$. *Hij herstelt zich door na de* $\boxed{\times}$ *drie maal op de* $\boxed{\div}$ *te drukken. Hij maakt dus 83625 × ÷ ÷ ÷ 375 = en vindt 223.*
"Is dit nou goed of niet?" vraag ik.
Ikos doet het nogmaals, nu correct, en vindt dezelfde uitkomst 223. Hij is blij met de ontdekking dat de machine bij × ÷ ÷ ÷ dezelfde bewerking uitvoert als bij ÷.

Handleidingen voor elkaar schrijven

Kinderen kunnen voor kinderen "recepten" (handleidingen) schrijven over hoe ze een rekenmachine moeten hanteren. (We komen in een volgende paragraaf daar uitgebreid op terug). Er zijn daarbij verschillende problemen: Hoe schrijf je zo'n recept op, in welke taal? Hoe formuleer je een regel die voor àlle getallen geldt? Heb je daarvoor niet "variabelen" nodig?
Hugo loste deze problematiek aldus op. Hij begon met een zinnetje. "Als je 180 uit de som wilt hebben, moet je dit indrukken: 90+90 = 180".
Maar dit ene sommetje bevredigde hem blijkbaar niet. Het moest een *algemene* handleiding zijn. Dus schreef hij:
Je kent de tafel van negen toch wel? Als je de tafel van negen wilt weten van 9 tot en met 1008, dan moet je dit indrukken: +9 en 112 keer = indrukken. En zo kan je alles doen, als je maar dit indrukt: + ... en zoveel keer = als je maar wilt.

Een goede veralgemenisering: niet alleen de tafel van 9, maar ook die van andere getallen heeft hij ermee beschreven.
Maar Hugo ging nóg verder met algemeniseren: "Als je × ÷ + of – sommen wilt maken, moet je dit doen: ...×...=....." Hij schrijft in zijn recept dat alle operatietoetsen gebruikt kunnen worden. Naast de getallen, heeft hij ook behoefte om de bewerkingen als variabele aan te geven. (Er zijn overigens beperkingen aan de bewerkingsvariabelen: .....÷ 0 = lukt bijv. niet.)

Overzicht van de typisch kinderlijke geaardheid bij de rekenmachine en van didactische principes en hints

De bedoeling van de eerste onderzoeksfase was om een typische *geaardheid* bij kinderen vast te stellen ten aanzien van het gebruik van de rekenmachine. Vanuit die geaardheid zijn dan enerzijds *fouten* te begrijpen. We kunnen er anderzijds *didactische principes* op baseren.
We zullen hier een poging wagen een schets van die geaardheid te geven:
We bekijken drie aspecten:
1. het kinderlijk gedrag met de rekenmachine en daarvan weer: het motorische, het auditieve en het visuele gedrag
2. de kinderlijke denkbeelden over de rekenmachine
3. enige veranderende rekenkundige denkbeelden bij het gebruik van de rekenmachine.

We zullen in deze paragraaf trachten de typische psychische geaardheid te vertalen in didactische principes. Deze laatste geven we cursief weer.

1. *Kinderlijk gedrag met de rekenmachine*

Het motorische gedrag

• Grove bewegingen corrigeren
Vooral jonge kinderen maken te grove bewegingen voor de rekenmachine. Zelfs een lichte trilling van de vinger maakt al dat de gemaakte opgave geheel opnieuw moet worden ingetoetst op de rekenmachine die wij gebruiken. (1)
Een correctieknop waarmee de laatste uitgevoerde handeling is te corrigeren, is noodzakelijk om het animo waarmee de kinderen bezig zijn te behouden.

• De machine niet optillen
De kinderen zijn geneigd de machine in de hand te nemen, waardoor allerlei onbedoelde bewegingen voor toetsfouten zorgen.
"Je moet de machine op tafel laten liggen, want je maakt anders erg veel fouten" is een belangrijke didactische hint.

