

# Globaal of lokaal?

H. Krabbendam  
S.L.O. Enschede

## Summary

*A peace demonstration in Amsterdam (nov. 1981) forms the context for an experiment in teaching the concept of functions from a global point of view.*

*Starting point is a clipping from a newspaper. The (four) children are asked to represent the demonstration in their own way. Hinted by the teacher the children made a couple of graphs, first very global, later on more detailed. Without numerical material they were able to draw these graphs.*

In het huidige wiskunde-onderwijs wordt de introductie van het functiebegrip, over het algemeen gesproken, opgehangen aan relaties tussen de elementen van verzamelingen en geordende paren. Als er al van verbanden in de realiteit wordt uitgegaan, komt dat meestal neer op het verwerken van gegevens in een tabel of in een grafiek en pas daarna worden er algemene kenmerken aan toegeschreven als lineariteit, periodiciteit en dergelijke. Globale kenmerken worden meestal niet ontleend aan het verband zelf, maar aan het wiskundig model, dat via een puntsgewijze ingang tot stand gekomen is. Dat deze globale kenmerken als verloop, toename, afname, constant blijven en dergelijke voor leerlingen bijzonder lastig zijn, is een bekend feit, maar misschien niet zo vreemd, gezien de wijze waarop een en ander wordt geïntroduceerd. Toch kunnen die globale kenmerken je een beter inzicht geven in processen die zich in de werkelijkheid afspelen.

Hoe vaak wordt er niet gesproken over temperatuurswisselingen, renteverloop, loon- en prijsstijgingen, de invloed van de economische situatie op de werkloosheid en ga zo maar door.

Met andere woorden: belangrijk zijn ze wel.

Komen die globale inzichten echter pas nadat vele oefeningen zijn gedaan met het puntsgewijs tekenen van grafieken en het manipuleren ermee of zou het mogelijk zijn ze te ontwikkelen bij leerlingen voordat je kwantitatief instapt?

Hieronder beschrijven we onze ervaringen rond deze vragen met vier brugklassers (Mireille, Sandra, Edwin en Peter) van een MAVO. We gebruiken daarbij enige fragmenten uit de observatieverslagen die naar aanleiding van die gebeurtenis zijn gemaakt. Wim Kerkhofs (SLO) trad hierbij op als "begeleider".

## Het instapprobleem

Op 21 november 1981 vindt de, inmiddels overbekende, vredesdemonstratie plaats in Amsterdam.

## Grootste demonstratie: 400.000 deelnemers

**AMSTERDAM — Het Museumplein, begin- en eindpunt van de demonstratie tegen kernwapens in Europa, staat halverwege de zaterdagmiddag zo vol met demonstranten dat er eigenlijk geen ruimte meer is om te demonstreren.**

**Lang voordat de eerste spreker het podium op het Museumplein zou betreden waren het plein zelf en alle omliggende straten reeds mudvol.**

Het is die ochtend zo rustig begonnen in het centrum van Amsterdam. Om een uur of acht, terwijl de eerste bezoekers aan de manifestatie schuchter uit het Centraal Station komen, demonstreert dan nog slechts één man op het Stationsplein.

Was de intocht van de honderdduizenden in de hoofdstad bijna vlekkeloos verlopen, de intocht leverde aanzienlijk meer problemen op.

Er komen nogal wat mensen bij elkaar en dat heeft allerlei effecten op het vervoer, de stad, de winkels. Als we zoeken naar wiskundige activiteiten in de werkelijkheid, dan zou dit gebeuren er wel eens een paar kunnen opleveren.

Denk maar eens aan de wijze waarop bepaald wordt hoeveel mensen er ongeveer geweest zijn. Er zit een aantal zeer interessante telprocedures bij.

Ook verschijnen er allerlei kranteknipsels die bepaalde effecten beschrijven: "Demonstratie veroorzaakt omzetsdaling" en "Horeca doet goede zaken". Op dit moment laten we echter veel hiervan liggen omdat we met name geïnteresseerd zijn in de vraag of kinderen zich een beeld kunnen vormen van het verloop van de drukte in Amsterdam op die zaterdag en of ze dat op een beetje gestructureerde manier kunnen beschrijven.

Naast de persoonlijke ervaringen, die ze allemaal op een of andere manier wel hebben, maken we gebruik van een samengesteld kranteknipsel, waarin niet zozeer allerlei kwantitatieve gegevens worden aangedragen, maar waarin wat globaler over de drukte wordt gesproken. Het gaat ons niet in de eerste plaats om die kwantitatieve gegevens maar om het globale verloop.

Welke manieren kiezen kinderen om aan elkaar dat verloop te beschrijven? Komen ze zelf op een grafiek, hoewel ze in het onderwijs niet veel meer zijn tegengekomen dan een staafdiagram?

## Het beschrijven

De leerlingen gebruiken nogal wat verschillende manieren om het verloop te beschrijven. De een vertelt een verhaal, een ander maakt gebaren en met z'n allen tekenen ze op een gegeven moment het Museumplein. In die tekening maken ze met puntjes die mensen moeten voorstellen, duidelijk hoe druk het wel was. Het verloop van het komen en het gaan van de mensen komt hier niet uit naar voren.

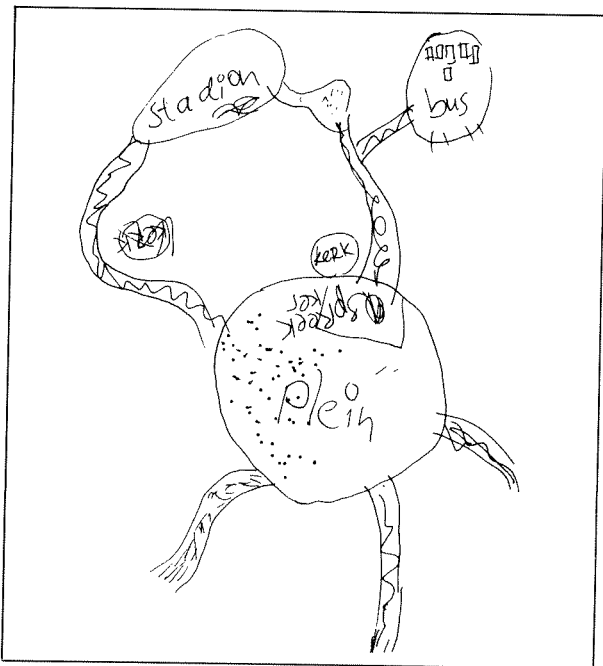


fig. 1

Naast deze middelen om een gebeurtenis te beschrijven kunnen ook wiskundige middelen gebruikt worden, mits ze de informatie over het gebeuren op een voor leerlingen zinvolle manier kunnen vasthouden en weergeven.

## Een wiskundig middel

Wim: "Kun je het nog op een andere manier? Want wat heb je nu getekend?"

leerling: "Een plattegrond".

leerling: "Je kunt ook een luchtfoto gebruiken".

Wim laat een luchtfoto zien. M. ziet nu ineens de situatie: "O, hier staat de kerk" en wil dat op de plattegrond verbeteren, maar Wim staat dat niet toe.

Wim: "Ik wil nog een andere manier weten".

leerling: "Op schaal tekenen".

leerling: "Je kunt ook alles zwart tekenen om te laten zien hoe druk het was".

Wim: "Ik ga er iets bij vertellen, goed luisteren. 's Ochtends om 8 uur was er nog maar eentje, toen werden het er steeds meer" (hij maakt er met zijn hand van links naar rechts gebaren bij, en hoger en lager).

leerlingen(tegelijk): "Een grafiek maken".

Sandra tekent snel een soort staafgrafiek om de anderen ervan te overtuigen dat dit een goed plan is. Dat lukt. In het groot wordt dit nu uitgewerkt.