• Sturen van het "wilde uitproberen"
Na verloop van tijd lijkt het erop alsof de leerlingen "wild'" worden op de machine. Sommigen gaan allerlei toetsen tegelijk aandrukken, proberen de meest vreemde verwachtingen op de machine uit .....
Dit verschijnsel geldt voor elke leeftijdsgroep.
Je kunt dit "wilde uitproberen" sturen met drie middelen:
- *Het sterkste middel is het "deskundige groepje": groepjes van* twee en niet meer dan twee *leerlingen die met elkaar in een groep werken, en van wie er één als* deskundige *rekenmachine-meester of -juf optreedt. Die leerling moet de machine al min of meer beheersen.*
- *Laat volgens* handleidingen *werken, die kinderen voor elkaar hebben gemaakt. Ook weer onder deskundige leiding van de leerling die de handleiding schreef.*
- *De gebruiker moet aan de deskundige* vertellen *wat hij doet tijdens het intoetsen. Ook dat beperkt het wilde gedrag.*

• Rijen indrukken
De interesse uit zich vooral in het maken van rijen symbolen. D.w.z. cijfers achter elkaar indrukken of (vanaf de eerste klas) eenvoudige sommetjes op de machine vormen.
De volgorde problematiek zoals reeds geschetst in deel 1, komt vooral aan de orde in opdrachten zoals: "Druk twee en dertig in" (23?) en "Toets dit eens in" waarbij je 201 van rechts naar links noteert. (102?)

• Twee soorten toetsen; twee manieren van indrukken
Kleuters ontdekken spoedig een verschil in toetsen. De *operatietoetsen* (+, –. enz.) die o.a. niet op het venster verschijnen en de *cijfertoetsen*, die dat wel doen. Kinderen die wat gevorderd zijn op de rekenmachine behandelen die beide toetssoorten op verschillende wijzen.

Ikos (10;11) maakt deze opgave op de machine: 850+925+25= Maar hij toetst: 850++925+++25= , het plusteken drukt hij meer dan één keer aan. Hij heeft zich aangeleerd om alle bewerkingstekens (+, ×, –, ÷) herhaald in te drukken om fouten te voorkomen. (Dat kan natuurlijk niet met de cijfertoetsen). Het komt ook voor dat hij de cijfertoetsen uitsluitend met zijn rechter-*wijsvinger* bedient en de operatietoetsen, die rechts op het toetsenbord zitten, met zijn *middelvinger*.

Hij maakt in ieder geval bij het indrukken een *duidelijk onderscheid in beide soorten toetsen. We kunnen de kinderen op die verschillende manieren van intoetsen wijzen en ze dit "siertoetsen" laten beoefenen.*

Het auditieve gedrag

• Door te vertellen wat je deed, kun je je fout achteraf vinden

Vaak vergeten de kinderen om bepaalde toetsen (+ = , e.d.) in te drukken.

José (7) dicteert Albertine (7) de som: 20+30= . Beide meisjes voeren hem uit op een eigen rekenmachine. José vindt 2030: "Hoe kan dat nou? Twintig, dertig (ze vertelt langzaam wat ze in het venster ziet), o nee, ik was vergeten 'erbij' (+) te doen."

Door uit te spreken *wat ze ziet, ontdekt José wat ze (fout)* deed. *'Vertellen' en 'doen' steken elkaar de helpende hand toe bij de rekenmachine.*

• Door te vertellen kun je ook de bediening beter beheersen

"Ikos (11;1) heeft als uitkomst: 246×3458= 840648. Maar de rekenmachine geeft 850668. Dat is het juiste antwoord, maar Ikos gelooft dat hij bij de *bediening* van de machine een fout heeft gemaakt en voert de handeling nogmaals uit. *Daarbij noemt hij steeds luider de toetsen die hij indrukt.*

Kinderen worden hun handelingen met de rekenmachine bewust, als ze praten over wat ze doen. Het dicteren aan elkaar van handelingen is hier op zijn plaats.

Laat handelingen en beschrijvingen in mondelinge taal elkaar afwisselen.

Het visuele gedrag

• Wisselende aandacht voor een detail in de notatie

De machine staat aan. Er staat een *nul* op het venster. Kikkie (4;11) drukt op de stiptoets (**.**) en zegt: "Een rondje, kleine piep rondje." Ik denk dat ze met het piepkleine rondje de nul bedoelt en ik vraag: "Waar?" "Hierzo naast deze (de nul)" en ze wijst de stip aan die rechts naast de nul op het venster staat, en die er blijkbaar eerst niet was. Ik controleer daarna hoe het venster eruit ziet, als je de machine aan zet. Alleen de nul staat er dan, zonder stip. Dat was mij nog niet opgevallen. Kikkie wel.

De aandacht van de kinderen voor symbolen richt zich vaak op allerlei details die voor ons onbelangrijk lijken, en daardoor niet gezien worden.

Kinderen zien die details de ene keer wél, maar soms ook niet. Ofschoon je je in het laatste geval ook danig kunt vergissen.