Ze tekenen een assenstelsel en langs de horizontale as wordt de tijd neergezet (ze zijn dit duidelijk gewend): Ze beginnen ergens om 8 uur, zetten streepjes en gaan door tot 20.00 uur.

De verticale as levert meer problemen. Eerst 0, dan 500, 1000, enzovoorts. Nee, dat kan niet. Dan maar als volgt: 0, 50.000, 100.000, 150.000, enz.

De kinderen reageren erg impulsief op het tekenen van een grafiek. Ze kiezen niet van te voren een strategie.

We willen eigenlijk helemaal niet zo'n grote mate van exactheid, integendeel en daarom vouwt Wim de getallen langs de verticale as weg.

Wim: "Tekenen nu maar ineens een plaatje".

Er wordt druk gediscussieerd: om 3 uur iets hoger, om 12 uur de eerste mensen, tot 12 uur heel hoog en meer van dat soort opmerkingen.

Uiteindelijk ontstaat er dit: (fig. volgende blz.).

Bij het tekenen willen ze wel steeds naar de getallen toe: "Hoe hoog nu precies?" Maar ze zien wel in dat ze daar eigenlijk te weinig gegevens voor hebben.

Het verband is nu globaal vastgelegd, zij het nog erg ruw. Om het beeld wat gedetailleerder te maken keren we terug naar het verband zelf. Door het vinden van nieuwe gegevens ontstaat een verfijning van het globale beeld.

## Verfijnen

Wim brengt twee nieuwe gegevens in: "Om 12 uur was het goed vol en om 4 uur begon het ineens te regenen, dat staat wel nergens in de krant, maar het is echt waar. Toen gingen er voor het eerst mensen

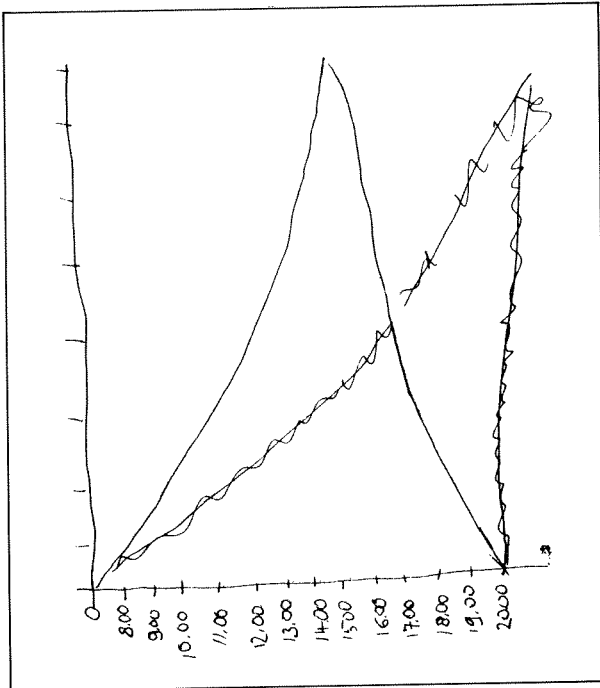


fig. 2

naar huis." Het verwerken van die gegevens levert al snel een andere grafiek:

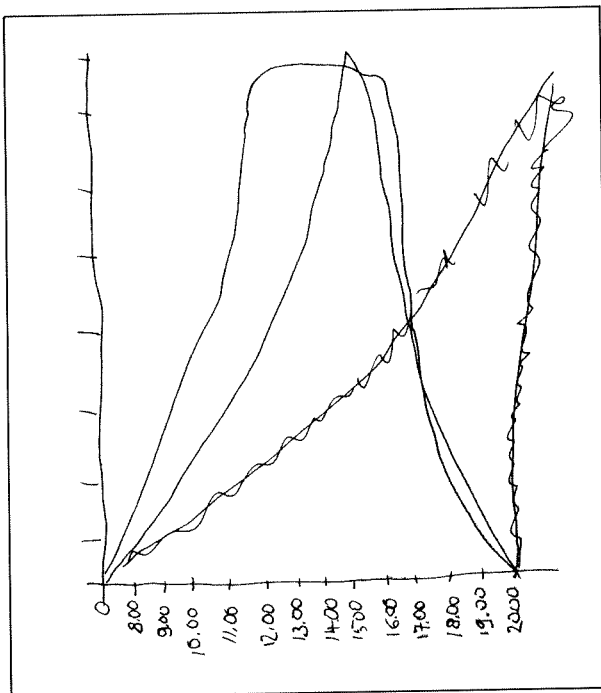


fig. 3

Om 11 uur liep het iets meer op dan daarvoor en bovendien gebeurde het een klein beetje in stapjes. Omdat de oude figuur nog in hetzelfde plaatje staat en het er daardoor niet duidelijker op wordt, stelt Wim voor om het nogmaals te doen, maar dan op een nieuw vel.

Weer worden de assen getekend. Elk streepje is een uur, de as loopt van 8 uur tot 20.00 uur en tijden worden er niet allemaal meer bijgezet. De verticale as wordt gelaten voor wat die is, geen getallen.

Bij het tekenen ontstaat wel weer wat discussie: "Niet zo schuin, niet al te schuin, hoor". "Iets meer naar die kant, niet alles trok ineens weg". Bij het tekenen schiet E's hand een beetje uit: "Dat geeft niets, joh". Uiteindelijk komt er dit op het papier:

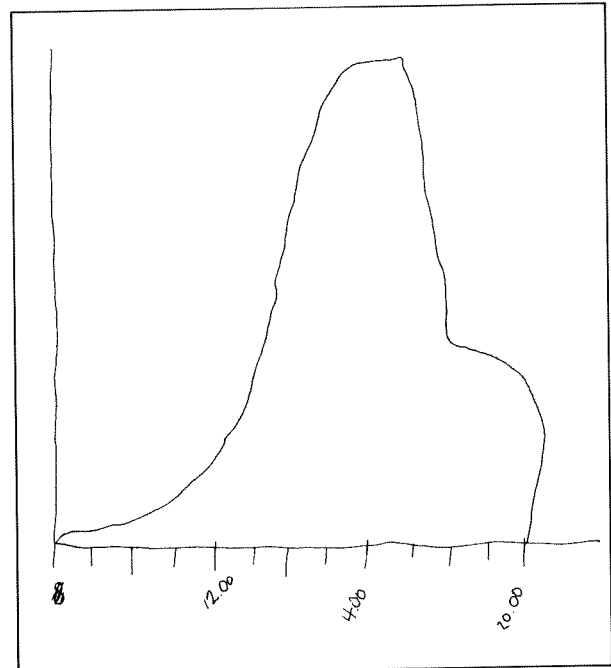


fig. 4

Deze verfijning heeft een cyclisch karakter. Steeds weer keren ze even terug naar het uitgangspunt, de reële situatie, leiden daar nieuwe gegevens uit af en keren terug naar de grafiek om die nieuwe gegevens in te passen. Op die manier komen er steeds meer details in de grafiek.

### Lokale inzichten

De leerlingen worden gevraagd iets dergelijks te doen maar nu met betrekking tot het verloop van de drukte in de treinen van en naar Amsterdam op die dag.

M. stelt een soort staafgrafiek voor, waarin treinen getekend worden.

E.: "Wel zoiets dergelijks, maar niet zo tekenachtig".

Wim wijst nog even op de grafiek van daarnet en de leerlingen zijn het allemaal met hem eens dat die grafiek toch wel veel informatie gaf. Als je aan een ander moet vertellen hoe het een en ander gegaan is, kun je hem toch wel goed gebruiken.