Ikos (10;11) voert een opgave uit waarin de stiptoets gebruikt moet worden:

Jan heeft op school gespaard *f* 8,50
Koos *f* 9,25
en Hans *f* 6,25
Dat is gemiddeld *f* ....

Hij leest de som eerst voor:

"Jan heeft op school gespaard acht vijftig, Koos heeft negen vijf en twintig en Hans zes vijf en twintig. Dat is gemiddeld." Hij drukt achtereenvolgens de volgende knoppen in: 850 ++ 925+++ 625 =

Hij vindt de som 2400, maar zegt: "Vier en twintig." Drukt dan op de toetsen $\boxed{\div}$ $\boxed{3}$ en $\boxed{=}$, vindt in het venster 800 en zegt: "Acht gulden. Ja, klopt, want 3×8 is 24."

Blijkbaar zijn de verkortingen, die hij gebruikt: ("acht" i.p.v. 800, enz.) ingegeven door de gedachte dat het om geld gaat: "Acht vijftig" las hij en noteerde 850 op de rekenmachine.

"Bij het uitrekenen op je machine heb je die komma niet gebruikt", zeg ik. En Ikos legt uit: "Nee, hoeft ook niet. Blijft toch hetzelfde. Nu reken je met getallen, maar als je dat met geld doet, dan hoef je alleen die punt neer te zetten. Is alleen maar extra veel drukken."

Het belang van een detail kan blijkbaar variëren en is niet alleen afhankelijk of het visueel is waargenomen.

• Let op het venster!

Dennis ((8;1) 3e klas) moet de som 53+9+7= maken op de rekenmachine.

Hij vindt 53+9+777=839 door een lichte trilling van zijn vinger op de $\boxed{7}$.

Maar Dennis heeft niet door waar de fout vandaan komt.

Kinderen zijn meestal niet geneigd om op het venster te controleren of ze wel het juiste getal hebben ingedrukt.

Je zou daarvoor oefeningen moeten doen waarin de kinderen genoodzaakt *zijn het venster in de gaten te houden. Bijvoorbeeld door* sprongen *te laten maken tot er een bepaald getal verschijnt.*

Ik voer de herhaling van het = teken in:

$\boxed{+}$ $\boxed{2}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$

Dat is al 8 (2+2+2+2)

"Probeer eens of hij tot 100 gaat."

José (7; 2e klas) roept dat ze al verder dan 100 is: "216 is ie al." Ze let heel goed op het venster bij dit soort opgaven.

2. *Kinderlijke denkbeelden over de rekenmachine*

• De rekenmachine als rekenkameraadje

Reeds eerder is opgemerkt dat de kinderen de rekenmachine als *controle-middel* gebruiken en moeilijk in hem een *"rekenkameraad"*, een "rekenmaatje", kunnen zien.

Hoe beter een leerling zelf rekent, hoe moeilijker hij of zij er toe te bewegen is de rekenmachine op de laatste wijze te gebruiken.

Deze situatie is te doorbreken met drie middelen:

a) de invoering van opgaven die moeilijk uit het hoofd *zijn te doen, of die* afwijken van *de vertrouwde* notatie wijze *(van bijv. optellen "onder elkaar")*

b) de werktijd *beperken (Een rigoreus middel)*

c) de vertrouwdheid *met de rekenmachine bevorderen, door kinderen georganiseerd in "deskundige groepjes" met het apparaat te laten werken.*

d) levensechte situaties *scheppen, d.w.z. situaties uit het dagelijks leven waarin de rekenmachine ook "in 't echt" wordt gebruikt. Denk aan "winkeltje spelen" bijv.*

• Is de machine wel zo "goed" in rekenen? (Afschatten)
De kinderen zijn er van overtuigd dat de rekenmachine zelf goed kan rekenen. Er is een blind vertrouwen dat de geleverde uitkomst altijd "goed" is. De kinderen zijn tot deze houding ook min of meer veroordeeld, omdat – zoals ze zelf zeggen – de rekenmachine alles zelf doet zonder dat je kunt zien hóé hij het doet.
In dit kader zou je een "security-check" *moeten kunnen uitvoeren door via een toets opgeroepen te krijgen hetgeen de machine inwendig en dus buiten het zicht van de leerling, uitvoert.*
Maar als de rekenmachine zelf geen fouten maakt, volgens de kinderen, dan moeten we de gemaakte fouten zoeken in het hanteren van de machine (in een misslag, of zo) of in verkeerde verwachtingen die kinderen erop nahouden. Zo denken de kinderen er tenminste over.