Ze besluiten om maar weer een grafiek te tekenen. Ze kiezen voor het uitzetten van de tijd tegen het aantal treinen. Ze noemen getallen die er eventueel bij zouden kunnen horen.

M.: "Op het laatst moesten er wel 36 treinen bij komen." (Dit stond niet in de knipsels).

Wim: "We kunnen toch ook een grafiek maken zonder getallen". (Het numerieke aspect moet er uit).

Op de horizontale as komt de tijd. Iets op de verticale as zetten vinden ze nu overbodig.

Ze schakelen eigenlijk automatisch over op de drukte in de treinen.

M. wijst met haar vinger aan hoe het er ongeveer uit moet komen te zien. Uiteindelijk zijn ze het er over eens en op aanwijzing van E. wordt de grafiek afgemaakt.

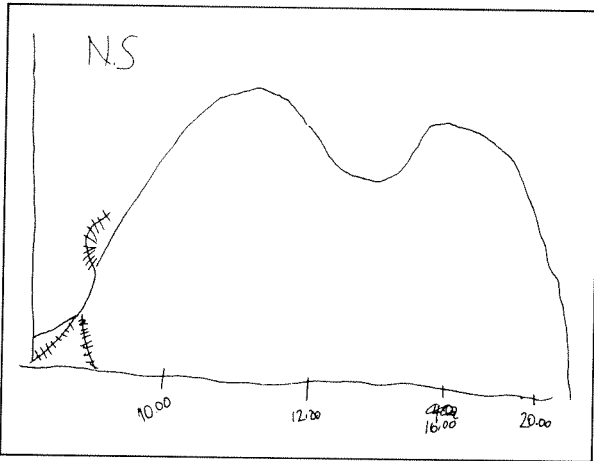


fig. 5

Wim: "Julie beginnen steeds met nul".

M.: "O ja, dat klopt niet, want er rijden altijd treinen". (Ze verandert in de grafiek, zodat hij niet meer door de oorsprong gaat, maar een stukje er boven begint).

De leerlingen zijn er erg tevreden over. Ze vinden dat dit toch wel veel duidelijk maakt ("Maar alleen als je er NS bij zet, dan weet je waar het over gaat").

De grafiek die er nu uiteindelijk staat is vrijwel geheel door de leerlingen zelf tot stand gekomen. Sturing is hier nagenoeg overbodig geweest. De leerlingen hebben nu meer aandacht voor details en er ontstaan meer lokale inzichten.

## Interpreteren

Omdat we de indruk hebben dat de leerlingen "erin" zitten en goed weten wat ze gedaan hebben, draaien we de zaak nu om. Zouden ze ook een soortgelijke grafiek van een andere situatie terug kunnen lezen?

Wim tekent een grafiek en zegt er bij:

"We zijn in Rotterdam. Dit is het aantal mensen in de trein op die dag".

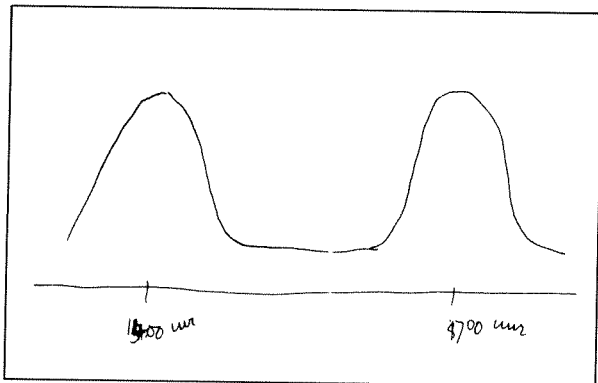


fig. 6

"Wat zou er aan de hand kunnen zijn?"

M.: "Als dit nu 9 uur zou zijn zou ik het wel weten. Dan was het een werkdag, maar dat kan dus niet".

Wim haalt de grafiek even weg en vraagt:

"Hoe zou het er nu uitzien op een zondagmiddag, denk je?"