Hugo (8;11) rekent op de machine uit dat 9827+586=10413.
"Hoe weet je dat dit antwoord goed is? Je kunt toch een misslag hebben gemaakt?" vraag ik.
Vele kinderen gaan op dit punt nogmaals de opgave op de machine uitwerken. Maar Hugo zegt: "Omdat dit 98 is" hij wijst op de eerste twee cijfers in 9827+586=10413. "En als je dan, net als 800, gewoon 500 d'r bij telt, kom je over de 1000."
"Goed zo; wist je dat al van te voren?"
"Eigenlijk niet," bekent hij.

Blijkbaar maakt het hanteren van de machine het afschatten van uitkomsten zinvol. Om deze situatie te scheppen kunt u desnoods de machine fouten laten produceren door hem te voeden met een half lege batterij.

• Voorspellingen en verwachtingen leiden verrassingen in

Kikkie (4;11) heeft op de machine de opgave 1+1= ingedrukt die ik haar op eén papiertje gaf met de opdracht: "Deze knopjes moet jij indrukken": 1+1=
De uitkomst 2. die nu in het venster prijkt, beschrijft ze:
"Een kleintje, een klein rondje (ze bedoelt de punt achter het cijfer 2) en van deez' (de twee)"
Ze let blijkbaar eerst op de kleine stip en verbaasd zegt ze:
"Hoe gaat dat nou. Ik heb niet hierop gedrukt."
Ze wijst de stiptoets [•] aan die ze niet heeft aangeraakt.
Toch is er een stip verschenen.
Ik weet zo gauw niet hoe ik dat moet uitleggen.
"Dat komt door die plus" zeg ik maar, want ze heeft nog te weinig rekenkennis.

Het is duidelijk dat symbolen, zoals bijv. een stip, naar het idee van kleuters alleen op het venster kunnen komen door de betreffende toets in te drukken. Dat dit niet een noodzakelijke eis is, ligt nog buiten hun bevattingsvermogen.
Combinaties van toetsen *leveren symbolen op die zelf niet zijn ingedrukt. Per slot was toets* [2] *ook niet aangeraakt en toch verscheen de 2 in het venster.*

Voor leerlingen uit de lagere school kunnen we daarmee allerlei verrassingen voorbereiden door ze vooraf *te laten* voorspellen *wat de machine zal geven als je een bepaalde combinatie toetsen uitvoert. Daarmee leren ze hoe de machine werkt.*

3. *Enige veranderende rekenkundige denkbeelden bij het hanteren van de rekenmachine*

Heersende rekenkundige ideeën van kinderen kunnen door de rekenmachine worden verruimd. We zullen er slechts enkele voorbeelden van geven.

Tafels
Hugo ((8;11) 3e klas) legt aan Bianca (8;11) uit hoe je de tafel van 6 op de rekenmachine kunt vinden: +6 = = = = . Hij zegt steeds de uitkomsten die in het venster verschijnen: 6, 12, 18, 24, en merkt dan op: "Je kunt net zover als je wilt."
Terwijl Bianca dacht dat de tafels als vanouds "slechts" tot 10 gingen.

Kommagetallen

De rekenmachine produceert veelal kommagetallen. Om die te kunnen begrijpen en gebruiken is voor de onderbouwleerlingen een *"achtergrond"* nodig.
De kommanotatie wordt direct door de kinderen herkend als je op een prijslijst *van een supermarkt wijst!*

Grote getallen
Het maken van grote getallen spreekt zeer tot de verbeelding van kinderen.

Getallendictees *of visuele getallendictees zijn uitstekend op de rekenmachine uit te voeren. Voorts komt bij* berekeningen *met grote getallen het afschatten op positieplaatsen aan de orde.*

(1) In ons hele onderzoek gebruikten we machines van het merk Sanyo, type: CX-8071, met toetsen ×, ÷, +. =, −, •, c, % en de cijfers 0 t/m 9.
(2) "Observaties rondom het handelen met rekenmachines in kleuterschool en onderbouw", deel 1, 2, 3, 4 en 5. (Interne publikatie IOWO, Utrecht)
(3) "Een voorlopig standpunt naar aanleiding van observaties rondom het handelen met rekenmachines in kleuterschool en onderbouw." (Interne publikatie IOWO Utrecht)
(4) "Naar zelfstandig rekenen", deel VIII blz. 87.
(5) "Naar zelfstandig rekenen", deel IX blz. 9.
(6) Er zijn zakcomputers in de handel waarop namen kunnen verschijnen in het venster en die in pieptonen een ritme kunnen aangeven.