M.: "Dan zouden er uitstapjes kunnen zijn".

E.: "Dan een rechte lijn met kleine bultjes. Tussen de middag iets minder, want dan gaat iedereen eten. Dus om 10 uur is het iets drukker".

Er wordt een "rechte" lijn getekend:

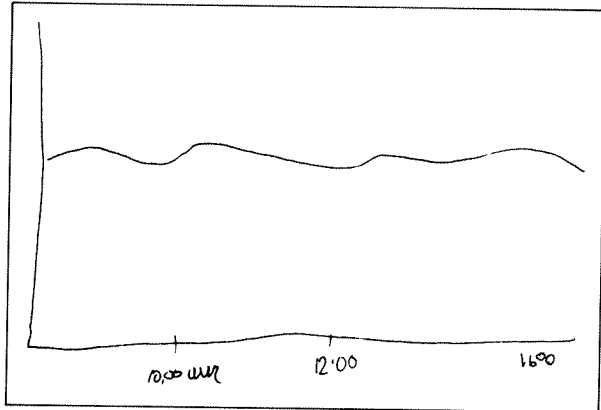


fig. 7

Alleen de horizontale as is nog maar belangrijk, daar worden nog wat tijden bijgezet. De hoogte waarop de rechte lijn wordt getekend ondervindt geen discussie, gewoon maar ergens op het papier.

Wim geeft nu de grafiek terug die hij zelf getekend heeft: "Het is zondagmiddag. Wat gebeurt er dan?"

De kinderen verzinnen en komen op uitstapjes, naar de bowling en dergelijke. Ze vragen nog of het zomer of winter is. Volgens Wim is het midden in de winter.

De leerlingen komen niet verder. Ze kunnen de uitschieters niet goed verklaren en dat hebben ze zelf in de gaten.

Wim: "Wat is er op de TV zondagavond?"

leerling: "Voetbal"

Dit toverwoord maakt het ineens zeer simpel. Geen van allen hebben ze verder enige moeite om de grafiek te verklaren.

## Eigen keuze

Uiteraard worden de leerlingen bij het zelf bedenken van voorbeelden gestuurd door wat ze tot nu toe gedaan hebben.

Zo komen electriciteitsverbruik, waterverbruik, plantengroei, verkeer en verkeersongelukken, kasbouw, huizenbouw, bevolking en dergelijke naar voren. Met andere woorden, onderwerpen waarbij tijd en hoeveelheid een belangrijke rol spelen.

Het is opvallend dat ze niet praten over samenhang tussen twee grootheden; ze nemen voor de eerste variabele gewoon de tijd. Ze veronderstellen die al aanwezig en dus is het niet nodig om hem nog apart te noemen.

Wim vraagt ze om van één onderwerp nog een grafiek te maken. Ze kiezen daarvoor "de vogeltrek naar het zuiden".

Ze tekenen assen en delen de horizontale as in vieren (lente, zomer, herfst en winter).

Ze praten over jongen die erbij komen, maar heeft dit wel met de trek te maken? Zo komen ze erop dat ze een grafiek willen tekenen van het aantal vogels in Nederland. Ze hebben nu helemaal geen behoefte meer aan getallen op de verticale as. M. zet stippen bij de plaatsen waar de grafiek zo ongeveer doorheen moet. Tenslotte trekken ze een lijn:

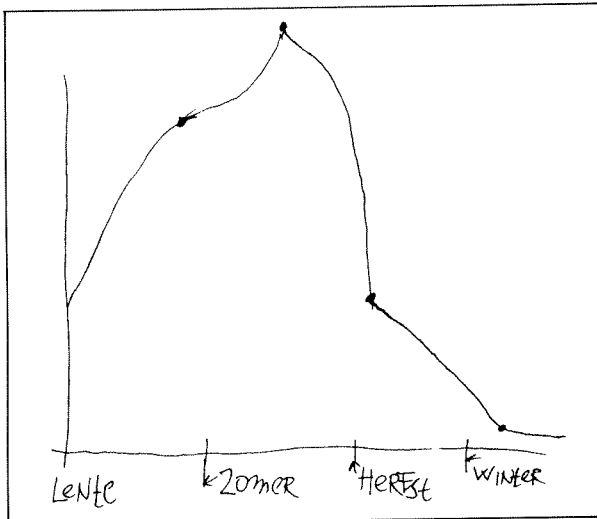


fig. 8

Ze beginnen nu niet meer onderaan, maar gaan er vanuit dat er altijd wel vogels zijn. Het valt ze wel op dat het einde niet klopt met het begin. Dat hebben ze niet met opzet zo gedaan, maar ze geloven wel dat het goed is.

Wim legt er een vel naast en vraagt om de grafiek voort te zetten. Dat gebeurt en wel precies hetzelfde als de eerste grafiek. Er ontstaat een periodieke grafiek.

## Nabeschuwing

Gebeurtenissen zoals de vredesdemonstratie in Amsterdam op 21 november geven aanleiding tot allerlei activiteiten, waaronder ook wiskunde. Het voorstel is, gezien in het licht van globale grafieken, dat een strikt kwantitatieve benadering vrijwel onmogelijk is, daarvoor zijn de gegevens te summier en te globaal. Je wordt gedwongen meer globaal naar het verloop van

de aanwezige demonstranten te kijken. Tijd en aantal moet je tegelijkertijd in het oog houden.

Een kwantitatieve instap dwingt je daar niet zonder meer toe, je verliest dan makkelijk het totaal uit het oog.

In het kort verliep het proces in de "les" als volgt:

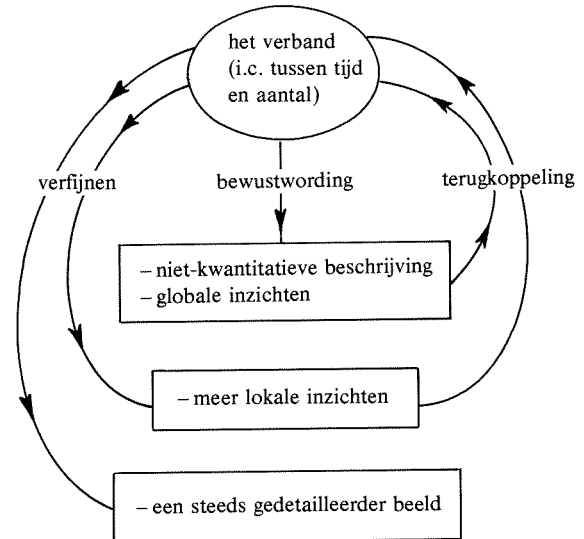


fig. 9

In dit geval verliep dit proces erg gemakkelijk maar dat zal zeker niet altijd het geval zijn, omdat de vorming van een globaal beeld in eerste instantie een mentale activiteit is. Pas als het beeld zich een beetje heeft gevormd wordt het grafisch vastgelegd. Dit grafische beeld dient dan als uitgangspunt voor verdere detaillering door nog eens wat nader naar de samenhang te kijken. Om het proces te laten verlopen zoals beschreven, zullen bepaalde voorwaarden aan dat verband gesteld moeten worden.

Als kinderen bijvoorbeeld wordt gevraagd verbanden tussen grootheden te beschrijven die bij slingers een rol spelen, loopt het allemaal niet zo gemakkelijk. Het geheel is dan te complex en er moeten te veel mentale activiteiten verricht worden om er greep op te krijgen. Vindt maar eens het globale verband tussen lengte en gewicht of tussen lengte en slingertijd zonder eerst kwantitatieve gegevens te verzamelen.

En een globale grafiek maken zit er natuurlijk helemaal niet in. Met andere woorden:

Niet elk verband is zonder meer geschikt voor een dergelijke globale beschrijving.